

Travail – Persévérance – Réussite

Le Scorpion

ATHÉMATIQUES T^{le} C

♣ *Cours bien élaborés*

♣ *Exercices + corrigés*

$$i^i = e^{-\frac{\pi}{2}}$$



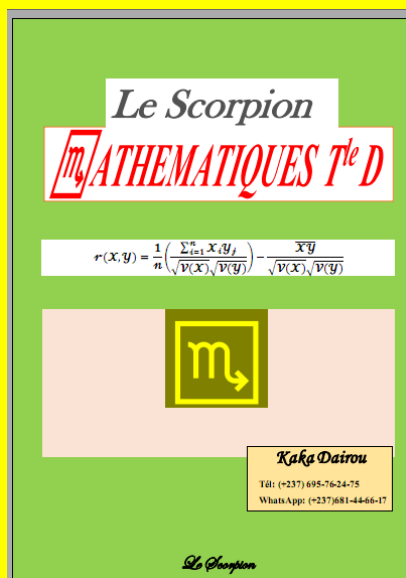
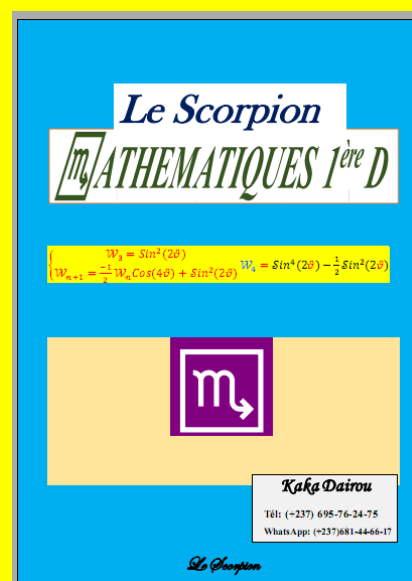
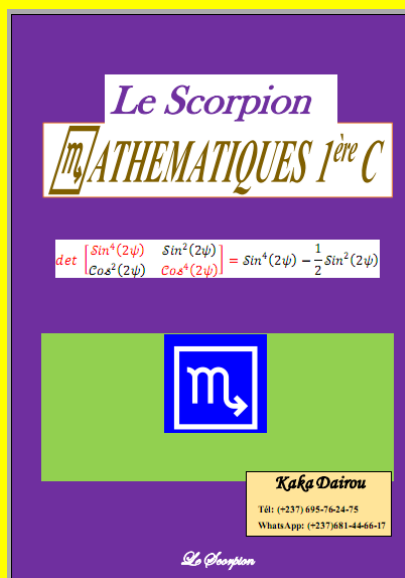
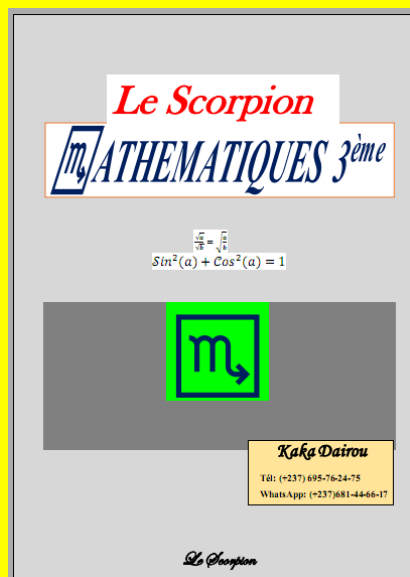
Xaka Dairou

Tél: (+237) 695-76-24-75

WhatsApp: (+237) 681-44-66-17

Le Scorpion

Dans la même collection



CORRIGÉ PROBATOIRE "C" 2023

Ainsi la fonction c atteint son maximum pour $t = 5$, soit donc 5 années après.

Et ce chiffre d'affaires est égal à $c(5) = 33$, soit 33 000 000 FCFA.

Ainsi la fonction c atteint son maximum pour $t = 5$, soit donc 5 années après.

Et ce chiffre d'affaires est égal à $c(5) = 33$, soit 33 000 000 FCFA.

I.1.b), cette équation est équivalente à :

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \sin x = \frac{1}{2}$$

Ainsi, dans R , $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou

$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \text{ avec } k \in \mathbb{Z}.$$

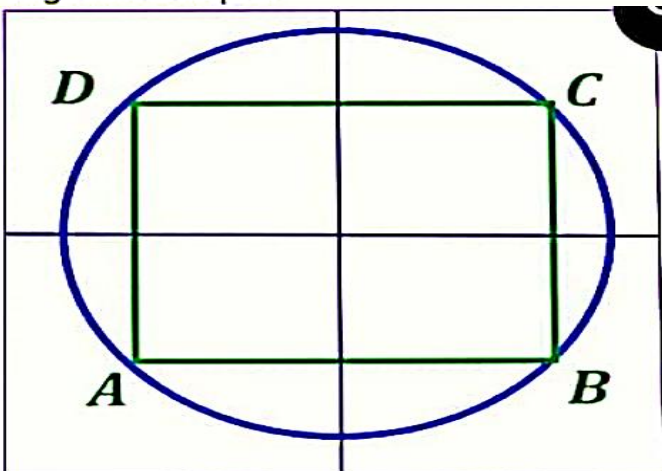
Donc, dans $]-\pi; \pi]$, l'ensemble solution est

$$\left\{ -\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\} \text{ 0,5 pt}$$

I. 3. a) Plaçons les points A, B, C et D, images respectives des réels

$$\left\{ -\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\} \text{ sur le cercle}$$

trigonométrique.



I. 3. b) Calculons l'aire du quadrilatère ABCD. **0,5 pt**

ABCD est un trapèze isocèle dont l'aire est

$$\text{égale à } \frac{1}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) (1 + \sqrt{2}) = \frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}}{4} \text{ ua } \text{0,5 pt}$$

II. Calculons S_{10} .

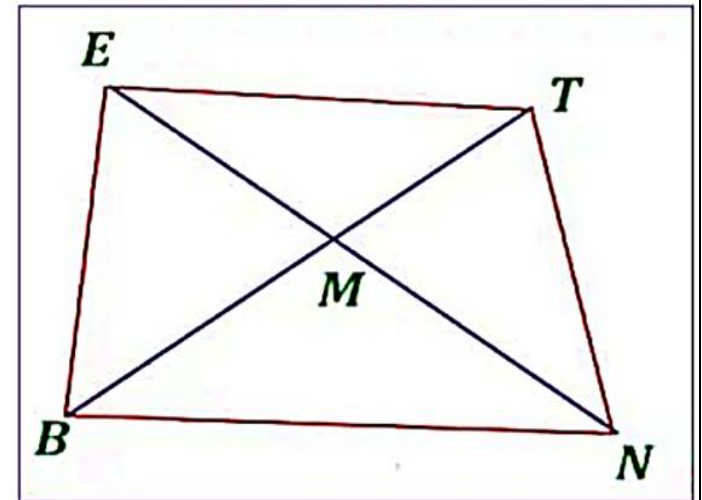
S_{10} est la somme des 11 premiers termes consécutifs de la suite arithmétique (u_n) dont le premier terme est u_0 , ainsi

$$S_{10} = 11 \times \frac{u_0 + u_{10}}{2} = 11 \times \frac{2 + 2 + 10 \times 3}{2} = 187$$

Exercice 2 / 3 points

1. Dessinons un graphe permettant de modéliser ce réseau. **1 pt**

1. Dessinons un graphe permettant de modéliser ce réseau. **1 pt**



2. Complétons le tableau suivant **0,5 pt**

Village (sommet)	B	E	M	N	T
degrés	3	3	4	3	3

3. Déterminons le nombre d'arêtes de ce

réseau. **0,5 pt**

Ce nombre est égal a somme des degrés divisée par 2 . Donc il y'a au total 8 arêtes.

0,5 pt

4. Décrivons toutes les possibilités (chemins) de le faire, sachant que la transmission ne peut passer qu'une seule fois par un village. **0,5 pt**

Ces possibilités sont: **B-N ; B-M-N ; B-M-E-T-N ; B-M-T-N ; B-E-T-N ; B-E-M-N ; B-E-M-T-N ; B-E-T-M-N.**

5. Choisissons parmi les réponses proposées, celle qui donne le nombre total de coopérations. **0,5 pt**

C'est : b) 10.

Exercice 3 / 3 points

1. Déterminons la nature et les éléments caractéristiques de (C). **0,75 pt**

L'équation de (C) est de la forme $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ avec $a = 3$, $b = -3$ et $c = 2$.

