



CORRIGÉ HARMONISÉ NATIONAL

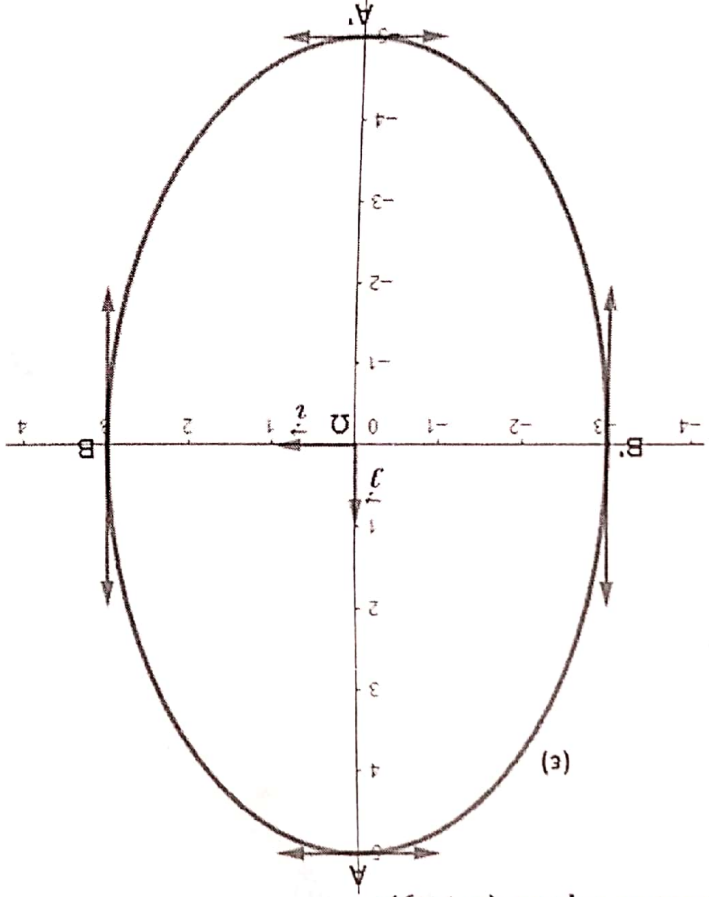
EXAMEN: BACCALAURÉAT
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES
SÉRIE : C

SESSION : 2023
DURÉE : 4 Heures
COEFFICIENT : 7

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES											
RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS											
EXERCICE 1 : 4,5 points											
BARÈMES	COMMENTAIRES										
1) Dressons le tableau des variations de f sur $\mathcal{D}$. La fonction f est dérivable sur $\mathcal{D}$ et pour tout $\forall x \in \mathcal{D}$, $f'(x) = 1 + \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x-1}} - 1} = 1 + \frac{1}{2x-2}$ $\forall x \in \mathcal{D}, f'(x) = 1 + \frac{1}{2x-2} > 0$. Donc f est strictement croissante sur $\mathcal{D}$. D'où le tableau des variations suivant : <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>			x	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		$f(x)$		$+\infty$
x	1	$+\infty$									
$f'(x)$	+										
$f(x)$		$+\infty$									
0,75 pt	0,25 pt pour la fonction dérivée ; 0,25 pt pour la première ligne du tableau ; 0,25 pt pour la troisième ligne du tableau.										
2) Montrons que le réel 2 est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$. D'après la question 1), la fonction f réalise une bijection de $]1; +\infty[$ sur $\mathbb{R}$. En plus $f(2) = 2 - 2 + \ln \sqrt{2-1} = 0$. Donc 2 est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$.											
0,5 pt	0,25 pt pour la démarche ; 0,25 pt pour $f(2) = 0$.										
3) Déduisons-en suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$. - Pour $x \in]1; 2[$, on a $x < 2$, d'où $f(x) < f(2)$. Donc $f(x) < 0$. - Pour $x \in [2; +\infty[$, on a $x \geq 2$, d'où $f(x) \geq f(2)$. Donc $f(x) \geq 0$.											
0,5 pt	0,25 pt pour chaque signe juste sur l'intervalle approprié.										

