Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 2023
Série : TI
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h Coefficient : 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,75 points)

1. Détermine les racines cubiques de 8 sous la forme algébrique dans $\mathbb{C}$. **0,75pt**
2. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considère les points A,B et C d'affixes respectives $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=-1-i\sqrt{3}$ et $z_C=2$.
   - **(a)** Montre que $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$. En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,75pt**
   - **(b)** Détermine le centre et le rayon du cercle Γ_1 circonscrit au triangle ABC. **1,5pt**
   - **(c)** Montre que l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z qui vérifie $2\left(z+\bar{z}\right)+z\bar{z}=0$ est le cercle de centre Ω d'affixe -2 et de rayon 2. **0,5pt**
   - **(d)** Vérifie que A et B sont des éléments de Γ_2. **0,5pt**
   - **(e)** Détermine l'écriture complexe de la similitude directe S de centre Ω qui transforme A en B. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

Soit $\left(E\right)$ l'équation différentielle $y'-2y=0$ où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. **(a)** Résous l'équation $\left(E\right)$ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
   (b) Montre que la solution f de $\left(E\right)$ telle que $f\left(0\right)=1$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=e^{2x}$. **0,5pt**
   (c) Détermine en fonction de n la valeur moyenne de f sur l'intervalle $\left[n,n+1\right]$. **0,5pt**
2. Soit $\left(U_n\right)$ la suite définie par : $U_n=\dfrac{1}{2}\left(e^2-1\right)e^{2n}$ pour tout entier $n\geq 0$.
   - **(a)** Calcule U_0 et U_1. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que $\left(U_n\right)$ est une suite géométrique de raison e^2. **0,5pt**
   - **(c)** Détermine la valeur exacte de la somme : $U_0+U_1+U_2+\cdots+U_{2023}$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3 points)

Une urne contient cinq jetons numérotés de 1 à 5, tous indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux jetons de l'urne et on note par a et b les nombres lus respectivement sur le premier jeton, puis sur le deuxième jeton tiré.

A cette expérience aléatoire, on associe la matrice $M=\begin{pmatrix}a & 4\\ 1 & b\end{pmatrix}$ d'une application linéaire f dans la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ d'un plan vectoriel E dans E.

1. Détermine la probabilité de l'événement A : « f est un automorphisme de E ». **0,75pt**
2. Démontre que la probabilité de l'événement B : « le déterminant de M est nul » est égale à $0,12$. **0,75pt**

http://sujetexa.com | http://maxiepreuves.com

3. On suppose que $a=2$ et $b=2$.

(a) Détermine le noyau et l'image de f. **1pt**

(b) Donne une base de ce noyau de f et une base de l'image de f. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4,25 points)

1. On considère la fonction g définie sur $]-1;0[$ par : $g(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$.

(a) Calcule les limites de g à droite en -1 et à gauche en 0. **0,5pt**

(b) Etudie les variations de g. **0,5pt**

(c) Déduis-en que pour tout réel x de l'intervalle $]-1;0[$, $g(x)<0$. **0,25pt**

(d) Montre que pour tout réel x de l'intervalle $]-1;0[$, $g(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$. **0,5pt**

(e) Déduis-en sur $]-1;0[$, la primitive G de g qui s'annule en $-\dfrac{1}{2}$. **0,5pt**

2. On considère la fonction f définie sur $]-1;0[$ par $f(x)=\ln\left(\dfrac{-x}{x+1}\right)$.

(a) Détermine les limites de f aux bornes de l'intervalle $]-1;0[$. **1pt**

(b) Montre que pour tout réel x de $]-1;0[$, $f'(x)=g(x)$. **0,5pt**

(c) Déduis-en le sens de variation de f sur $]-1;0[$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

TANG voudrait se marier malgré ses moyens limités, puis voyager avec son épouse, afin de finaliser un projet qu'il avait entamé. Dans le souci de pouvoir acheter le billet d'avion de sa femme, il place l'argent de son billet d'avion dans une banque a un taux d'intérêt annuel composé de 5%. Dans cette banque, pour tout calcul, $\ln 2=0,69$ et $\ln 1,05=0,049$.

Pour son mariage, il se rend dans un magasin où le prix de chaque article a subi deux baisses successives de même taux à telle enseigne qu'une veste qui coûtait 140.000 F avant ces baisses est vendue à 126.350 F. TANG ne dispose que de 17.500 F pour acheter un sac qui coûtait 20.000 F après la 1ère baisse et qui a subi le même taux de baisse que la veste.

Pour son projet, TANG ne compte que sur les loyers des maisons que lui a léguées son père. Ces maisons produisent une somme $S(x)=\dfrac{x^3-15x^2+63x}{2}$ en millions de francs où x est le rang de l'année à compter de l'année de leur mise en location. Son projet ne peut être réalisé que si au cours des neuf premières années, il obtient au moins 41 millions de francs en un an.

Tâches :

1. A partir de combien d'années les intérêts produits à la banque permettront-ils à TANG d'acheter un autre billet d'avion pour son épouse ? **1,5pt**

2. TANG pourra-t-il à partir des loyers de ses maisons réaliser son projet ? **1,5pt**

3. TANG pourra-t-il acheter ce sac ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt