

Département de Mathématiques Durée: 2H Coeff : 2 Classe: T^{le} A₄ Octobre 2019

Evaluation n°1 de Mathématiques

Exercice 1(4.5points)

- 1- Un article qui coutait 2500fcfa a subi une premiere hausse de $x\%$, puis une deuxième hausse de $x\%$ sur le nouveau prix. L'article est alors vendu a 3600fcfa
 - a) Montrer que x vérifie l'équation (E): $x^2 + 200x - 4400 = 0$ 1.5pt
 - b) Déterminer x ainsi que le prix de l'article après la première hausse 1.5pt
- 2- Déterminer les dimensions d'un rectangle d'aire $240m^2$ et le périmètre 64m 1.5pt

Exercice 2(4.5points)

- 1- On donne les inéquations : $(I_1): \frac{-2x+1}{x+3} \leq 1$; $(I_2): \frac{2x+3}{x-1} > 0$ et $(I_3): -x^2 - x + 6 \geq 0$
Résoudre dans IR les équations (I_1) ; (I_2) et (I_3) 3pt
- 2- Résoudre graphiquement le système (s): $\begin{cases} x + y < 2 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$ 1.5pt

Exercice 3(5.5points)

On donne les systèmes: $(s_1): \begin{cases} 5x + 3y + 2z = 780 \\ x + 2y + 3z = 446 \\ 2x + 3y + z = 468 \end{cases}$ $(s_2): \begin{cases} 5\sqrt{x} + \frac{3}{y} + \frac{2}{z-2} = 780 \\ \sqrt{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z-2} = 446 \\ 2\sqrt{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z-2} = 468 \end{cases}$

- 1- a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du Pivot de Gauss le système (s_1) 1.5pt
- b) En déduire dans $\mathbb{R}^3$ les solutions du système (s_2) 2pts
- 2- Trois hommes d'affaires Ahmed, Kengne et Youssoufa arrivent au Cameroun et se rendent dans un magasin de Yaoundé pour faire des achats. Ahmed achète 5 articles de type A, 3 articles de type B, 2 articles de type C et paye 780 euros. Kengne achète 2 article de type A, 4 article de type B, 6articles de type C et paye 892 euros tandis que Youssoufa achète 2 articles de type A, 3 articles de type B, un article de type C pour payer 468 euros.
Quel est le prix d'un article de chaque type ? 2pts

Exercice 3(5.5points)

On donne le polynome $P(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$

- 1- Montrer que 3 est une solution de P 0.5pt
- 2- Déterminer a, b et c tels que $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$ 1.5pt
- 3- Résoudre dans IR l'équation $(x - 3)(x^2 - 4x + 3) = 0$ 1.5pt
- 4- Etudier le signe de P puis en déduire l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) \leq 0$ 2pts

BONNE CHANCE

EXAMINATEUR: Mr Arouna NJOYA

Épreuve de Mathématiques

2^{ème} Évaluation

L'épreuve comporte deux exercices et un problèmes, tous obligatoires. La qualité de la rédaction et la clarté des raisonnements seront prises en compte par le correcteur.

Exercice 1 :

[05 points]

Répondre par vrai ou faux.

- La fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - 3}$ est définie sur $\mathbb{R}$.
- Le polynôme $p(x) = 2x^2 + 7x + 3$ n'est pas factorisable car $\Delta = 25$.
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- Si une fonction f n'est pas définie en x_0 alors sa limite en x_0 est égale à $f(x_0)$.
- Toute fonction dérivable est continue mais la réciproque n'est pas toujours vraie.
- Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 2.

Exercice 2 :

[03 points]

On donne l'équation $(E) : x^2 - 4x - 896 = 0$

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) 1,5 pts
- Un commerçant vend en gros un certain nombre de draps pour un prix global de 128000 Frs. Un client dispose de 125000 Frs. Avec cette somme, il prend 7 draps de moins à 1000 Frs de plus le prix unitaire. On pose x le nombre de draps et y le prix unitaire du drap au départ.
 - Montrer que x et y vérifient le système : $(S) \begin{cases} xy = 128000 \\ (x-7)(y+1000) = 125000 \end{cases}$ 1,5 pts
 - Montrer que x est solution de l'équation (E) . 1,5 pts
 - En déduire le nombre de draps et le prix unitaire d'un drap. 1 pt

Problème :

[9 points]

Le plan est muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Soient f et g deux fonctions définies respectivement par :

$$f(x) = \frac{-2x^2 - x + 10}{x + 2} \text{ et } g(x) = \frac{2x + 5}{-x - 2}$$

- Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,25 pt
 - Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire l'existence d'une asymptote éventuelle à la courbe de f . 1 pt
 - Montrer que $f(x) = -2x + 3 + \frac{4}{x+2}$. 1 pt
 - Étudier la continuité de f en $x_0 = -1$. 1 pt
 - Montrer que $f(x) = \frac{(x-2)(-2x-5)}{x+2}$. 1 pt
 - En déduire le nombre dérivé de f en $a = 2$. 1 pt
- On définit g sur l'intervalle $[-5; 2]$
 - Déterminer le domaine de définition de g . 0,25 pt
 - Calculer $g'(x)$. 1 pt
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g'(x) = 0$. 1 pt
 - Établir le tableau de variation de g sur $[-5; 2]$. 1,5 pts

«Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples, c'est seulement parce qu'ils ne réalisent pas combien la vie est compliquée». JOHN LUIS VON NEUMANN

MINESEC	Thèmes	Janvier 2019
CITY BILINGUAL ACADEMY	Ln et Expo	$T^{le} A$
Département de mathématiques	Systèmes/Primit.	Séquence n°3
examinateur : Ulrich TCHEUKO	Fonctions	Durée : 03h00 Coef :3

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

La qualité de la rédaction sera pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE I 5 pts

On considère le polynôme définie $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

1. Déterminer les nombres réels a ; b et c tel que : $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$ 1 pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = 0$ 1 pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :
 - a. $2e^{3x} + 7e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ 1 pt
 - b. $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0$ 1 pt
 - c. $\ln(2x + 3) + \ln(x^2 + 2x + 2) = \ln(8x + 9)$ 1 pt

EXERCICE II 5 pts

1. a. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss le système suivant : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 4 \\ -2x + 3y + 2z = 2 \\ 5x - 2y - 2z = 1 \end{cases}$
- b. En déduire la résolution du système : $\begin{cases} 2e^x + 2\ln y + \sqrt{z} = 4 \\ -2e^x + 3\ln y + 2\sqrt{z} = 2 \\ 5e^x - 2\ln y - 2\sqrt{z} = 1 \end{cases}$ 2 pts
2. On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2(x - 1)^2}$
 - a. Déterminer les réels a et b tels que : $f(x) = \frac{a}{(x + 1)^2} + \frac{b}{(x - 1)^2}$ 0,5 pt
 - b. En déduire une primitive de $f(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ 0,75 pt
 - c. Déterminer la primitive F de f telle que $F(0) = 0$. 0,5 pt

PROBLÈME 10 pts fonctions

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$.

Soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité : 1 cm).

1. a. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1 pt
 b. Déduire les asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$. 0,5 pt
2. Étudier les variations de f sur $]0; +\infty[$ et dresser son tableau de variations. 1,5 pt
3. a. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C})$ avec l'axe des abscisses. 1 pt
 b. Étudier la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à l'axe des abscisses. 1 pt
 c. Déterminer l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1. 1 pt
4. Tracer $(\mathcal{C})$ et (T) . 1,5 pt
5. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\ln x)^2 - 2\ln x = \frac{5}{4}$. 1 pt
 b. A l'aide de la représentation graphique de f , déterminer le nombre de solutions dans $]0; +\infty[$ de l'équation : $(\ln x)^2 - \ln x = m$. suivant les valeurs du réel m . 1,5 pt

”PRIÈRE ET TRAVAIL, TRAVAIL ET PRIÈRE”

Série 1 : Exercices sur le logarithme népérien

Exercice 1 :

Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$ les nombres suivants :

- a) $\ln(8)$ b) $\frac{1}{2}\ln(16)$ c) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ d) $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{4}\right)$ e) $\ln\left(\frac{1}{81}\right)$
 f) $\ln(12)$ g) $\ln(36)$ h) $\ln(36) - 2\ln(3)$ i) $\ln[(-4)^2]$

Exercice 2 :

Comparer les deux nombres suivants :

- a) $(\ln(8) - \ln(3))$ et $(\ln(11) - \ln(9))$
 b) $(3\ln(5))$ et $(2\ln(11))$
 c) $(\ln(7) - \ln\left(\frac{9}{21}\right))$ et $(2\ln(5) - \ln(10))$

Exercice 3 :

Les nombres a , b et c sont des réels positifs. Simplifier les expressions suivantes :

- a) $A = \ln\left(\frac{a}{b}\right) + \ln\left(\frac{b}{c}\right)$ b) $B = \ln\left(\frac{a}{b}\right) - \ln\left(\frac{c}{b}\right) - \ln\left(\frac{a}{c}\right)$
 c) $C = \ln(a^2) + \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ d) $C = \ln(ab) + \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Exercice 4 :

Calculer $f(e)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $f(\sqrt{2})$ et $f(1)$ pour les fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = (\ln x)^2 + \ln(x)$ b) $f_2(x) = \ln(x^2) - (\ln x)^2$ c) $f_3(x) = \ln(2x) - (\ln x)^2$
 d) $f_4(x) = x - \ln(x)$ e) $f_5(x) = \frac{x+1}{2+\ln(x)}$ f) $f_6(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(x)-3}$

Exercice 5 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ b) $f_2(x) = \ln(x^2)$ c) $f_3(x) = \ln(-x^2 + 3x)$
 d) $f_4(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ e) $f_5(x) = \ln|x^2 - 4|$ f) $f_6(x) = \ln(x^2 - 4)$

$$\begin{array}{lll} \text{g)} \quad f_7(x) = \ln(x-2) + \ln(x+2) & \text{h)} \quad f_8(x) = \frac{1}{1+\ln(x)} & \text{i)} \quad f_9(x) = \frac{1}{\ln(x)} \\ \text{j)} \quad f_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{x} & \text{k)} \quad f_{11}(x) = \ln\left(\frac{x^2-2x}{x^2-1}\right) & \text{l)} \quad f_{12}(x) = \sqrt{1-x} + \ln(x) \end{array}$$

Exercice 6 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \ln(x) = 1 & \text{b)} \quad \ln(2-x) = 0 & \text{c)} \quad \ln(x+2) = \ln(2x-3) \\ \text{d)} \quad (x+3)\ln(x+2) = 0 & \text{e)} \quad \ln(x^2-4) = \ln(1-4x) & \text{f)} \quad \ln(x-2) + \ln(x+3) = \ln(9x-21) \\ \text{g)} \quad \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 3 & \text{h)} \quad (\ln x)^2 - 3\ln(x) - 2 = 0 & \text{i)} \quad \ln(x^2 - 2e^2) = 1 + \ln(x) \\ \text{j)} \quad \ln(x^2 - 2x) = \ln(2) + \ln(x^2 - x - 2) \end{array}$$

Exercice 7 :

On considère le polynôme $P(a) = (a-1)(a+1)(2a-9)$.

- Développer et ordonner ce polynôme
- En déduire la résolution de l'équation : $(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 - 2\ln x + 9 = 0$.

Exercice 8 :

Résoudre les inéquations suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \ln(x) > 1 & \text{b)} \quad \ln(x) < 0 & \text{c)} \quad \ln(2x+e) > 1 \\ \text{d)} \quad \ln(1-3x) \leq 0 & \text{e)} \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right) > 0 & \text{f)} \quad \ln(2x+1) \geq \ln(x+2) \\ \text{g)} \quad \ln(3x+2) > \ln(x-1) & \text{h)} \quad (x-1)\ln(x) < 0 & \text{i)} \quad \frac{x-2}{\ln(x)} \leq 0 \quad \text{j)} \quad (\ln x)^2 - 3\ln(x) + 2 \leq 0 \end{array}$$

Exercice 9 :

Résoudre les systèmes d'équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 3x+2y=23 \\ \ln(x)+\ln(y)=\ln(7) \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} \ln(xy)=7 \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right)=1 \end{cases} \end{array}$$

Exercice 10 :

Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = \ln(2-x)$ b) $f_2(x) = (x-3)\ln(3-x)$ c) $f_3(x) = \ln(x^2-3x+2)$
 d) $f_4(x) = \frac{1}{\ln(x)}$ e) $f_5(x) = \ln\left(\frac{2x+3}{x-1}\right)$ f) $f_6(x) = \frac{2}{\ln(x)-1}$
 g) $f_7(x) = x \ln(x)$ h) $f_8(x) = -(\ln x)^2 + 2 \ln(x) + 3$

Exercice 11 :

Montrer que la droite donnée est asymptote à la courbe représentative de la fonction correspondante.

- a) $f_1(x) = 2x - 1 + \frac{\ln(x)}{x}$, $y_1 = 2x - 1$
 b) $f_2(x) = x + \ln\left(\frac{ex}{x+1}\right)$, $y_2 = x + 1$
 c) $f_3(x) = -x + 2 + \ln\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$, $y_3 = -x + 2 + \ln(2)$

Exercice 12 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = \ln(x^2+2x+2)$ b) $f_2(x) = \frac{x \ln(x)+1}{x-1}$ c) $f_3(x) = x \ln(x)$
 d) $f_4(x) = \ln[(x-1)^2]$ e) $f_5(x) = x^2 + \frac{\ln(x)}{x}$ f) $f_6(x) = (x^2-x) \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

Exercice 13 :

Calculer les primitives des fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = \frac{2}{x}$ b) $f_2(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-2}$ c) $f_3(x) = \frac{3}{x-2}$
 d) $f_4(x) = \frac{1}{x^2-1}$ e) $f_5(x) = \frac{x^2+3x-1}{x^2}$ f) $f_6(x) = \frac{x}{(x-1)(x+3)}$
 g) $f_7(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Exercice 14 :

Soit f la fonction de la variable réelle x définie par $f(x) = \frac{3 - \ln(x)}{1 + \ln(x)}$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Calculer $f(e^3)$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 2$.
4. Calculer la dérivée de f et étudier le signe de cette dérivée.

Exercice 15 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) + \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 0$?
3. Calculer la dérivée de f .

Exercice 16 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{e^2}\right)$

1. Étudier la fonction f .
2. Calculer la dérivée de la fonction F définie par $F(x) = x \ln\left(\frac{x}{e^2}\right) - x$
3. On appelle (C) la courbe représentative de f . Calculer l'aire du domaine compris entre la courbe (C) , l'axe $x'Ox$ et les droites d'équations $x = e$ et $x = e^2$.

Exercice 17 :

1. Étudier la fonction f définie par $f(x) = 2x - \ln(x)$.
2. Tracer la courbe représentative (C) de f dans un repère orthonormé.
3. Calculer la dérivée de la fonction g définie pour tout $x > 0$ par $g(x) = x - x \ln(x)$. En déduire une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
4. Calculer alors l'aire de la portion du plan délimitée par la courbe (C) , l'axe $x'Ox$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 4$ (on donne $\ln(2) = 0,69$).

Exercice 18 :

On considère la fonction qui, au nombre réel x ($x > 0$), associe $f(x) = (2 + \ln(x)) \ln(x)$.

1. Étudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ et $\|\vec{j}\| = 4\text{cm}$
2. Former les équations des tangentes à la courbe aux points d'abscisses $x = 1$ et $x = e^2$.
3. Calculer la dérivée de la fonction g définie par $g(x) = x(\ln x)^2$
4. Calculer l'aire du domaine limité par l'axe Ox et l'arc de la courbe représentative de f correspondant aux $f(x)$ positifs.

Exercice 19 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{\ln(5-x)}$.

1. Résoudre l'équation $\ln(5-x) = 0$.
2. Quel est l'ensemble de définition D de f ?
3. Calculer les limites de f aux bornes de D .
4. Calculer l'expression de la dérivée de f .
5. Donner le tableau de variation de f .
6. Construire la courbe C représentant f dans un repère orthonormé (unité : 2cm).

Exercice 20 :

f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x)}$.

On note C la courbe représentant f dans un repère orthonormé (O, i, j) (unité : 2cm).

1. Résoudre l'équation $\ln(x) = 1$.
2. Calculer la dérivée f' de f .
Étudier le signe de $(\ln x) - 2$ en fonction de x .
En déduire les variations de f .
3. Déterminer la limite de f en 0.
Déterminer la limite de f en $+\infty$.
4. Dresser le tableau de variation de f et construire la courbe C en précisant les tangentes aux points d'abscisses 1, e et e^2 .

Exercice 21 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2 \ln(1-x) - \ln(5+x)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Étudier les variations de f .
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C représentant f avec l'axe des abscisses.
4. Donner une équation de la tangente à C au point d'abscisse -1 .
5. Construire C et cette tangente.

Série 1 : Exercices sur la fonction exponentielle

Exercice 1 :

Écrire plus simplement les expressions suivantes :

a) $e^{\ln(5)}$	b) $e^{-\ln(3)}$	c) $e^{\frac{1}{2}\ln(4)}$	d) $-\ln(e^{-2})$	e) $e^{-3\ln(5)}$
f) $\frac{1}{e^{\ln(\frac{1}{3})}}$	g) $\ln(\frac{1}{e^3})$	h) $e^{1+\ln(2)}$	i) $e^{\ln(6)-\ln(3)}$	j) $e^{x-\ln(x)}$
k) $\frac{e^{3+\ln(5)}}{e^{4+\ln(4)}}$	l) $\frac{e^{x^2-4}}{e^{x-2}}$	m) $\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2$		

Exercice 2 :

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $e^x=3$	b) $e^{x-2}=e^{2x+1}$	c) $e^{2x}+e^x-2=0$	d) $e^{x^2}=4$
e) $e^{x+1}=e^{-x-1}$	f) $e^x=-3$	g) $e^{2x}=3e^{-2}$	h) $3e^{2x}-11e^x+8=0$
i) $e^{6x+2}-e^{3x+1}=0$	j) $e^{\frac{1}{3}x} \times e^{-x}=e^{x^2}$	k) $-2-\frac{5}{e^x}+e^x=0$	l) $e^x-2e^{\frac{x}{2}}-5=0$

Exercice 3 :

- Développer l'expression $(x-1)(x+4)(x+3)$.
- En déduire la résolution dans IR de l'équation $e^{3x}+6x^{2x}+5e^x-12=0$.

Exercice 4 :

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} e^x+e^y=12 \\ e^x-e^y=\frac{4}{3} \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2e^x+3e^y=1 \\ 5e^x-5e^y=7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} e^{-x+y}-24e^{-x}+4=0 \\ 3e^x-2e^y=-4 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 5e^{-x}-3e^{-y}=3 \\ 7e^{-x}+6e^{-y}=11 \end{cases}$
--	---	--	--

Exercice 5 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $e^x < 3$	b) $e^{-x} < 0$	c) $e^{2x+1} < e^{x+2}$	d) $e^{x^2-3} > 0$
e) $e^{x+1}-1 > 0$	f) $e^{3x-1} \leq e^{x^2+1}$	g) $e^x-3e^{-x}-2 < 0$	

Exercice 6 :

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f_1(x) = e^{x^2-1} & \text{b) } f_2(x) = e^{\frac{1}{x}} & \text{c) } f_3(x) = \frac{3x}{e^x+1} \\ \text{d) } f_4(x) = \frac{5}{e^x-1} & \text{e) } f_5(x) = \ln(e^x-2) & \text{f) } f_6(x) = \frac{e^x+2}{e^x-2} \\ \text{g) } f_7(x) = \ln\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right) & \text{h) } f_8(x) = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{1}{\ln(e^x-2)} & \end{array}$$

Exercice 7 :

Vérifier que, pour tout x appartenant au domaine de définition, l'expression est vérifiée :

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{2e^x-1}{2e^x+5} = \frac{2-e^{-x}}{2+5e^{-x}} = 1 - \frac{6}{2e^x+5} \\ \text{b) } \frac{4e^x}{2e^x+3} = \frac{4}{2+3e^{-x}} = 2 - \frac{6}{2e^x+3} \\ \text{c) } \frac{e^{2x}}{e^x+1} = e^x - \frac{e^x}{e^x+1} = e^x - \frac{1}{1-e^{-x}} \end{array}$$

Exercice 8 :

Calculer les limites aux bornes du domaine de définition :

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f_1(x) = e^{-x} & \text{b) } f_2(x) = e^{x^2} & \text{c) } f_3(x) = \frac{e^x-1}{e^x+2} & \text{d) } f_4(x) = \frac{e^x}{e^{2x}-1} \\ \text{e) } f_5(x) = xe^x & \text{f) } f_6(x) = (x-1)e^{-x} & \text{g) } f_7(x) = \frac{e^x}{x} & \end{array}$$

Exercice 9 :

Démontrer que les droites d'équation données sont asymptotes à la courbe représentative de f.

$$\begin{array}{l} \text{a) } y = x-2 \text{ pour } f(x) = x-2+e^x \\ \text{b) } y = 2x+3 \text{ et } y = 2x+1 \text{ pour } f(x) = 2x+1 + \frac{2e^x}{e^x+3} \end{array}$$

Exercice 10 :

Calculer la dérivée de la fonction f :

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f_1(x) = x^2 + e^x + e^2 & \text{b) } f_2(x) = \frac{1}{e^x+1} & \text{c) } f_3(x) = (e^x)^2 & \text{d) } f_4(x) = \frac{e^x}{e^{2x}-1} \\ \text{e) } f_5(x) = e^{x^2+x} & \text{f) } f_6(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} & \text{g) } f_7(x) = \ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+2}\right) & \end{array}$$

Exercice 11 :

Calculer les primitives de la fonction f :

a) $f_1(x) = e^{2x}$

b) $f_2(x) = 2x e^{x^2}$

c) $f_3(x) = x^2 e^{x^3}$

d) $f_4(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1}$

e) $f_5(x) = \frac{2e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$

f) $f_6(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{2}{x}}$

g) $f_7(x) = \frac{e^{2x} + e^x}{(e^{2x} + 2e^x + 1)^2}$

Exercice 12 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{2x} - 2e^x$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$
2. Calculer $f'(x)$. Étudier les variations de f .
3. Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe représentative (C) de f au point d'abscisse $x = \ln(2)$.
4. Tracer (T) et (C) dans un repère orthonormé.

Exercice 13 :

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$ et (C) la courbe représentant f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 3cm.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?

Étudier la limite de f en $-\infty$.

Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = 1 - \frac{2}{e^x + 2}$

En déduire la limite de f en $+\infty$.

Précisez si (C) admet des asymptotes.

2. Montrer que f est dérivable en tout point de son ensemble de définition et expliciter la fonction f' .
Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
3. Calculer $f(0)$, $f(\ln(2))$, $f(\ln(4))$ et $f(\ln(8))$.
Déterminer l'abscisse du point de C dont l'ordonnée est $8/9$.
Donner une équation de la tangente D à C au point d'abscisse $\ln(2)$.
4. Construire D et C.

Exercice 14 :

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = 2x + 2 - e^x$.

1. Calculer à 0,01 près $f(-1)$, $f(\ln(2))$ et $f(3 \ln(2))$.
2. Calculer la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$.
3. Étudier les variations de f . (On admettra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$).
Vérifier que la droite d'équation $y = 2x + 2$ est asymptote à la courbe représentative (C) de f .
4. Construire la courbe (C) dans un repère orthonormé $(x'Ox)$, $(y'Oy)$, l'unité de longueur étant 2cm.
5. Déterminer la primitive F de f qui s'annule pour $x = 0$.
En déduire, en cm^2 , l'aire de l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $0 \leq x \leq \ln(2)$ et $0 \leq y \leq f(x)$.

Exercice 15 :

Soit f la fonction déterminée par $f(x) = x - e^x$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Calculer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$. (On donne $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$).
Vérifier que la courbe représentative (C) de f est asymptote à la droite (D) d'équation $y = x$.
3. Étudier les variations de f .
4. Construire (C) dans un repère orthonormé d'unité 2cm.
5. Calculer l'aire, en cm^2 , de la surface comprise entre la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = l$ ($l > 0$). Quelle est la limite de cette aire quand l tend vers $+\infty$?

Exercice 16 :

f est la fonction définie par $f(x) = 3x + 1 - \frac{1}{e^x}$.

1. a) Étudier les variations de f .
b) (C) est la courbe représentant f dans un repère orthonormal d'unité 1cm.
Montrer que la droite d'équation $y = 3x + 1$ est asymptote à la courbe (C).
2. a) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 et tracer cette tangente.
b) Construire (C).

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES N°3

EXERCICE 1 : équations ayant des expressions avec $\ln$

1) Après avoir précisé les contraintes sur l'inconnue, résoudre chacune des équations suivantes :

a) $\ln(x + 2) = 0$; b) $\ln(-x + 2) = 0$; c) $\ln(2x + 1) = 0$; d) $\ln(x + 2) = \ln e$; e) $\ln(1 - x) = 1$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) = 0$; b) $\ln[2(1 - x)] + \ln[2(1 + x)] = \ln 3$; c) $2(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$.

EXERCICE 2 : inéquations ayant des expressions avec $\ln$

1) Après avoir précisé les contraintes sur x , résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln(3x + 1) \leq 0$; b) $\ln \frac{x+1}{3x-5} \geq 0$; c) $\ln \frac{2x+1}{x-1} \geq 0$;

d) $(\ln x)^2 - \ln x - 42 \leq 0$; e) $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 2 > 0$;

f) $\ln(5x - 3) > 2$; g) $\ln(2x + 1) + \ln(x - 3) > \ln(x + 5)$;

h) $\ln(3 - x) + 1 \geq 0$; i) $\ln(x + 3) \leq 1 + \ln(1 - x)$.

2) On considère l'équation (E): $2x^2 - x - 6 = 0$.

a) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}$.

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation (I): $\ln x + \ln(2x - 1) > \ln 6$.

EXERCICE 3 : systèmes d'équations dans $\mathbb{R}^2$ comportant des expressions avec $\ln$

1) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants : $(S_1) \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases}$; $(S_2) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$

2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des systèmes d'équations suivants :

$$(S') : \begin{cases} 2\ln x - 3\ln y = 11 \\ 5\ln x + 7\ln y = 20 \end{cases}; \quad (S'') : \begin{cases} \ln x^2 - \ln y^3 = 11 \\ \ln x^5 + \ln y^7 = 20 \end{cases}; \quad (S''') : \begin{cases} \ln \frac{x^2}{y^2} = -4 \\ \ln x^2 y^2 = 12 \end{cases}$$

EXERCICE 4 : systèmes d'équations dans $\mathbb{R}^3$ comportant des expressions avec $\ln$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de GAUSS les systèmes suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 2x + y + 3z = 93 \\ 2x + 3y + 1,5z = 96 \end{cases}; \quad (S_2) : \begin{cases} 2x - 3y + z = 13 \\ -x + 2y + z = -4 \\ 3x - y + 2z = 17 \end{cases}$$

2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^3$ des systèmes suivants :

$$(S'_1): \begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 45 \\ 2\ln x + \ln y + 3\ln z = 93 \\ 2\ln x + 3\ln y + 1,5\ln z = 96 \end{cases} ; \quad (S'_2): \begin{cases} \ln x^2 - \ln y^3 + \ln z = 13 \\ -\ln x + \ln y^2 + \ln z = -4 \\ \ln x^3 - \ln y + \ln z^2 = 17 \end{cases}$$

Problème 1 :

g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$, par $g(x) = -4 + 2x\ln x$

- 1) Déterminer la limite de g en 0.
- 2) Montrer que pour tout x élément de $]0; +\infty[$, $g(x) = x \left(\frac{-4}{x} + 2\ln x \right)$.
- 3) Déterminer la limite de g en $+\infty$.
- 4) a. Résoudre dans $]0; +\infty[$, $2\ln x - 2 > 0$.
b. Calculer $g'(x)$ où g' est la fonction de g , et étudier son signe.
c. Dresser le tableau de variation de g . dérivée
- 5) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe de (C_g) de g au point $A(e^2; 0)$.
- 6) Représenter graphiquement (T) et (C_g) dans le même repère.

Problème 2 :

On considère la fonction f telle que $f(x) = x + \ln(x + 2)$, de représentation graphique (C) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Calculer les limites de f en -2 à droite et en $+\infty$.
- 3) Justifier que f est dérivable sur son ensemble de définition. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- 4) Dresser le tableau des variations de f .
- 5) Justifier que la droite d'équation $x = -2$ est asymptote à (C) .
- 6) Compléter le tableau ci-dessous avec les arrondis d'ordre 1 des images $f(x)$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

- 7) Tracer (C) sur $] - 2; 5]$.

Problème 3 :

On considère la fonction k dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$k'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$k(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

- 1) Déterminer le domaine de définition de k puis calculer les limites de k aux bornes de ce domaine.
- 2) Déterminer : $k(-2)$; $k(0)$; $k'(-2)$ et $k'(0)$
- 3) On suppose que $k(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ où a, b et c sont des réels.
 - a) Justifier que l'on a le système
$$\begin{cases} -2a + b - c = 0 \\ b + c = 4 \\ a - c = 0 \end{cases}$$
 - b) Déterminer alors les réels a, b et c .
 - c) Déterminer la primitive de k sur $] -1; +\infty[$ qui prend la valeur 2 en 0.
- 4) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est asymptote oblique à (C_k) .
- 5) Etudier les positions relatives de (C_k) par rapport à (D) .
- 6) Montrer que le point $\Omega\left(\frac{-1}{2}\right)$ est centre de symétrie de (C_k)
- 7) Déterminer les points de rencontre de (C_k) avec les axes du repère
- 8) Construire (C_k) et (D) dans le repère (O, I, J) .

EN ROUTE POUR LE BACCALAUREAT !!!

Proposée par : HAMADOU GAGA (ingénieur des travaux en production pétrolière et gazière, licence I Maths-Infos)

Albert Einstein : « *L'enseignement devrait être ainsi : celui qui le reçoit le recueille comme un don inestimable mais jamais comme une contrainte pénible.* »

Consigne : l'épreuve comporte trois exercices obligatoires pour tous. La clarté de la copie du candidat est exigée. Qu'on se le dise !!

EXERCICE 1 / 9 points

L'exercice comporte 6 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées, une seule réponse est exacte. L'écrire sur votre feuille de composition. Aucune justification n'est demandée.