4) Montrons que pour tout $x \in]1; +\infty[$, $h'(x) = \frac{f(x)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$ puis déduisons-en les variations de h. - La fonction h est dérivable sur $]1; +\infty[$ et pour tout $x \in]1; +\infty[$, $h'(x) = \frac{\left(\frac{2-\frac{1}{x-1}}{x-1}\right) \times 2\sqrt{x-1} - \frac{2x-2-\ln(x-1)}{\sqrt{x-1}}}{4(x-1)^2\sqrt{x-1}} = \frac{2(2x-3)(x-1) - (2x-2-\ln(x-1))(x-1)}{4(x-1)^2\sqrt{x-1}}$ $= \frac{2x-4+\ln(x-1)}{4(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2+\frac{1}{2}\ln(x-1)}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2+\ln\sqrt{x-1}}{2(x-1)\sqrt{x-1}}.$ Donc $h'(x) = \frac{f(x)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$. - h est strictement décroissante sur $]1; 2[$ et strictement croissante sur $]2; +\infty[$.	0,75 pt 0,25 pt pour la démarche conduisant à l'égalité $h'(x) = \frac{f(x)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$; 0,25 pt pour le sens de variation de h sur chaque intervalle approprié.
5) a) Calculons $\int_2^{3\ln(x-1)} dx$ à l'aide d'une intégration par parties et déduisons-en la valeur de I. - Posons $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ et $v(x) = \ln(x-1)$; avec $u(x) = \sqrt{x-1}$ et $v'(x) = \frac{1}{x-1}$. D'où $\int_2^{3\ln(x-1)} dx = \left[\sqrt{x-1} \times \ln(x-1)\right]_2^3 - \int_2^3 \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} dx = \left[\sqrt{x-1} \times \ln(x-1)\right]_2^3 - \int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$ $= \left[(\ln(x-1) - 2)\sqrt{x-1}\right]_2^3$ Donc $\int_2^{3\ln(x-1)} dx = \sqrt{2} \times \ln 2 + 2(1 - \sqrt{2})$. - $I = \int_2^3 \frac{2x-2}{2\sqrt{x-1}} dx - \int_2^{3\ln(x-1)} dx = \int_2^3 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx - \int_2^{3\ln(x-1)} dx = \int_2^3 (x-1)^{\frac{1}{2}} dx - \int_2^{3\ln(x-1)} dx$ $= \left[\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}\right]_2^3 - \int_2^{3\ln(x-1)} dx.$ Donc $I = \frac{10\sqrt{2}-8}{3} - \sqrt{2}\ln 2$.	0,75 pt 0,5 pt pour le calcul de $\int_2^{3\ln(x-1)} dx$; 0,25 pt pour la déduction de la valeur de I.
5) b) En utilisant les variations de h sur $]2; +\infty[$, démontrons que $\frac{1}{n}h\left(2 + \frac{j}{n}\right) \leq \int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h(x) dx \leq \frac{1}{n}h\left(2 + \frac{j+1}{n}\right).$ Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $0 \leq j \leq n-1$; soit x tel que $2 + \frac{j}{n} \leq x \leq 2 + \frac{j+1}{n}$. Alors $h\left(2 + \frac{j}{n}\right) \leq h(x) \leq h\left(2 + \frac{j+1}{n}\right)$ car h est croissante sur $]2; +\infty[$, donc sur $\left[2 + \frac{j}{n}; 2 + \frac{j+1}{n}\right] \subset [2; +\infty[$. D'où $\int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h\left(2 + \frac{j}{n}\right) dx \leq \int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h(x) dx \leq \int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h\left(2 + \frac{j+1}{n}\right) dx$. Ainsi, $h\left(2 + \frac{j}{n}\right) \left[x\right]_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} \leq \int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h(x) dx \leq h\left(2 + \frac{j+1}{n}\right) \left[x\right]_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}}$. Donc $\frac{1}{n}h\left(2 + \frac{j}{n}\right) \leq \int_{2+\frac{j}{n}}^{2+\frac{j+1}{n}} h(x) dx \leq \frac{1}{n}h\left(2 + \frac{j+1}{n}\right)$.	0,5 pt 0,25 pt pour la démarche ; 0,25 pt pour la conclusion.

5) c) Dédisons de la question précédente que : $u_n - \frac{n}{h(3)} \leq I \leq u_n - \frac{n}{h(2)}$. D'après la question 5) b), on a : $\sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{h} \left(2 + \frac{n}{j} \right) h \left(2 + \frac{n}{j+1} \right) \leq \int_{\frac{n}{j+1}}^{\frac{n}{j}} h(x) dx \leq \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{h} \left(2 + \frac{n}{j+1} \right) h \left(2 + \frac{n}{j} \right)$, d'où Ainsi, $\sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{h} \left(2 + \frac{n}{j} \right) h \left(2 + \frac{n}{j+1} \right) \leq I \leq \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{h} \left(2 + \frac{n}{j} \right) h \left(2 + \frac{n}{j} \right) - \frac{1}{h} \times h \left(2 + \frac{n}{0} \right)$, Donc $u_n - \frac{n}{h(3)} \leq I \leq u_n - \frac{n}{h(2)}$.			0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.
5) d) Calculons la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. D'après la question 5) c), on a $u_n - \frac{n}{h(2)} \leq I \leq u_n - \frac{n}{h(3)}$. Ainsi, $\frac{n}{h(2)} \leq u_n - I \leq \frac{n}{h(3)}$. Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{h(2)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{h(3)} = 0$; donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = I = \frac{3}{10\sqrt{2}-8} - \sqrt{2} \ln 2$.			0,25 pt	
EXERCICE 2 : 4,25 points				
1) Montrons que $-i$ est une solution de (E).	$(-i)^2 + (-3\cos\alpha - 1 + i(3 - 5\sin\alpha)) \times (-i) + 5\sin\alpha - 2 + i(-3\cos\alpha - 1) = -1 + 3i\cos\alpha + i + 3 - 5\sin\alpha + 5\sin\alpha - 2 - 3i\cos\alpha - i = 0$	0,25 pt		
2) Dédisons-en l'autre solution.	En notant z_2 cette solution, alors $-i + z_2 = 3\cos\alpha + 1 + i(5\sin\alpha - 3)$; comme somme des solutions. Donc $z_2 = 3\cos\alpha + 1 + i(5\sin\alpha - 2)$.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche ; 0,25 pt pour la seconde solution.	
3) Montrons que l'ensemble des points A_a d'axe $z_a = 3\cos\alpha + 1 + i(-2 + 5\sin\alpha)$ lorsque α décrit $\mathbb{R}$ est la conique (E) d'équation $25x^2 + 9y^2 - 50x + 36y - 164 = 0$.	Si $z_a = x + iy$ (avec x et y des réels) est l'axe de A_a, alors $x = 3\cos\alpha + 1$ et $y = -2 + 5\sin\alpha$. Ainsi $\cos\alpha = \frac{x-1}{3}$ et $\sin\alpha = \frac{y+2}{5}$. D'où $\left(\frac{x-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{y+2}{5}\right)^2 = 1$; qui est équivalent à $25x^2 + 9y^2 - 50x + 36y - 164 = 0$.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.	
4) a) Déterminons une équation de (E) dans le repère $(\Omega ; i, j)$.	Soit $M(x ; y)$ un point du plan complexe rapporté au repère $(O ; i, j)$. $M(x ; y) \in (E) \Leftrightarrow 25x^2 + 9y^2 - 50x + 36y - 164 = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{(x-1)^2} + \frac{3y}{(y+2)^2} = 1$. Donc une équation de (E) dans le repère $(\Omega ; i, j)$ est $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.	
4) b) Dédisons-en la nature exacte de (E) ; précisons son excentricité et les coordonnées de ses sommets dans le repère $(\Omega ; i, j)$.	Nature : (E) est une ellipse. Son excentricité : $e = \frac{b}{c} = \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{5} = \frac{4}{5}$. Dans $(\Omega ; i, j)$, ses sommets sont $A(0 ; 5)$, $A'(0 ; -5)$, $B(3 ; 0)$ et $B'(-3 ; 0)$.	1 pt	0,25 pt pour l'excentricité ; 0,25 pt par paire de sommets justes.	

4) c) Construisons (ε) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.  5) a) Déterminons l'écriture complexe de la similitude directe S de centre Ω telle que $S(C) = B$. L'écriture complexe de S est de la forme $z' = az + b$ où a et b sont des nombres complexes. $S(\Omega) = \Omega$ et $S(C) = B$ équivaut à $(1 - 2i)a + b = 1 - 2i$ et $3a + b = -i$. D'où $a = \frac{i}{2}$ et $b = -\frac{5i}{2}$. Donc $S : z' = \frac{i}{2}z - \frac{5i}{2}$. 5) b) Dédisons-en l'angle de S. Cet angle est égal à $\text{Arg}\left(\frac{i}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.	0,75 pt 0,25 pt pour le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$; 0,25 pt pour deux sommets bien placés. 0,25 pt pour l'allure de (ε) .	0,5 pt 0,25 pt pour la démarche ; 0,25 pt pour la bonne écriture complexe.	0,25 pt N.B. : Accepter toute valeur juste congrue à $\frac{\pi}{2}$ modulo 2π.
--	--	---	--

EXERCICE 3 : 4,5 points

1) Montrons que les points A, B et C définissent un plan. On a $\overrightarrow{AB}(1; 1; 2)$ et $\overrightarrow{AC}(0; 2; 2)$. $(1; 1; 2)$ et $(0; 2; 2)$ ne sont pas des suites de nombres proportionnels. Ainsi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires. Donc les points A, B et C définissent un plan.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.
2) Déterminons une équation cartésienne de ce plan. $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(-2; -2; 2)$ est un vecteur normal au plan (ABC). Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace. $M \in (ABC) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 2 = 0$; qui est une équation de ce plan.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour toute bonne équation équivalente.
3) Déterminons l'expression analytique de la réflexion f de plan (P). Soient $M(x; y; z)$ et $M'(x'; y'; z')$ deux points de l'espace. $\vec{n}(1; 1; -1)$ est un vecteur normal au plan (P). $f(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MM'} = \alpha \vec{n}, \alpha \in \mathbb{R}, \\ \text{milieu}[MM'] \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \alpha + x; y' = \alpha + y; z' = -\alpha + z, \alpha \in \mathbb{R} \\ \frac{x+x'}{2} + \frac{y+y'}{2} - \frac{z+z'}{2} + 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = \alpha + x; y' = \alpha + y; z' = -\alpha + z, \alpha \in \mathbb{R} \\ \alpha = \frac{1}{3}(-2x - 2y + 2z - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(x - 2y + 2z - 4) \\ y' = \frac{1}{3}(-2x + y + 2z - 4), \\ z' = \frac{1}{3}(2x + 2y + z + 4) \end{cases}$ qui est l'expression analytique de la réflexion f.	0,75 pt	0,5 pt la démarche menant au résultat. 0,25 pt pour toute bonne expression.
4) a) Montrons que l'ensemble (D) des points invariants par g est la droite passant par B dont un vecteur directeur est $\vec{v}(-1; -1; 1)$. Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace. $M \in (D) \Leftrightarrow g(M) = M \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}(-x + 2y - 2z + 4) \\ y = \frac{1}{3}(2x - y - 2z + 4) \\ z = \frac{1}{3}(-2x - 2y - z + 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ -x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ -x + 2y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k + 2 \\ y = -k + 2 \end{cases} \text{ où } k \in \mathbb{R}.$ En plus, $0 = -k + 2$ entraîne $k = 2$; donc $B \in (D)$. D'où (D) est la droite passant par B dont un vecteur directeur est $\vec{v}(-1; -1; 1)$.	0,75 pt	0,25 pt pour la démarche; 0,25 pt pour une représentation paramétrique juste de (D); 0,25 pt pour l'appartenance de B à (D).

4) b) i) Montrons que $\overrightarrow{MM'}$ est un vecteur normal à la droite (D). Il suffit de vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux. On a $\overrightarrow{MM'} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}z + \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}y - \frac{2}{3}z + \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}z + \frac{8}{3} \end{pmatrix}$, et un calcul direct permet d'avoir $\overrightarrow{MM'} \cdot \vec{v} = 0$.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.
4) b) ii) Montrons que le milieu du segment $[MM']$ appartient à (D). Soient $M(x; y; z)$ et $M'(x'; y'; z')$ deux points de l'espace tels que $g(M) = M'$. On a milieu $[MM'] = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(x + y - z + 2) \\ \frac{1}{3}(x + y - z + 2) \\ \frac{1}{3}(-x - y + z + 4) \end{pmatrix}$, et par ailleurs ces coordonnées vérifient le système $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ -x + 2y + z = 2 \end{cases}$ qui caractérise la droite (D).	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.
4) c) Déduisons - en que g est un demi-tour. D'après les questions 4) b) i) et ii), g est la symétrie orthogonale de l'espace par rapport à la droite (D). Donc g est le demi-tour d'axe (D).	0,25 pt	
5) a) Montrons que $(P) \perp (D)$. Le vecteur $\vec{v}$ dirige la droite (D) et est normal au plan (P). Donc $(P) \perp (D)$.	0,25 pt	
5) b) Déduisons - en que f_{og} est une symétrie centrale dont on précisera le centre. Puisque $(P) \perp (D)$, alors $f_{og} = S_{(P)O}S_{(D)} = S_{(P)g(D)} = S_B$. Donc f_{og} est la symétrie centrale de centre B.	0,5 pt	0,25 pt pour la démarche, 0,25 pt pour la conclusion.

PARTIE B : EVALUATION DES RESSOURCES

Références et solutions

Tâche 1 : Déterminons la masse maximale que cette balance peut peser.

Premier raisonnement logique

- Déterminons l'élongation instantanée $x(t)$ de ce ressort.

L'équation caractéristique est $r^2 + \frac{k}{4} = 0$, et ses solutions sont $i\frac{\sqrt{k}}{2}$ et $-i\frac{\sqrt{k}}{2}$.

D'où $x(t) = A\cos\frac{\sqrt{k}}{2}t + B\sin\frac{\sqrt{k}}{2}t$, A et B étant des réels.

On a $x'(t) = -A\frac{\sqrt{k}}{2}\sin\frac{\sqrt{k}}{2}t + B\frac{\sqrt{k}}{2}\cos\frac{\sqrt{k}}{2}t$.

De la condition $x'(0) = 0$ (sans vitesse initiale), on a $B = 0$ et donc $x(t) = A\cos\frac{\sqrt{k}}{2}t$.

- Déterminons la valeur de k .

De la condition $x(1) = 0$ (après une minute, le solide repasse pour la première fois au point initial), on a $A\cos\frac{\sqrt{k}}{2} = 0$; or $A \neq 0$ sans quoi il n'y a pas de mouvement.

Donc $\cos\frac{\sqrt{k}}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{k}}{2} = \frac{\pi}{2} + l\pi$, $l \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{k} = \pi + 2l\pi$, $l \in \mathbb{Z}$.

- Déterminons la masse maximale

De la relation $= k \times \Delta l_0$, on a la masse maximale si l'allongement est maximal, c'est-à-dire $\Delta l_0 = 7\text{cm}$. Considérons le cas où $l = 0$; c'est-à-dire pour $k = \pi^2$

Si l'élongation est donnée en cm et le temps en minutes,

$$m_{\max} = \frac{k \times 7}{g} = \frac{\pi^2 \times 7}{9,5} = \frac{3,14^2 \times 7}{9,5} = 7,26 \text{ kg};$$

Si l'élongation est donnée en m et le temps et secondes comme demande le système international, on a $x(60) = 0$ et $k = \left(\frac{\pi}{60}\right)^2$.

$$\text{Dans ce cas, } m_{\max} = \frac{k \times 0,07}{g} = \frac{\pi^2 \times 0,07}{3600 \times 9,5} = 2,02 \times 10^{-3} \text{ kg}.$$

Deuxième raisonnement logique :

- Déterminons la valeur de k .

$mg = k \times \Delta l_0$. Pour $\Delta l_0 = 2\text{cm} = 0,02 \text{ m}$, $m = 4\text{kg}$; Donc $4g = 0,02k$;

$$\text{d'où } \frac{4g}{0,02} = \frac{4 \times 9,5}{0,02} = 1900 \text{ N/m}.$$

- Déterminons la masse maximale.

$$m_{\max} = \frac{k \times 0,07}{g} = \frac{1900 \times 0,07}{9,5} = 14 \text{ kg}$$

PARTIE B : EVALUATION DES RESSOURCES		
Références et solutions		
Critères	Indicateurs et barèmes	
C₁ : Interprétation correcte de la situation	0,5 pt pour un des deux raisonnements.	
C₂ : Utilisation correcte des outils	Compte tenu de la donnée superflue et de l'imprécision de l'unité d'élongation qui conduisent à une infinité de solutions. Attribuer le 0,75 point de ce deuxième critère à chaque candidat.	
C₃ : Cohérence	Compte tenu de la donnée superflue et de l'imprécision de l'unité d'élongation qui conduisent à une infinité de solutions. Attribuer le 0,75 point de ce troisième critère à chaque candidat.	
	NB : Soit un total de 1,5 point à attribuer à chaque candidat.	