Puisque $a^2 + b^2 - c = 16$ est strictement positif, alors (C) est le cercle de centre de coordonnées (3; -3) et de rayon $\sqrt{16} = 4$

2. Donnons une représentation paramétrique de (D).

Pour tout $x \neq \frac{3}{2}$ et $f'(x) = \frac{4x^2 - 12x + 12}{(2x - 3)^2}$

et $f'(x) > 0$

Donc la fonction f est strictement

croissante sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$ et sur $]\frac{3}{2}; +\infty[$

• Le tableau des variations de f est :

paramétrique de (D).

Les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point de la droite (D) sont respectivement (-4;3) et (1;1). Donc le

système $\begin{cases} x = -4k + 1 \\ y = 3k + 1 \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$, est

une représentation paramétriques de la droite (D).

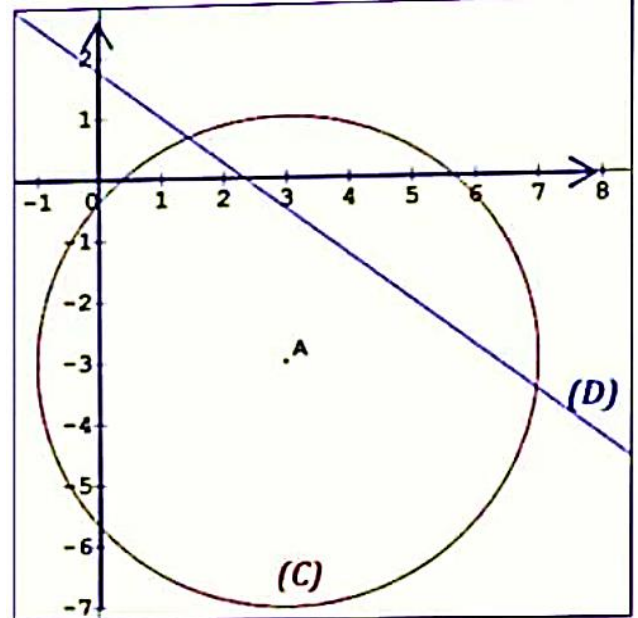
3. Déterminons la distance du point A(3; -3) à la droite (D).

Cette distance est égale à :
$$\frac{|3 \times 3 + 4(-3) - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

4. Déduisons-en la position-de (C) par rapport à la droite (D). **0,5 pt**

Le point A est le centre de (C). La distance de A à (D) est inférieure au rayon de (C), donc (C) et (D) sont sécants en deux points.

5. Construisons (C) et (D). **0,75 pt**



Exercice 4 / 4 points

I. 1. Étudions les variations de f et dressons son tableau des variations.

• La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

I. 2. Déterminons le réel c tel que
 $f(x) = x - \frac{3}{2} + \frac{c}{x - \frac{3}{2}}$ pour tout $x \neq \frac{3}{2}$ **0,25**

pt

Par une division euclidienne, on obtient

$$f(x) = x - \frac{3}{2} + \frac{-\frac{3}{2}}{x - \frac{3}{2}}$$

$$\text{Donc } c = -\frac{3}{2}$$

I.3. a) Démontrons que (D): $y = x - \frac{3}{2}$ est une asymptote oblique à (C).

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{3}{2}}{x - \frac{3}{2}} \rightarrow 0 \quad \text{et}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{3}{2}}{x - \frac{3}{2}} \rightarrow 0$$

Donc $y = x - \frac{3}{2}$ est une asymptote oblique à (C).

I. 3. b) Etudions les positions relatives de (D) et (C). **0,5 pt**

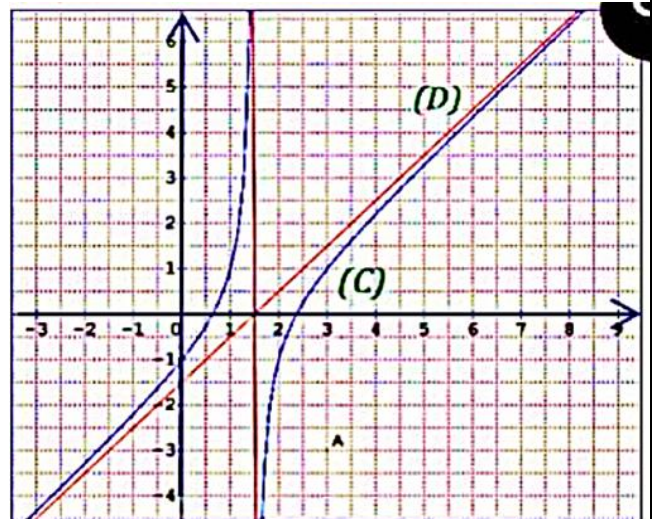
$$\text{Soit un réel } x \neq \frac{3}{2}, f(x) - y = \frac{-\frac{3}{2}}{x - \frac{3}{2}}$$