- Le nombre réel 0,7373737373 a pour arrondi d'ordre 2 :
a) 0,737 b) 0,73 c) 0,74 d) 0,7 (1pt)
- La troncature au millième de $\sqrt{55}$ est :
a) 7,416 b) 7,417 c) 7,415 d) 7,1000 (1pt)
- Une approximation décimale d'ordre 4 par excès du nombre réel 50,26548246 est :
a) 50,2654 b) 50,2648 c) 50,265 d) 50,2655 (1pt)
- La notation scientifique du nombre $A = \frac{16 \times (10^{-3})^2 \times 30 \times 10^5}{24 \times 10^4}$ est :
a) 2×10^{-4} b) $2,4 \times 10^{-3}$ c) 16×10^{-6} d) $3,5 \times 10^5$ (1,5pt)
- La fraction irréductible égale au nombre réel $B = \left(2 - \frac{3 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{3}}\right) \div \left(1 - \frac{4}{3} \times \frac{\frac{3}{4} + 1}{\frac{3}{4} - 1}\right)$ est :
a) $\frac{18}{185}$ b) 1 c) $\frac{2}{3}$ d) aucune réponse n'est juste (1,5pt)
- L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation (I) : $-x^2 + 3x - 2 < 0$ est :
 $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$ b) $S_{\mathbb{R}} =]1, 2[$ $S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$ d) $S_{\mathbb{R}} = [1, 2]$ (1,5pt)
- L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation (J) : $2x^2 - 3x + 2 > 0$ est :
 $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$ b) $S_{\mathbb{R}} =]1, 2[$ $S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$ d) $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$ (1,5pt)

EXERCICE 2 / 6 points

On considère le polynôme $P(x)$ définie par $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$.

- Vérifier que 2 est une racine du polynôme $P(x)$. (1pt)
- Déterminer trois réel a, b et c tel que $p(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. (2pts)
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (1,5pt)
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$. (1,5pt)

EXERCICE 3 / 5 points

- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système $\begin{cases} -x - y = -16 \\ 5x + 10y = 115 \end{cases}$ (1pts)
- En déduire les solutions $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ du système : $\begin{cases} -x^2 - y^2 = -16 \\ 5x^2 + 10y^2 = 115 \end{cases}$ (1,5pt)
- SALIOU** a **575F** en pièce de **25F** et de **50F**. Il a en tout **16** pièces. Combien a-t-il de pièces de chaque sorte ? (2.5pts)

Examineur : M. NGANSOB NONO Yves (PLEG_Maths)

Logarithme Neperienne et Exponentielle

:

Juste pour s'amuser

Exercice 0

:

1. Exprimer les nombres suivants en fonction de $\ln 5$ et de $\ln 7$:

(a) $2 \ln 245$

(b) $5 \ln 25 - 2 \ln 343 + 7 \ln \frac{5}{7}$

(c) $-7 \ln \frac{49}{625}$

2. Compare les nombres suivants :

(a) $3 \ln 2$ et $2 \ln 3$

(b) $7 \ln \sqrt{3}$ et $3 \ln \sqrt{7}$

(c) $5 \ln \sqrt{144}$ et $5 \ln 12$

3. Compare les nombres suivants :

(a) $e^{\frac{1}{2}}$ et $\sqrt{e}$

(b) e^{7-a} et e^{-a}

(c) e^{15} et $(e^3)^5$

4. Répondre par **Vrai** ou **Faux** aux assertions suivantes en justifiant :

(a) $\ln e = 1$ et $e^1 = 0$

(b) $e^0 = 1$ et $\ln 0 = 1$

(c) le nombre réel e est sensiblement égal à 2.71(d) La fonction $\ln$ est définie sur $[0; +\infty[$ (e) La fonction $\ln$ est positive sur $\mathbb{R}$ (f) La fonction $\exp$ est positive sur $\mathbb{R}$ (g) Les fonctions $\ln$ et $\exp$ sont croissantes sur leur domaine de définition(h) La fonction $\ln$ est paire(i) L'arrondi d'ordre 3 de $\ln 8$ est 2.079(j) La troncature d'ordre 3 de $\ln 8$ est 2.079(k) L'approximation d'ordre 4 par excès de e^{-1} est 0.3679

Exercice 1

:

Simplifier les expressions suivantes

1. $A = \ln e^2 \sqrt{e}$

2. $B = \frac{1}{3} \ln e^{27}$

3. $C = \ln e^3 - \ln e^2$

4. $D = \ln e^{-3} - 2 \ln \frac{1}{e}$

5. $E = \frac{\ln e^3}{\ln e^{-1}}$

6. $F = \frac{2}{3} \ln \sqrt{3}$

7. $G = \ln 3e^{-2} + \ln 9e^2$

8. $H = 3 \ln \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

9. $I = \ln 8e - \ln 2e^2$

10. $J = \frac{1}{3} \ln 32$

11. $K = \frac{1}{8} \ln 256$

12. $L = e^{2x} \times e^{1-2x}$

13. $M = \frac{e^{2 \ln 3}}{3 \ln e^3}$

14. $N = 4 \ln e^3 - 5e^{2 \ln 3}$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$

- | | | |
|---------------------|---|--|
| 1. $\ln(x-1) = 3$ | 5. $\ln(x+2) = \ln(x-3)$ | 9. $\ln^2 x - \ln x - 6 = 0$ |
| 2. $e^{3-x} = 5$ | 6. $\ln(2x+3) = \ln(x+11)$ | 10. $e^{2x} - e^x - 6 = 0$ |
| 3. $e^{-2x+3} = -1$ | 7. $\ln\left(\frac{5-4x}{x+3}\right) = 0$ | 11. $\ln(2x-3) + \ln x = 0$ |
| 4. $\ln(1-2x) = -3$ | 8. $e^{1-x} = 0$ | 12. $\ln(4-x^2) + \ln\left(\frac{1}{x+2}\right) = 0$ |

Exercice 3

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$

- | | | |
|---|--|-------------------------------------|
| 1. $\ln x < 0$ | 6. $\ln(x^2 - 4) \leq \ln x + \ln 2$ | 11. $\ln^2 x - 7 \ln x + 12 \leq 0$ |
| 2. $\ln\left(\frac{1}{x}\right) \geq 0$ | 7. $\ln(2x+3) \geq (x-4)$ | 12. $e^{2x} - 7e^x + 12 > 0$ |
| 3. $e^x < 0$ | 8. $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$ | 13. $\ln^2 x - \ln x - 2 \geq 0$ |
| 4. $e^{-x} \geq 0$ | 9. $e^{3-x} \geq 5$ | 14. $-e^{2x} - e^x + 2 < 0$ |
| 5. $\ln(2x-3) \geq 1$ | 10. $e^{x+4} > e^{-x-2}$ | 15. $e^x + 5 \geq 4e^{-x}$ |

Exercice 4

Résoudre les systèmes suivants

- | | |
|--|---|
| 1. $\begin{cases} xy = 2 \\ \ln x - \ln y = 1 \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} 2 \ln x - \ln y = 1 \\ 3 \ln x + 2 \ln y = 5 \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} e^x + 3e^y = 3 \\ x + y = 10 \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} \ln xy = 4 \\ (\ln x)(\ln y) = -12 \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 2e^x - e^y = 1 \\ e^x + 2e^y = -4 \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 2 \ln x + 4 \ln y - \ln z = 1 \\ 3 \ln x - 2 \ln y + 2 \ln z = 3 \\ -\ln x + 6 \ln y - \ln z = 0 \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} 2 \ln x - \ln y = 1 \\ \ln x + 2 \ln y = -5 \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} e^x - e^y - e^z = 600 \\ -e^x + 3e^y - e^z = 1200 \\ -e^x - e^y + 7e^z = 2400 \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} x + y = 55 \\ \ln x + \ln y = \ln 700 \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} 3 \ln x - 4 \ln y + 2 \ln z = -1 \\ -2 \ln x + \ln y + 3 \ln z = 5 \\ -6 \ln x - 7 \ln y + \ln z = -1 \end{cases}$ |

