COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2023-2024 Du 16-09-2023
CONTRÔLE		Classe : PC
EPREUVE DE MATHEMATIQUES		Durée : 3H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,00 POINTS)

EXERCICE 1 : (04,00 POINTS)

1. Justifier que $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$ sont solutions de l'équation du second degré (E_1): $x^2+x-\frac{3}{4}=0$. **0,5pt**
2. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions des équations suivantes :

(E_2): $\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^2+\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)=\frac{3}{4}$ $\qquad$ (E_3): $\sqrt{1-x}=x-\frac{1}{4}$. **1,5pt**

3. On considère dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
   (E_4): $\sqrt{9-x}+\sqrt{x^2-16}=x$ $\qquad$ (I_1): $x-\sqrt{4x-19}\leq 4$
   a) Résoudre (E_4), et déterminer les autres solutions différentes de la solution 5. **1,25pt**
   b) Résoudre l'inéquation (I_1) et déduire les entiers naturels solutions de l'inéquation (I_1). **0,75pt**

EXERCICE 2 : (05,50 POINTS)

A- On considère l'équation (E_6): $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$.
1. Montrer que zéro n'est pas solution de (E_6). **0,25pt**
2. Montrer que l'équation (E_6) est équivalente à (E_7) : $6x^2-5x-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}-38=0$. **0,25pt**
3. On pose $u=x+\frac{1}{x}$. Montrer que (E_8) : $6u^2-5u-50=0$. **0,5pt**
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_8). **0,75pt**
5. En déduire les solutions de (E_7). **1,25pt**

B- L'objectif est de résoudre le système non linéaire (S_1): $\begin{cases} x^6-y^6=63 \\ x^4+x^2y^2+y^4=21 \end{cases}$.
1. Montrer que le système (S_1) est équivalent (S_2): $\begin{cases} (x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)=63 \\ (x^2-y^2)^2+3x^2y^2=21 \end{cases}$. **0,5pt**
2. Montrer que le système (S_2) implique (S_3): $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ x^2y^2=4 \end{cases}$. **0,5pt**
3. Résoudre (S_3) et en déduire les solutions de (S_1). **1,5pt**

EXERCICE 3 :(05,50 POINTS)

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$, on considère la parabole $(\mathcal{C})$: $y=x^2+1$ et le point $A(2;7)$. Etudier suivants les valeurs du paramètre m, le nombre de points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et (D). (D) est la droite passant par A et de coefficient directeur m. **2pts**
2. Soit a un nombre réel, résoudre dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ les systèmes d'équations linéaires suivants :

(S_4): $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{a} \\ xy=\frac{a^2}{4} \end{cases}$ $\qquad$ (S_5): $\begin{cases} 2x-3y+z=1 \\ x+y-z=3 \\ x-9y+5z=-7 \end{cases}$. **2pts**

3. Discuter suivant les valeurs du paramètre b le nombre de solution du système d'équation suivant : $(S_6)\begin{cases} bx + 3y = 2b + 3 \\ 3x + by = -b \end{cases}$ où b est un nombre réel. **1,5pt**

EVALUATION DES COMPETENCES : (05,00 POINTS)

Pour écouler facilement leur production, les membres fondateurs d'une coopérative veulent acheter un véhicule d'occasion d'une valeur de 5 000 000 FCFA. Ils décident d'instaurer des cotisations mensuelles. A la fin du premier mois, ils doivent réunir la somme de 500 000 FCFA en contribuant équitablement. Juste avant de démarrer les contributions, deux nouveaux membres s'inscrivent. La contribution de chacun des membres fondateurs diminue donc de 12 500 FCFA. Les nouveaux membres souhaitent connaitre le nombre de membres fondateurs pour s'assurer qu'ils ne sont pas trompés par ces derniers.

Les nouveaux membres s'associent, pour investir dans les salles de théâtre. Ils s'y rendent prendre les renseignements chez un directeur de salle de théâtre et il leur fait remarquer qu'à 4000FCFA la place, ils peuvent compter sur 500 spectateurs et que chaque baisse de 250 FCFA leur amènera 100 personnes de plus. Ils sont perplexes et souhaitent savoir quel est le montant de la place qui leur permettra de réaliser un revenu maximal.

Pour des raisons de liquidation de ses produits dans sa boutique, l'un des membres fondateurs a mis sur pieds deux baisse successive de taux différent sur le prix de chaque marchandise. La somme des deux taux est de 25% , le premier étant supérieur au second. Ainsi, un article qui coûtait 30 000 FCFA coûtera après ces deux baisses 22 800 FCFA. NGA Jean l'un des clients de cette boutique souhaite savoir le montant exacte du vélo de son fils qu'il a acheté directement après la première baisse. Le vélo coûtait avant la première baisse 120 000 FCFA.

1. Déterminer le montant à faire payer par place pour obtenir un revenu maximal. **1,5pt**
2. Déterminer le nombre de membre fondateur de cette coopérative. **1,5pt**
3. Déterminer le montant d'achat du vélo du fils de NGA Jean. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

COLLEGE F.X. VOGT

Département de mathématiques

CORRECTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUE

CONTRÔLE DU 16 SEPTEMBRE 2023

Classe : PC

COEFF : 6

Année Scolaire : 2023-2024

REFERENCE ET SOLUTIONS	BAREME	COMMENTAIRES
Partie A : Evaluation des ressources		
Exercice 1 : (04,00 POINTS)		
1. Justifions que $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$ sont solutions de l'équation du seconde degré (E_1). On a : $\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}-\frac{9}{4}=0$ et $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0$. **Donc $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$ sont solutions de l'équation du seconde degré (E_1)**	**0,5pt**	**0,25pt pour chaque justification.**
2. Déduisons-en les solutions de (E_2) et (E_3). On a : (E_2): $\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^2+\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)=\frac{3}{4}$. Posons $X=\frac{x+2}{2x-1}$, on obtient $X^2+X-\frac{3}{4}=0$. Ainsi, $\frac{x+2}{2x-1}=-\frac{3}{2}$ et $\frac{x+2}{2x-1}=\frac{1}{2}$. Pour $x\neq\frac{1}{2}$, $\frac{x+2}{2x-1}=-\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{x+2}{2x-1}+\frac{3}{2}=0$ ie $\frac{2x+4+6x-3}{2(2x-1)}=0$ et $x\neq\frac{1}{2}$ ie $8x+1=0$ et $x\neq\frac{1}{2}$ ie $x=-\frac{1}{8}$ et $x\neq\frac{1}{2}$ Pour $x\neq\frac{1}{2}$, $\frac{x+2}{2x-1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{x+2}{2x-1}-\frac{1}{2}=0$ ie $\frac{2x+4-2x+1}{2x-1}=0$ et $x\neq\frac{1}{2}$ ie $\frac{5}{2x-1}=0$ et $x\neq\frac{1}{2}$ impossible car $5\neq0$. **Donc (E_2) à pour solution $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{8}\right\}$** On a : (E_3): $\sqrt{1-x}=x-\frac{1}{4}$. Pour $x\leq1$, $(E_3)\Leftrightarrow\left(\sqrt{1-x}\right)^2+\sqrt{1-x}-\frac{3}{4}=0$. Posons $Z=\sqrt{1-x}$ avec $x\leq1$ on obtient $Z^2+Z-\frac{3}{4}=0$ avec $Z\geq0$. Ainsi, $Z=\frac{1}{2}$. Pour $x\leq1$, $\sqrt{1-x}=\frac{1}{2}\Rightarrow1-x=\frac{1}{4}$ ie $x=\frac{3}{4}$. **Donc (E_3) à pour solution $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{3}{4}\right\}$**	**1,5pt**	**0,5pt** pour la résolution de chaque équation issue d'un changement de variable.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_4) et l'inéquation (I_1).
Pour $\begin{cases} 9-x\geq 0 \\ x^2-16\geq 0 \\ x\geq 0\end{cases}$ on a : $\sqrt{9-x}+\sqrt{x^2-16}=x \Leftrightarrow 9-x+x^2-16+2\sqrt{(9-x)(x^2-16)}=x^2$.
$\Leftrightarrow 2\sqrt{(9-x)(x^2-16)}=x+7$.
Ainsi, $\sqrt{(9-x)(x^2-16)}=\frac{x+7}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+7\geq 0 \\ 4(9-x)(x^2-16)=(x+7)^2\end{cases}$
ie $\begin{cases} x+7\geq 0 \\ 4x^3-35x^2-50x+625=0\end{cases}$
ie $\begin{cases} x+7\geq 0 \\ (x-5)(4x^2-15x-125)=0\end{cases}$
ie $\begin{cases} x+7\geq 0 \\ 4(x-5)\left(x-\frac{15+5\sqrt{89}}{8}\right)\left(x-\frac{15-5\sqrt{89}}{8}\right)=0\end{cases}$
or $\begin{cases} 9-x\geq 0 \\ x^2-16\geq 0 \\ x\geq 0 \\ x+7\geq 0\end{cases} \Rightarrow x\in[4;9]$ et $\frac{15-5\sqrt{89}}{8}\notin[4;9]$. Donc l'ensemble solution de (E_4) est $S_{\mathbb{R}}=\left\{5;\ \frac{15+5\sqrt{89}}{8}\right\}$</td><td>1,25pt</td><td>0,25pt pour la première condition.

0,25pt pour la première transformation.

0,25pt pour la division euclidienne.

0,5pt pour l'ensemble solution.</td></tr>
<tr><td>$(I_1) \Leftrightarrow x-4\leq\sqrt{4x-19} \Rightarrow (I): \begin{cases} x-4\leq 0 \\ 4x-19\geq 0\end{cases}$ ou $(II): \begin{cases} x-4\geq 0 \\ (x-4)^2\leq 4x-19\end{cases}$
$(I): \begin{cases} x-4\leq 0 \\ 4x-19\geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\leq 4 \\ x\geq\frac{19}{4}\end{cases}$ impossible l'ensemble solution de (I) est vide.
(S') : $\begin{cases} x-4\geq 0 \\ (x-4)^2\leq 4x-19\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4\geq 0 \\ x^2-12x+35\leq 0\end{cases}$
$\Rightarrow \begin{cases} x-4\geq 0 \\ (x-5)(x-7)\leq 0\end{cases}$
$\Rightarrow x\in[5;7]$ $\boldsymbol{S_{\mathbb{R}}=[5;7]}$ et $\boldsymbol{S_{\mathbb{N}}=\{5;6;7\}}$</td><td>0,75pt</td><td>0,25pt pour la résolution du système (I).

0,5pt pour la résolution du système (II).</td></tr>
<tr><td><u>EXERCICE 2</u> : (05,50 POINTS)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A- On considère l'équation (E_6): $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$.
1. Montrons que zéro n'est pas solution de (E_6).
Supposons que 0 est solution de (E_6). On aura $6\times 0^4-5\times 0^3-38\times 0^2-5\times 0+6=0$ ce qui implique $6=0$ impossible donc zéro n'est pas solution de (E_6).</td><td>0,25pt</td><td>Accorde le point à tous ceux qui démontre logiquement.</td></tr>
<tr><td>2. Montrons que l'équation (E_6) est équivalente à (E_7) : $6x^2-5x-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}-38=0$.
Pour $x\neq 0$, on a : $(E_6) \Leftrightarrow x^2\left(\frac{6x^4}{x^2}-\frac{5x^3}{x^2}-\frac{38x^2}{x^2}-\frac{5x}{x^2}+\frac{6}{x^2}\right)=0$
$\Leftrightarrow x^2\left(6x^2-5x-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}-38\right)=0$ avec $x\neq 0$</td><td>0,25pt</td><td>Accorde le point à tous ceux qui démontre logiquement</td></tr>
</table>