Ainsi, $f(x) - y > 0$ pour $x \in]-\infty; \frac{3}{2}[$; et

$f(x) - y < 0$ pour $x \in]\frac{3}{2}; +\infty[$

Donc (C) est au dessus de (D) sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$ et (C) est en dessous de (D)

4-a) Construisons soigneusement la courbe (C) et la droite (D)



II. 1. Donnons la matrice $M(a, b)$ de g dans la base B . **0,25 pt**

$$M(a, b) = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ b-1 & -b \end{pmatrix}$$

II. 2. Déterminons une relation entre a et b pour que g soit un automorphisme.

g est un automorphisme, alors $\det(M(a, b)) \neq 0$, donc $a + b = 1$.

II. 3.a) Déterminons le noyau de g . **0,25 pt**

Le noyau de g est $\{\vec{u}(x; y) \in E; ax + (1-a)y = 0\}$ ou $\{\vec{u}(x; y) \in E; (b-1)x - by = 0\}$

II. 3. b) Déterminons la matrice de $g \circ g$ **0,25 pt**

$$M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \times M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

PARTIE B : EVALUATIONS DES COMPÉTENCES

Tâche 1 Déterminons le taux d'intérêt mensuel du prêt accordé aux membres de l'AEE.

Tâche 1 Déterminons le taux d'intérêt mensuel du prêt accordé aux membres de l'AEE.

• **Déterminons une équation permettant d'obtenir ce taux.**

Si $t\%$ désigne ce taux, alors, on a $\frac{t^2}{10000} + \frac{2t}{100} + 1 = 1 + \frac{24}{100}$ En effet, si S est une somme empruntée dans cette association, alors :

D'une part, les montants à rembourser seront respectivement de $S \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ et $S \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) + \frac{t}{100} \times S \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = S \left(1 + \frac{2t}{100} + \frac{t^2}{10000}\right)$ après le 1er et le 2ieme mois. Et d'autre part, de $S \times \left(1 + \frac{24}{100}\right)$ pour les deux mois cumulés.

Donc $t^2 + 200t - 2400 = 0$ est une équation permettant d'obtenir ce taux.

• **Déterminons ce taux d'intérêt.**

Le discriminant de cette équation est égal à 49 600. D'où $t = \frac{-200 + \sqrt{49600}}{2} = 11,355$

Tâche 2 : Déterminons par ses coordonnées le point exact où sera construit le forage.

• **Déterminons une équation permettant d'obtenir le point pour le forage.**

Si $F(x; y)$ est le point représentant le forage, alors $FA^2 + FB^2 = 12$ avec $x = -1$.

Ainsi $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 12$ avec $x = -1$.

Donc $y^2 - 4y + 4 = 0$

• **Déterminons les coordonnées du point représentant le forage.**

L'équation $y^2 - 4y + 4 = 0$ est équivalente à $(y - 2)^2 = 0$, ainsi $y = 2$.

Donc le point représentant le forage est de coordonnées $(-1; 2)$.

Tâche 3 : Déterminons le rang de l'année à laquelle le chiffre d'affaires de l'usine sera maximal et calculons ce chiffre d'affaire.

• **Étudions les variations de c du chiffre d'affaires.**

La fonction c est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout réel positif t , $c'(t) = -2t + 10$.

Donc la fonction c est croissante sur $[0; 5]$ et décroissante sur $]5; +\infty[$.

Ou bien, la forme canonique de c est $c(t) = -(t - 5)^2 + 33$

• **Déterminons le rang et calculons le chiffre d'affaires.**

Ainsi la fonction c atteint son maximum pour $t = 5$, soit donc 5 années après.

Et ce chiffre d'affaires est égal à $c(5) = 33$, soit 33 000 000 FCFA.