Tâche 2 : Estimons le chiffre d'affaires qu'il pourra espérer des frais de publicité investis.

-

Déterminons par la méthode de Mayer, une équation d'une droite d'ajustement. Les points moyens des sous nuages respectifs sont :

$$G_1 \begin{pmatrix} 6,82 \\ 229,2 \end{pmatrix} \text{ et } G_2 \begin{pmatrix} 10,56 \\ 257,4 \end{pmatrix}, \text{ puis } \overline{G_1 G_2} \begin{pmatrix} 3,74 \\ 28,2 \end{pmatrix}. \text{ Soit } M(x; y) \text{ un point du plan.}$$

$$M \in (G_1 G_2) \text{ équivaut à } \begin{vmatrix} x - 6,82 & 3,74 \\ y - 229,2 & 28,2 \end{vmatrix} = 0. \text{ Donc une équation de cette droite}$$

$$\text{d'ajustement est } y = 7,5401x + 177,78.$$

- Estimons ce chiffre d'affaires.

$$\text{Avec } x = 13, \text{ on a } y = 275,8013. \text{ Soit } 2\,758\,013\,000 \text{ FCFA.}$$

Ou bien : par les moindres carrés,

$$\text{Une équation est } y = 7,558x + 177,624.$$

$$\text{Une estimation est } y = 275,878; \text{ soit } 2\,758\,780\,000 \text{ FCFA.}$$

Tâche 3 : Donnons la date de la prochaine coïncidence de visite des deux fournisseurs.

- Déterminons le nombre de jours qui s'écouleront de leurs derniers passages au marché jusqu'au jour où ils se rencontrent.

Soient n et m les nombres respectifs de visites nécessaires du premier et du deuxième fournisseur pour la prochaine coïncidence.

Puisqu'il y'a 7 jours de différence entre leurs premiers passages, alors on a $21n - 16m = 7$, qui est une équation diophantienne.

Une solution particulière est $(11; 14)$ et d'après Gauss, $n = 16k + 11$ et $m = 21k + 14$, où k est un entier naturel. Avec n et m positifs et pour la première coïncidence, on a $k = 0$ et par conséquent $n = 11$ et $m = 14$.

Pour le premier fournisseur, ils s'écouleront $21 \times 11 = 231$ jours et pour le deuxième fournisseur, $16 \times 14 = 224$ jours.

Déterminons la date de la prochaine rencontre.

$$231 - (11 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) = 231 - 223 = 8. \text{ Donc il y'aura coïncidence le 8 Août 2022.}$$

Ou bien :

$$224 - (4 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) = 231 - 216 = 8.$$

$$224 - (4 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) = 231 - 216 = 8.$$

C₁ : Interprétation correcte de la situation	0,5 pt pour toute démarche juste menant à une droite d'ajustement ; 0,25 pt pour tout calcul menant à une estimation de ce chiffre d'affaires.
C₂ : Utilisation correcte des outils	0,5 pt pour toute équation équivalente à $y = 7,5401x + 177,78$ ou à $y = 7,558x + 177,624$; 0,25 pt pour toute valeur proche de 2 758 013 000 ou de 2 758 780 000.
C₃ : Cohérence	0,5 pt pour tout bon enchaînement du raisonnement. (démarche) 0,25 pt pour le respect des unités de mesure. N.B. Apprécier le bon enchaînement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.
C₁ : Interprétation correcte de la situation	0,5 pt pour tout procédé menant au nombre de jours au bout desquels les deux fournisseurs se rencontrent ; 0,25 pt pour tout procédé menant à la détermination de la date de coïncidence.
C₂ : Utilisation correcte des outils	0,5 pt pour la valeur 231 ou 224, 0,25 pt pour la date 8 Août 2021 ou 7 Août 2021.
C₃ : Cohérence	0,5 pt pour tout bon enchaînement du raisonnement (démarche) 0,25 pt pour l'unité (jour). N.B. Apprécier le bon enchaînement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.

Yaoundé le ... 02...06...2023

Le Président du jury d'harmonisation

Docteur Roger 194/Maths
000711174