Exercice 5

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - x - 20 = 0$
- Soit dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : \ln(x+3) + \ln(x-4) = 3 \ln 2$
 - Donner l'ensemble de validité de (E)
 - Résoudre (E)

(c) Résoudre $\ln(x+3) + \ln(x-4) \geq 3 \ln 2$

Exercice 6

Déterminer le domaine de définition des fonctions f définies par :

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1. $f(x) = \ln \frac{1}{x}$ | 5. $f(x) = \ln(2x-3)$ | 10. $f(x) = e^{\left(\frac{x-2}{x+2}\right)}$ |
| 2. $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ | 6. $f(x) = x - \ln(1-x)$ | 11. $f(x) = \ln \left(\frac{x-2}{x+2} \right)$ |
| 3. $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ | 7. $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ | 12. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ |
| 4. $f(x) = \frac{x-1}{1 + \ln x}$ | 8. $f(x) = x \ln x + 2$ | 13. $f(x) = \frac{1}{xe^x}$ |
| | 9. $f(x) = x - \ln x$ | |

Exercice 7

Déterminer les limites des fonctions f aux bornes du domaine de définition :

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $f(x) = \ln x - x$ | 4. $f(x) = \frac{\ln x}{e^x}$ | 8. $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ |
| 2. $f(x) = e^x - x$ | 5. $f(x) = x^2 e^x$ | 9. $f(x) = x \ln x + 2$ |
| 3. $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$ | 6. $f(x) = x \ln x$ | 10. $f(x) = \frac{1}{xe^x}$ |
| | 7. $f(x) = x - \ln(1-x)$ | |

Exercice 8

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = 4x^4 - 28x^3 + 25x^2 + 84x - 45$

- Calculer $P(3)$ et $P(5)$ puis conclure
- Déterminer les réels a, b, c tels que $P(x) = (x-3)(x-5)(ax^2 + bx + c)$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ $P(x) = 0$ et $P(x) \leq 0$
- Déduire dans $\mathbb{R}$, les solutions de :

$$\ln^4 x - 28 \ln^3 x + 25 \ln^2 x + 84 \ln x - 45 = 0$$

$$4e^{4x} - 28e^{3x} + 25e^{2x} + 84e^x - 45 = 0$$

$$4e^{4x} - 28e^{3x} + 25e^{2x} + 84e^x - 45 \geq 0$$

$$\ln^4 x - 28 \ln^3 x + 25 \ln^2 x + 84 \ln x - 45 \leq 0$$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(4x^4 + 25x^2 - 45) + \ln\left(\frac{1}{84x - 28}\right) = 0$

Exercice 9

On donne la fonction f définie par : $f(x) = 2x + 3 - \ln x$

- Déterminer le domaine de définition de f
- Déterminer la limite de f en 0
- Vérifier que $f(x) = x \left(2 + \frac{3}{x} - \frac{\ln x}{x} \right)$ puis déduire la limite de f en $+\infty$
- f admet-elle une asymptote ? Si oui préciser son équation
- Calculer la dérivée de f puis étudier la variation de f

6. Dresser le tableau de variation de f
7. Calculer $f(1)$ puis trouver les points où la courbe rencontre l'axe des abscisses.
8. Construire la courbe de la fonction f
9. Tracer la courbe de la fonction $x \mapsto -\ln x$
10. Résoudre graphiquement $f(x) = -\ln x$ et numériquement $f(x) \leq -\ln x$

Exercice 10

On donne la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x+1)$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1. Déterminer le domaine de définition de f
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition
3. Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation.
4. Démontrer que le point O est l'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
5. Ecrire l'équation de la tangente (D) à $\mathcal{C}$ en O .
6. Calculer la limite du rapport $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$
7. Vérifier que $\mathcal{C}$ possède une asymptote et préciser une équation en $+\infty$
8. Tracer (D) et $\mathcal{C}$ dans un même repère
9. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = m$ en discutant suivant les valeurs du paramètre m

Exercice 11

Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = x - 1 - 2\ln x$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé. Unités sur les axes : $2cm$

1. Déterminer le domaine de définition de f
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition
3. Déterminer la dérivée f' de f et étudier son signe.
4. En déduire le tableau de variation de f
5. Ecrire une équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 1.
6. Tracer (D) et C_f dans un même repère

Exercice 12

f est la fonction numérique d'une variable réelle définie par : $f(x) = -1 + e^{x+1}$. On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé. Unités sur les axes : $1cm$

1. Déterminer le domaine de définition de f
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition
3. Déterminer la dérivée f' de f et étudier son signe dans $\mathbb{R}$.
4. Dresser le tableau de variation de f
5. Calculer les réels $f(0)$, $f(-1)$, $f(-\frac{3}{2})$ et $f(\ln 2)$.

6. On admet que la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$ est égale à $+\infty$. Quelle conclusion peut-on en tirer ?
7. Ecrire une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x_0 = 0$
8. Tracer $\mathcal{C}$ et (T) dans un même repère.

Exercice 13

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 2 + \frac{1}{e^x}$. On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé. Unités sur les axes : $2cm$

1. Calculer la limite de f en $+\infty$
2. Vérifier que, pour tous $x \neq 0$, on a : $f(x) = x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x} \right)$
3. Dédurre que la limite de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$ donne $+\infty$. (On admet que xe^x tend vers 0 en $-\infty$)
4. Montrer que $f'(x) = \frac{e^x - 1}{e^x}$ et étudier le sens de variations de f .
5. Calculer la limite de $[f(x) - (x - 2)]$ en $+\infty$.
6. En déduire que $(D) : y = x - 2$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
7. Etudier les positions relatives de $\mathcal{C}$ et de (D)
8. Tracer $\mathcal{C}$ et (D) dans un même repère.

Fuis les passions de la jeunesse!!

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. Toute trace de recherche (même incomplète) ou d'initiative (même infructueuse) sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 (5points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 5x + 4 = 0$. 1pt

II/-On donne $P(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$.

- 1- Vérifier que -3 est une racine de P . 1pt
- 2- En déduire les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x + 3)(ax^2 + bx + c)$. 1pt
- 3- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$. 1pt
- 4- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) > 0$. 1 pt

EXERCICE 2 (5 points)

A chacune des questions ci-dessous, quatre réponses vous sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

- 1) L'arrondi d'ordre 2 du réel $75,5 \times 10^{-4} \times 9500$ est :
 a) 73,69 b) 72,96 c) 71,73 d) 72,69 1pt
- 2) La notation scientifique du nombre réel $\frac{80 \times (10^{-5})^2 \times 30 \times 10^3}{96 \times 10^{-4}}$ est :
 a) 2×10^{-2} b) $2,5 \times 10^{-2}$ c) $5,2 \times 10^2$ d) $2,5 \times 10^2$ 1pt
- 3) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{-x+1}{x+1} \leq 0$ est :
 a) $] -1; 1[$ b) $] -\infty; -1[\cup [1; +\infty[$ c) $] -\infty; 1] \cup [1; +\infty[$ d) $] -1; 1]$ 1pt
- 4) Dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x - 7y = 0 \\ 3x + 2y = 23 \end{cases}$ a pour couple de solutions :
 a) $(1; 7)$ b) $(7; 1)$ c) $(-1; 7)$ d) $\{-1; 7\}$ 1pt
- 5) Soit f une fonction polynôme définie par $f(x) = 6x^4 + x^2 - 2$.
 L'ensemble des solution de l'équation $f(x) = 0$ est :
 a) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ b) $\left\{\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ c) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ d) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ 1pt

PROBLEME : 10 points

PARTIE A/ 5 points

- 1) Par la méthode du Pivot de GAUSS, résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système suivant
 $(S): \begin{cases} 2x + 5y + 4z = 250 \\ 3x + 3y + z = 135 \\ 2x + 7y + 8z = 410 \end{cases}$ 2pts
- 2) Les élèves Marie, Fanta et Halima d'un établissement dans la ville de Maroua achètent toutes les mêmes variétés de pagnes Super Wax, Côte-d'Ivoire et Anglais au marché.
 Marie achète 2 Super Wax, 5 Côte-d'Ivoire et 4 Anglais. Elle paye au total 250.000 F CFA.

