Avant -Propos

La collection La BOUSSOLE a été conçue pour répondre aux besoins, maintes fois exprimés par les apprenants de disposer d'un outil pratique et performant à moindre coût, pour s'exercer de manière très efficace. Il est strictement conforme au nouveau programme officiel de mathématiques de la classe de quatrième en vigueur au BURKINA FASO.

Ce manuel scolaire est structuré de la façon suivante :

- Le cours détaillé par chapitre
- Des exercices et problèmes gradués et variés pour réinvestir le cours dans des situations données
- Les corrigés de bon nombre d'exercices du présent document
- Un recueil de sujets de devoir sur table

La meilleure utilisation de cet ouvrage est de lire d'abord le cours, traiter ensuite les exercices proposés puis de confronter les résultats obtenus à ceux proposés par l'auteur.

Je souhaite que cet ouvrage apporte aux utilisateurs toute l'aide qu'ils souhaitent et les conduise à faire les mathématiques avec plaisir.

Afin d'améliorer à l'avenir le contenu de ce document et en faire un outil incontournable pour la réussite aux devoirs et compositions de Mathématiques, je remercie d'avance tous ceux qui auront l'amabilité de me faire part de leurs remarques, critiques et suggestions constructives.

L'auteur

Issaka SAVADOGO *(Professeur certifié)*

Tél :70514283

76072920

78981409

e-mail :savadogo87@gmail.com

SOMMAIRE

Chapitre 1 : Les nombres décimaux relatifs

I)Puissance entière de 10

1) Activité

Calculer : 10^4 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^1 ; 10^0

Comment peut-on passer de 10^4 à10^3 de 10^2 à 10^1 de 10^1 à10^0

Calculer alors$\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{10000}$ et écrire ces nombres sous forme de puissance de 10

10^4= 10000

10^3=1000

10^2=100

10^1=10

10^0=1

On passe de 10^4 à 10^3 en divisant par 10 .Il en est de même pour passer de 10^1 à 10^0

$\frac{1}{10}$ =0 ,1= 10^{-1} ; $\frac{1}{100}$ = 0,01=10^{-2}

$\frac{1}{1000}$ =0,001=10^{-3} ; $\frac{1}{10000}$ =0,0001= 10^{-4}

2) Règle

Soit n un entier naturel

* 10^n s'écrit 1 suivit de n zéro
* 10^{-n} s'écrit $\frac{1}{10^n}$ ou n zéro suivit de 1 avec une virgule après le premier zéro.

Exercice d'application

a)Ecrire sous forme de puissance de 10 les nombres suivants :

0,0001 ; 10000 ; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{100\,000\ 000\,000}$

b)Donner l'écriture décimale de : 10^0 ; 10^{-4} 10^{-7}

II)Ecriture d'un nombre décimal sous la forme a.10^p

1)Notation

Ecrivons 5,6725 sous la forme a.10^p

5,6725=56725 x 0,0001

5,6725=56725 x 10^{-4}

5,6725=56725 . 10^{-4}

Ecrivons sous la même forme : 7,8 ; -3,759 ; 0,0047

On a : 7,8= 78 x 0,1 = 78 x 10^{-1}

-3,759 = -3759 x 0,001 = -32759 x 10^{-3}

0,0047 = 47 x 0,0001 = 47 x 10^{-4}

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme de a.10^p avec a$\in \mathbb{Z}$ et p $\in \mathbb{Z}$

2) Autres notations

*10^n x 10^m = 10^{m+n}

Exemple : 10^{-2} x 10^{-4} = $10^{(-2)+(-4)}$ = 10^{-6}

*a.10^p x b.10^q = a x b.10^{p+q}

Exemple : 6,25 10^{-2} x2. 10^{-4} = (6,25 x 2).$10^{(-2)+(-4)}$ = 12,50.10^{-6}

*$\frac{1}{10^p}$ = 10^{-p}

Exemple : $\frac{1}{10^6}$ = 10^{-6}

*$a.10^p + b.10^p = (a + b).10^p$

Exemple : $45.10^4 + 25.10^4 = (45 + 25).10^4 = 70.10^4$

3)Notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre est la notation de la forme $a.10^p$ où a est un décimal tel que

$1 \leq a < 10$

Exemple : La notation scientifique de :

$12300 = 1,23.10^4$

$456020 = 4,5602.10^5$

$0,00084 = 8,4.10^{-4}$

Exercice d'application

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : 78 900 000 ; 0, 00095 ; 0 ;1414

EXERCICES

Exercice1

Calculer et donner le résultat sous forme $a.10^p$ ($a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$)

$1,02 \times 1,03$; $\frac{5,10}{0,2}$; $1,01.10^{-8} + 40.10^{-7}$; $54.10^5 - 98,015.10^5$

Exercice 2

a) Les exportations de l'ensemble de l'Afrique de l'Ouest sont d'environ 10^{14}F.CFA. Ecrire ce nombre sous forme d'un nombre entier.

b) Une météorite très lointaine émet un million de milliards de fois plus de lumière que le soleil.Ecrire ce nombre à l'aide d'une puissance de 10.

c) La distance Terre-Soleil est d'environ cent cinquante millions de km. Ecrire ce nombre en notation scientifique.