$\Leftrightarrow (E_7) : 6x^2 - 5x - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} - 38 = 0$ Donc (E_6) est équivalente à (E_7)		
3. On pose $u = x + \frac{1}{x}$, montrons que (E_8) : $6u^2 - 5u - 50 = 0$. On a : $u^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$, c'est-à-dire $x^2 + \frac{1}{x^2} = u^2 - 2$ $6x^2 - 5x - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} - 38 = 0 \Rightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0$ ie $6(u^2 - 2) - 5u - 38 = 0$ ie (E_8) : $6u^2 - 5u - 50 = 0$	**0,5pt**	Accorde le point à tous ceux qui démontre logiquement
4. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_8). $\Delta = 1225$ $u = -\frac{5}{6}$ ou $u = \frac{10}{3}$. $\boldsymbol{S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{5}{6}; \frac{10}{3}\right\}}$	**0,75pt**	0,25pt pour la valeur exacte de Δ, et 0,25pt pour chaque valeur de u
5. Déduisons-en les solutions de (E_7). Pour $x \neq 0$, $x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{6x^2+5x+6}{6x} = 0$ avec $x \neq 0$. ie $6x^2 + 5x + 6 = 0$ et $x \neq 0$ Le discriminant de $6x^2 + 5x + 6 = 0$ est -119 elle n'a pas de solution. Donc $x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{6}$ $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$. Pour $x \neq 0$, $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{3x^2-10x+3}{3x} = 0$ avec $x \neq 0$. ie $3x^2 - 10x + 3 = 0$ et $x \neq 0$ Le discriminant de $3x^2 - 10x + 3 = 0$ est 64 et donc $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$ $S_{\mathbb{R}} = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$. **Ainsi, l'équation (E_7) à pour solution $S_{\mathbb{R}} = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$.**	**1,25pt**	**0,25pt** pour chaque réduction au même dénominateur. **0,25pt** pour le Δ de la première équation. **0,5pt** pour la résolution et l'ensemble solution de la deuxième équation.
B- L'objectif est de résoudre le système non linéaire (S_1) : $\begin{cases} x^6 - y^6 = 63 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$		
1. Montrons que le système (S_1) est équivalent (S_2) : $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = 63 \\ (x^2 - y^2)^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases}$ (S_2) : $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = 63 \\ (x^2 - y^2)^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 - y^2x^4 - x^2y^4 - y^6 = 63 \\ x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases}$ En simplifiant les termes de chaque ligne on obtient $\begin{cases} x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 - y^2x^4 - x^2y^4 - y^6 = 63 \\ x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow (S_1)$: $\begin{cases} x^6 - y^6 = 63 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$. **Donc les systèmes (S_1) et (S_2) sont équivalents.**	**0,5pt**	Accorde le point à tous ceux qui démontre logiquement
2. Montrons que le système (S_2) implique (S_3) : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x^2y^2 = 4 \end{cases}$. (S_2) : $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = 63 \\ (x^2 - y^2)^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x^2 - y^2) \times 21 = 63 \\ 3^2 + 3x^2y^2 = 21 \end{cases}$	**0,5pt**	Accorde le point à tous ceux qui démontre logiquement