Fanta achète 3 Super Wax, 3 Côte-d'Ivoire et 1 Anglais. Elle paye au total 135.000 F CFA.
 Halima achète 2 Super Wax, 7 Côte-d'Ivoire et 8 Anglais. Elle paye au total 410.000 F CFA.
 On voudrait déterminer le prix unitaire de chaque variété pagne.

- a) Former le système traduisant le problème posé. 1.5 pt
 b) Déterminer alors le prix unitaire de chaque variété de pagne. 1,5pt

PARTIE B / 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{-2x^2 - x + 10}{x+2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f . 0.5 pt
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$. 2pts
3. Montrer $f(x) = -2x + 3 + \frac{4}{x+2}$. 0.75pt
4. Déterminer les coordonnées des points de rencontres de la courbe de f avec l'axe des abscisses. 1.25 pt
5. Trouver les coordonnées du point de rencontre de la courbe de f avec l'axe des ordonnées. 0.5 pt



EXAMENS BLANCS N° 1

ÉPREUVE DE : Mathématiques

Classes : T^{le} A₄

Durée : 03heures

Coef. : 2

Exam : NGUE ELIE

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages. La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 7points

- 1- Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y - 2z = 0 \\ 5x + 4y + 3z = 52000 \end{cases}$$
 2pts
- 2- On partage une somme de 52 000Fcf entre 5 hommes, 4 femmes et trois enfants. La part de chaque homme est égale à la somme des parts d'une femme et d'un enfant. La part de chaque femme est le double de celle d'un enfant.. Déterminer ce que reçoivent un homme une femme et un enfant 1,5pt
- 3- On considère le polynôme $p(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$
 - a) Calculer $p(3)$. 0,5pt
 - b) Déterminer deux réels b et c tels que $g(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$ 1pt
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $p(x) = 0$ et $p(x) \geq 0$ 1pt
 - d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-x^4 - 2x^2 + 8 = 0$ 1pt

EXERCICE 2 : 5points

Pour chacune des questions de cet **exercice**, quatre réponses vous sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte. Ecrire la réponse juste sur votre feuille de composition. Aucune justification n'est demandée

1. L'ensemble solution du système
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 3y^2 = 4 \\ \frac{1}{x} - 4y^2 = -5 \end{cases}$$
 est : 1pt

a) $S = \{(9; 31)\}$	b) $S = \left\{\left(\frac{1}{31}; 3\right); \left(\frac{1}{31}; -3\right)\right\}$	c) $S = \{(-9; 31); (31; 9)\}$	d) $S = \{(-31; 9)\}$
----------------------	---	--------------------------------	-----------------------

2. L'ensemble solution du système
$$\begin{cases} xy = -60 \\ x + y = 11 \end{cases}$$
 est : 1pt

a) $S = \{(-4; 15)\}$	b) $S = \{(-4; 15); (15; -4)\}$	c) $S = \{(-15; 4); (-15; 4)\}$	d) $S = \{15; -4\}$
-----------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------

3. L'arrondi d'ordre 2 de $\frac{79}{103}$ est le nombre :

1pt

a) 0,75	b) 0,67	c) 0,76	d) 0,77
---------	---------	---------	---------

4. On considère la fonction f définies sur $I =]0; -\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{x} + 4x + \frac{13}{3}$

a) La dérivée de f sur I est la fonction f' définie par :

1pt

a) $f'(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x^2} + 4$	b) $f'(x) = 3x^2 - 2x - \frac{1}{x^2} + 4$
c) $f'(x) = x^2 - 2x - \frac{1}{x^2} + 4$	d) $f'(x) = x^2 - 2x - \frac{1}{x} + 4$

b) Une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 est :

1pt

a) $y = 4x + \frac{13}{3}$	b) $y = -4x + \frac{13}{3}$
c) $y = 4x - \frac{13}{3}$	d) aucune réponse n'est juste

PROBLEME : 08points

Soit f la fonction numérique de variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1-

- a) Justifier que le domaine de définition de f est $D =]-\infty, 1[\cup]1; +\infty[$ 0,5pt
- b) Calculer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, à gauche en 1 et à droite en 1. 1pt
- c) Déduire une équation cartésienne de l'asymptote verticale (D_1) à (C) 0,25pt

2-

- a) Justifier que pour tout x de D , $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$ 0,5pt
- b) Démontrer que la droite (D_2) d'équation cartésienne $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C) 0,75pt
- c) Etudier la position relative de (C) et (D_2) 0,75pt

3-

- a) Vérifier que pour tout x de D , $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de f 0,5pt
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 2x - 3 = 0$ 0,5pt
- c) Déduire le sens de variations de f puis dresser son tableau de variations. 1,5pt

4- Ecrire une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 2 0,75pt

5- Démontrer que le point B(1 ; 3) est un centre de symétrie de (C). 1pt

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : **6 points**

Soit P le polynôme défini par $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$.

- 1) Calculer $P(-1)$ et conclure. **0,5pt**
- 2) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout réel x , $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$. **1,5pt**
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$. **1,5pt**
- 4) Dédire la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
 - a) $2(\ln x)^3 - \ln^2 x - 5\ln x - 2 = 0$. **1pt**
 - b) $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : **4 points**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de GAUSS le système suivant :

$$(S): \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 2x + y + 3z = 93 \\ 2x + 3y + 1,5z = 96 \end{cases} \quad \text{2pts}$$

2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^3$ des systèmes suivants :

$$(S_1): \begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 45 \\ 2\ln x + \ln y + 3\ln z = 93 \\ 2\ln x + 3\ln y + 1,5\ln z = 96 \end{cases} ; \quad (S_2): \begin{cases} e^x + e^y + e^z = 45 \\ 2e^x + e^y + 3e^z = 93 \\ 2e^x + 3e^y + 1,5e^z = 96 \end{cases} \quad \text{1ptx2= 2pts}$$

PROBLEME: **10 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(0, I, J)$ d'unité graphique $1cm$.

- 1) (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **0,5pt**
 (b) Quelle interprétation graphique peut-on déduire pour la courbe (C) ? **0,5pt**
 (c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. **0,5pt**
- 2) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que $f'(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}$. **1pt**
- 3) (a) Etudier, pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, le signe de $f'(x)$. **0,5pt**
 (b) En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. **1pt**
- 4) Recopier et compléter le tableau suivant : (les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près). **1,5pt**

x	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

- 5) Tracer la courbe (C) dans le repère $(0, I, J)$. **1,5pt**
- 6) Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. (On vérifiera que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x) = \ln[x(x + 1)]$ et on donnera la valeur exacte de la solution). **1,5pt**
- 7) Montrer que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x\ln x + (x + 1)\ln(x + 1) - 2x$ est une primitive de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. **1,5pt**

Examineur : **HAMADOU GAGA**

Good work !!!