Exercice3

Un Angström (Å) est égal à 10^{-10}m.

a) Convertir en Angström, les longueurs suivantes :

0,000 000 001m,10^{-8}m ;0,000 000 027m ; 3.10^{-9}m.

b) Calculer en m^3 le volume d'un cube d'arête 2Å.

Exercice 4

La taille d'un virus est de l'ordre de 300.10^{-9} mètre.

a) Exprimer cette taille en fraction de millimètre.

b) Exprimer en nanomètres (nm) , sachant que : 1 mètre = 1 milliard de nanomètres .

Exercice5

Lancée en août 1977, la sonde spatiale voyager-2 a frôlé en janvier 1986 la planète Uranus en passant à environ 81.000 km de celle-ci. La sonde se trouvait alors à 3,2 milliards de km de la Terre. Combien de temps un signal radio envoyé par la sonde a-t-il mis pour atteindre la Terre ?

La vitesse des ondes radio est égale à 3.10^8 mètres par seconde.

Exercice 6

Voici, en km, les distances moyennes qui séparent le Soleil de quelques planètes du système solaire :

Vénus : 105.10^6, Mars : 225.10^6, Terre : 15.10^7 ; Saturne : 1425.10^6

a) Donner l'écriture scientifique de chaque distance.

b) Ranger ces distances de la plus petite à la plus grande.

c) Comparer les autres distances à la distance Terre-Soleil.

Exercice 7

Donner la notation scientifique des nombres suivants :
1 985
$314\ 159 \times 10^{-5}$
12 milliards
$7{,}3 \times 10^{4}$
52
320 millions
91 000
$0{,}15 \times 10^{-7}$
$0{,}013 \times 10^{-4}$

Exercice 8

Calculer et exprimer les résultats en notation scientifique :

P = 1 800 × 40 000	Q = 3 000 × 0, 000 05
R = 0,000 007 × 0, 0004	$S = \frac{240000}{0{,}00002}$

Exercice 9

Calculer A × B et $\frac{A}{B}$ dans les différents cas suivants :

1. $A = 7{,}8 \times 10^{9}$ et $B = 2{,}6 \times 10^{6}$.
2. $A = 3{,}8 \times 10^{3}$ et $B = 5{,}1 \times 10^{-5}$.
3. $A = 9{,}25 \times 10^{-7}$ et $B = 1{,}2 \times 10^{-2}$.

Chapitre 2 : Position relative de deux droites

I)Position relative de deux droites

1)Rappel

Placer deux points A et B ; tracer une droite passant par ces deux points A et B .
Peut-on tracer d'autres droites passant par A et B ?

Réponse :

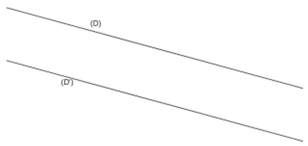
On ne peut tracer qu'une et une seule droite passant par A et B;cette droite se note (D) ou (AB) .

Par deux points distincts on ne peut faire passer qu'une et une seule droite.Si deux droites (D) et (AB) sont confondues on note (D)=(AB)

2) Droites sécantes-droites parallèles

a)Droites n'ayant pas de points communs

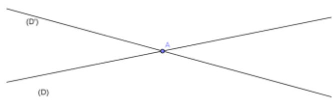
Tracer deux droites n'ayant pas de points communs



Dans ce cas on dit que (D) et (D') sont distincts et on note (D) ∩ (D')=ϕ qui se lit « (D) inter (D') est l'ensemble vide ». On dit aussi que (D)//(D')

b) Droites sécantes

Tracer deux droites (D) et (D') sécantes en A



(D) et (D') se coupent en A. A est le seul point commun à (D) et à (D').On note (D) ∩ (D')=$\{A\}$ qui se lit (D) inter (D') est égal au singleton A.

Remarque : Deux droites du plan sont soit sécantes soit parallèles

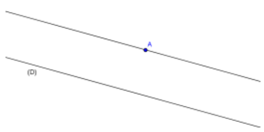
<u>II) Parallélisme</u>

1) Axiome d'Euclide

a) Activité

Tracer une droite (D) et marquer un point A n'appartenant pas à (D).Tracer ensuite une droite parallèle à (D) et passant en A.