ie $(S_3): \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x^2y^2 = 4 \end{cases}$		
3. Résolvons (S_3) et déduisons les solutions de (S_1). $(S_3) \Rightarrow y^4 + 3y^2 - 4 = 0$ et $x^2 = y^2 + 3$ ie $y^2 = 1$ et $x = 2$ ou $x = -2$. **L'ensemble solution de (S_1) est $S_{\mathbb{R}} = \{(2;\ -1), (2; 1), (-2; 1), (-2;\ -1)\}$**	**1,5pt**	**0,5pt pour** la démarche et/ou la méthode. **1pt** pour l'ensemble solution.
<u>EXERCICE 3</u> :(05,50 POINTS) **1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$, on considère la parabole $(\mathcal{C})$: $y = x^2 + 1$ et le point $A(2; 7)$. Etudions suivants les valeurs du paramètre m, le nombre de points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et (D). (D) est la droite passant par A et de coefficient directeur m.** La droite passant par A et de coefficient directeur m à pour équation $y = mx + b$ ou $b = 7 - 2m$. Ainsi, $(D): y = mx + 7 - 2m$ et $(\mathcal{C}): y = x^2 + 1$. Trouver les différents points d'intersections de $(\mathcal{C})$ et (D) reviens à déterminer les solutions de l'équation $x^2 + 1 = mx + 7 - 2m$ c'est-à-dire $x^2 - mx + 2m - 6 = 0$. Discutons suivant les valeurs du paramètre m, le nombre et signe des solutions de $x^2 - mx + 2m - 6 = 0$. $\Delta = m^2 - 8m + 24$ qui n'est pas factorisable et toujours positif. $P = \frac{2m-6}{1} = 2(m-3)$ et $S = \frac{m}{1} = m$. Au vue du tableau ci-dessus **Si m est dans l'intervalle** $]-\infty; \mathbf{0}[$ **ou** $]\mathbf{0}; \mathbf{3}[$alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points en communs d'abscisse de signe contraires. **Si $m = 0$** alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points en commun d'abscisse opposés. **Si $m = 3$** alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points en communs dont l'un est sur l'axe des abscisses. **Si m est dans l'intervalle $]3;\ +\infty[$**alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points en communs d'abscisse de même signe et positifs.	**2pts**	**0,5pt** pour l'équation de la droite. **0,25pt** pour l'équation paramétrique. **0,5pt** pour le discriminant et son signe. **0,25pt** pour chaque étude exacte.
2. Soit a un nombre réel, résolvons dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ les systèmes d'équations linéaires suivants : $(S_4): \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{a} \\ xy = \frac{a^2}{4} \end{cases}$ $(S_5): \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ x - 9y + 5z = -7 \end{cases}$. $(S_4): \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{a} \\ xy = \frac{a^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{5}{a} \\ xy = \frac{a^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{5a}{4} \\ xy = \frac{a^2}{4} \end{cases}$ $X^2 - \frac{5a}{4}X + \frac{a^2}{4} = 0$ $\Delta = \left(\frac{3a}{4}\right)^2$ $X = \frac{a}{4};\ X = a$ $S_{\mathbb{R}^2} = \left\{\left(a; \frac{a}{4}\right); \left(\frac{a}{4}; a\right)\right\}$ **est l'ensemble solution de** (S_4).	**2pts**	**1pt** pour chaque bonne résolution et ensemble solution.

$(S_5)\colon \begin{cases} 2x-3y+z=1 \\ x+y-z=3 \\ x-9y+5z=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y+z=1 \\ 5y-3z=5 \\ 5y-3z=5 \end{cases}$ Les deux dernières lignes du système impliqué étant identique alors (S_5) à une infinité de solution. On a : $\begin{cases} x=2+\frac{2}{5}t \\ y=1+\frac{3}{5}t \\ z=t \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}t \\ y=t \\ z=-\frac{5}{3}+\frac{5}{3}t \end{cases}$ $\boldsymbol{S_{\mathbb{R}^3}=\left\{\left(2+\frac{2}{5}t, 1+\frac{3}{5}t, t\right)\ t\in\mathbb{R}\right\}=\left\{\left(\frac{4}{3}+\frac{2}{3}t; t;\ -\frac{5}{3}+\frac{5}{3}t\right), t\in\mathbb{R}\right\}=\{(x;y;z)\in\mathbb{R}^3, 2x-3y+z=1\}}$		
3. Discuter suivant les valeurs du paramètre b le nombre de solution du système d'équation suivant : $(S_6)\colon \begin{cases} bx+3y=2b+3 \\ 3x+by=-b \end{cases}$ où b est un nombre réel. On a : $\begin{cases} \det(S)=(b-3)(b+3) \\ \det(x)=2b(b+3) \\ \det(y)=-(b+3)^2 \end{cases}$ **Si $b\neq 3$ et $b\neq -3$ alors (S_6) à une unique solution $\left(\frac{2b(b+3)}{(b-3)(b+3)}; \frac{-(b+3)^2}{(b-3)(b+3)}\right)$.** **Si $b=-3$ alors (S_6) à une infinité de solution.** **Si $b=3$ alors (S_6) n'a pas de solution.**	**1,5pt**	**0,25pt** pour la valeur exacte du déterminant. **0,25pt** pour chaque bonne ligne de discussion.
C-EVALUATION DES COMPETENCES :(05,00 POINTS)		
1. Déterminons le montant à faire payer par place pour obtenir un revenu maximal. Soit x le nombre de baisse. Le prix place est alors $4000-250x$. Le nombre de spectateurs est alors $500+100x$. Le revenu à la suite de x baisse est donc $R(x)=(4000-250x)(500+100x)=-25000x^2+275\,000x+2\,000\,000$. $R(x)=-25000\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+2\,756\,250$. On a : $-25000\left(x-\frac{11}{2}\right)^2\leq 0 \Rightarrow -25000\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+2\,756\,250\leq 2\,756\,250$. Pour tout $x\in[0;16]$ $R(x)\leq 2\,756\,250$. Le maximum de $R(x)$ est 2 756 250, et il est atteint pour x tel que $R(x)=2\,756\,250$. Or $R\left(\frac{11}{2}\right)=2\,756\,250$. **Donc pour un revenu maximum il faut effectué $5,5$ baisses, et le prix d'une place sera $4000-250(5,5)=2625\ FCFA$ et pour un nombre de place égal à $500+100(5,5)=1050$ places.**	**1,5pt**	**0,5pt** pour $R(x)=(4000-250x)(500+100x)$. **0,5pt** pour la détermination du nombre de baisse qui permet d'avoir un revenu max. **0,5pt** le montant à faire payer.
2. Déterminons le nombre de membre fondateur de cette coopérative. Soit x le nombre de membre fondateur de cette coopérative. $\frac{500\,000}{x}=\frac{500\,000}{x+2}+12500 \Rightarrow \frac{500\,000(x+2)-500\,000x-12\,500x(x+2)}{x(x+2)}=0$, avec $x>0$. ie $-x^2+2x-80=0$ avec $x>0$. ie $x=8$ ou $x=-10$. **Il y a donc 8 membres fondateurs de cette coopérative**.	**1,5pt**	**0,5pt** pour la première équation. **0,5pt** pour l'équation $-x^2+2x-80=0$. **0,5pt** la démonstration et le résultat.

3. Déterminons le montant d'achat du vélo du fils de NGA Jean. Soit $x\%$ le premier taux de réduction et $y\%$ le deuxième taux de réducteur. La somme des deux taux donne 25%, c'est-à-dire $x + y = 25$. Posons $a = 30\,000$ FCFA et $c = 22\,800$ FCFA. On a : $b = \left(1 - \frac{x}{100}\right)a$ et $c = \left(1 - \frac{y}{100}\right)b$. Ainsi, $c = \left(1 - \frac{y}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{100}\right)a \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{10\,000 - 100(x+y) + xy}{10000}$ ie $7600 = 10\,000 - 100(x+y) + xy$ ie $xy - 100(x+y) + 2400 = 0$. Ainsi, $\begin{cases} x + y = 25 \\ xy - 100(x+y) + 2400 = 0 \\ x > y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 25 \\ xy = 100 \\ x > y \end{cases}$ x et y sont solutions de l'équation $X^2 - 25X + 100 = 0$. On a donc $x = 20$ et $y = 5$. $\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times 120\,000 = 96\,000$. **Donc NGA Jean a acheté son vélo à 96 000 FCFA.**	**1,5pt**	**0,75pt** pour le système $\begin{cases} x + y = 25 \\ xy = 100 \\ x > y \end{cases}$. **0,5pt** pour la solution du système. **0,25pt** pour le montant d'achat du vélo.

Corrigé proposé par : *R. Deh Nkengni*

Sous la Coordination de : *H. Njifon Njouonkou*