Compétence visée : Résoudre les systèmes d'équations, polynômes du second degré avec logarithme, exponentielle, étudier et tracer une fonction logarithme népérienne.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : 6,5 pts

- 1- Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) $\begin{cases} 2x + y + z = 14 \\ x - 4y + 2z = -2 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ et en déduire l'ensemble solution de

$$(S') \begin{cases} 2e^x + e^y + e^z = 14 \\ e^x - 4e^y + 2e^z = -2 \\ e^x + e^y - e^z = 0 \end{cases} \quad 1,5pt \times 2$$

- 2- On désigne par : $p(x) = -2(x - 5)(x + 1)$, une fonction polynôme de $\mathbb{R}$.

a) Montrer que $p(x) = -2x^2 + 8x + 10$ 0,5pt

b) En déduire les solutions de : a) $-2\ln^2 x + 8\ln x + 10 = 0$ b) $-2\ln^2 x + 8\ln x + 10 \leq 0$ 1,5pt x 2

EXERCICE 2 : 3,5 pts

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquation suivantes :

a) $e^{2x-5} = 2$

b) $e^{-x+2} = e^{3x+4}$

c) $e^{-2x} - 3e^{-x} + 2 \geq 0$

1pt x 2 + 1,5pt

PROBLEME : 10 pts

Soient $f(x) = \ln(1 - x) + 2$ une fonction définie de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, et ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative

- 1- Déterminer le domaine de définition de f . 0,5pt
- 2- a) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f . 0,5pt x 2
 b) En déduire que $x = 1$ est une asymptote verticale à la courbe de f . 0,5pt
- 3- Calculer la fonction dérivée f' de f . 1pt
- 4- On suppose $f'(x) = \frac{-1}{1-x}$,
 a) Etudier le sens de variation. 1pt
 b) dresser le tableau de variation de f . 1,5pt
- 5- Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe ($\mathcal{C}$) au point d'abscisse 0. 0,5pt
- 6- Déterminer les points de rencontres avec les axes de coordonnées. 0,5pt + 0,5pt
- 7- Construire dans le même repère (T) et ($\mathcal{C}$) 0,5pt + 1,5pt
- 8- Déterminer l'ensemble de définition de $g(x) = f(x - 2)$ et représenter la courbe de g dans le même repère que celle de f . 0,5pt + 0,5pt

DRE-M	Devoir surveillé du premier semestre	classe	Année scolaire : 2018-2019
LYCEE AKLAKOU	Epreuve de mathématiques	T leA4	Durée : 02h ; coef : 02 PROF :KOUGBENA

Exercice1

1) Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$a) \begin{cases} \frac{4}{x+3} + \frac{1}{2y-1} = 11 \\ \frac{7}{x+3} + \frac{2}{2y-1} = 20 \end{cases} ; b) \begin{cases} 5(x+3)^2 + y^2 = 1 \\ 7(x+3)^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

2) Soit le polynôme p défini par $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 14x - 8$

a) Ayélé, une élève de la classe de terminale A4 affirme que 2 est un zéro de $P(x)$. A-t-elle raison ?

b) Factoriser $P(x)$ et résoudre dans $\mathbb{R}$: $P(x) = 0$; $P(x) \geq 0$; $P(x) \leq 0$

Problème :

Le plan est muni du repère (O, I, J) . Soit la fonction f définie par $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+2}$ et (C) sa représentation graphique.

1)a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .

b) Calculer les limites de f aux bornes de D

2)a) Etudier les variations de f .

b) Dresser le tableau de variations de f

3)a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C) .

b) Etudier la position relative de (C) et $(\mathcal{D})$

c) Indiquez une équation de l'autre asymptote verticale (Δ)

4)a) Démontrer que le point $\Omega(-2; -1)$ est un centre de symétrie de (C)

b) Construire (C) et ses asymptotes.

BONNE CHANCE

DRE-M	Devoir surveillé du premier semestre	classe	Année scolaire : 2018-2019
LYCEE AKLAKOU	Epreuve de mathématiques	T leA4	Durée : 02h ; coef : 02 PROF :KOUGBENA

Exercice1

1) Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$a) \begin{cases} \frac{4}{x+3} + \frac{1}{2y-1} = 11 \\ \frac{7}{x+3} + \frac{2}{2y-1} = 20 \end{cases} ; b) \begin{cases} 5(x+3)^2 + y^2 = 1 \\ 7(x+3)^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

2) Soit le polynôme p défini par $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 14x - 8$

a) Ayélé, une élève de la classe de terminale A4 affirme que 2 est un zéro de $P(x)$. A-t-elle raison ?

b) Factoriser $P(x)$ et résoudre dans $\mathbb{R}$: $P(x) = 0$; $P(x) \geq 0$; $P(x) \leq 0$

Problème :

Le plan est muni du repère (O, I, J) . Soit la fonction f définie par $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+2}$ et (C) sa représentation graphique.

1)a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .

b) Calculer les limites de f aux bornes de D

2)a) Etudier les variations de f .

b) Dresser le tableau de variations de f

3)a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C) .

b) Etudier la position relative de (C) et $(\mathcal{D})$

c) Indiquez une équation de l'autre asymptote verticale (Δ)

4)a) Démontrer que le point $\Omega(-2; -1)$ est un centre de symétrie de (C)

b) Construire (C) et ses asymptotes.

BONNE CHANCE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES*L'épreuve comporte deux exercices et un problème.**Les pages sont numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction sera prise en compte.***EXERCICE 1 : 05 points**

I/ Pour chacune des propositions ci-dessous, une seule réponse est juste. Recopier le numéro de la question suivi de cette réponse juste.

1- La fonction $x \mapsto 1 - x^2$ est :

- a) Ni paire, ni impaire ; b) Paire ; c) Impaire

1pt

2- L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \sqrt{-x}$ est :

- a) $]0 ; +\infty[$ b) $]-\infty ; 0]$ c) $\mathbb{R}$

1pt

3- Pour tout $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ la limite de la fonction $x \mapsto \frac{x^2+9}{3-x}$ quand x tend vers 3 par valeur positive est :

- a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

1pt

II/ Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x > 0 \\ x + 2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

1pt

- b) La fonction f est-elle continue en 0 ? Justifier votre réponse

1pt

EXERCICE 2 : 05 points

1- On considère le système suivant : (S): $\begin{cases} x + y + z = 120 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 75. \end{cases}$

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système (S) à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

2pts

2- Paul possède trois (03) sacs dont un (01) de maïs, un (01) d'igname et un (01) de riz. Les trois (03) sacs pèsent ensemble 120kg. La somme des poids du sac de maïs et du sac de riz est le double de celui du sac d'igname. Si l'on ajoute 75kg au sac du riz, son poids sera le double de la somme des poids du sac du maïs et du sac d'igname. On désigne par x le poids du sac de maïs, y le poids du sac d'igname, et z celui du sac de riz

- a) Montrer que x, y et z vérifient le système (S)

2pts

- b) En déduire le poids de chaque sac

1pt

PROBLEME : 10 points

Partie A : 05,5 points

1. Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 + 102x - 535 = 0$ 1pt
2. Résoudre dans IR l'inéquation suivante : $x^2 + 102x - 535 \geq 0$ 1pt
3. On place une somme de 200 000 F dans une banque afin de produire des intérêts. Cette somme est placée à un taux annuel de %. Après un an, on retire le capital placé et les intérêts qu'il a produit pour le replacer le tout à un taux de $(x + 2)$ %. L'intérêt produit au cours de cette deuxième année est alors 14 700 F.
 - a) Déterminer en fonction de x la somme retirée à la fin de la première année. 0,5pt
 - b) Déterminer en fonction de x l'intérêt produit à la fin de la deuxième année. 1,5pt
 - c) En déduire que x vérifie l'équation $x^2 + 102x - 535 = 0$. 1pt
 - d) Trouver la valeur de x 0,5pt

Partie B : 04,5 points

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

- 1- Calculer $P(-3)$ et conclure 0,5pt
- 2- Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x + 3)Q(x)$ 1pt
- 3- On suppose que $Q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
 - a- Vérifier que 1 est racine du polynôme $Q(x)$. 0,25pt
 - b- Déterminer les réels a : b et c tels que $Q(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ 0,75pt
- 4- Résoudre dans IR l'équation $P(x) = 0$ 1pt
- 5- Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$ 1pt