Combien de droites passant par A et parallèle(s) à (D) peut-on tracer ?



On ne peut tracer qu'une seule droite

b) Axiome d'Euclide

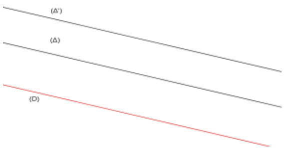
Etant donné une droite (D) et un point A ;il existe une et une seule droite parallèle à(D) et passant par A.

2) Propriétés

a) Activités 1

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ').

Tracer une troisième droite (D) parallèle à (Δ) ; Quelle est la position relative de (D) par rapport (Δ′) ?



(D) est aussi parallèle à (Δ')

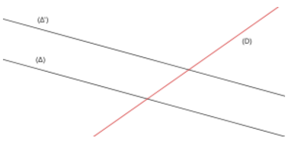
b) Propriété 1

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

c) Activité2

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ') puis une troisième (D) sécante à (Δ).

Quelle est la position relative de (D) par rapport (Δ′) ?



(D) est aussi sécante à (Δ ').

d) Propriété2

Si deux droites sont parallèles alors toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre

III) Perpendicularité

1) Droites perpendiculaires

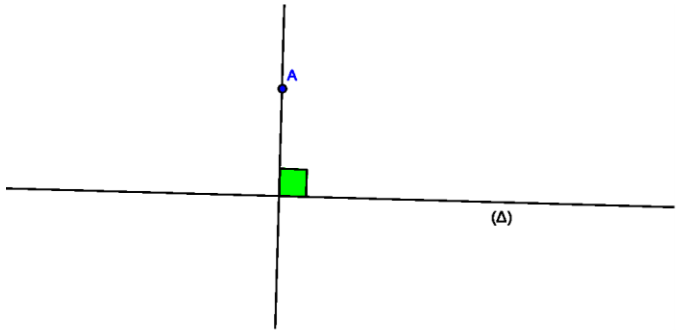
➢ Définition

On dit que deux droites (D) et (D’) sont perpendiculaires lorsqu’elles se coupent en formant un angle de 90° ; On note (D) ⊥ (D’) ou (D’)⊥(D)

2) Propriétés

a)Activités

Soit une droite (Δ) et un point A dans le plan.Tracer une droite perpendiculaire à (Δ) et passant par A. Combien de droite(s) perpendiculaire(s) à (Δ) et passant par A peut-on tracer ?



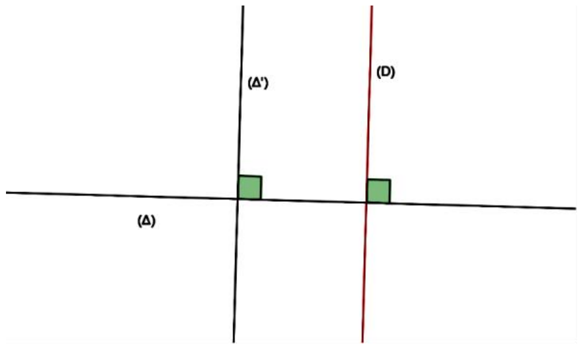
On ne peut tracer qu’une seule droite .

b) Propriété 1

Etant donné une droite (D) et un point A ; il existe une et une seule droite perpendiculaire à (D) et passant par A.

c) Activité2

Tracer deux droites perpendiculaires (Δ) et (Δ’) et tracer une autre droite (D) perpendiculaire à (Δ). Que peut-on dire des droites (D) et (Δ’) ?



(Δ’) et (D) sont parallèles

d) Propriété 2

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles

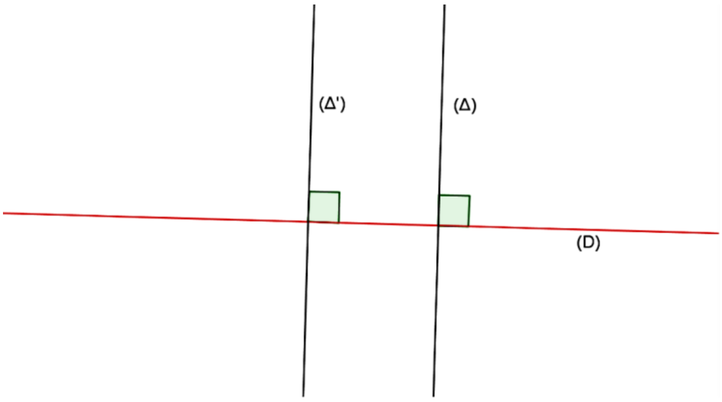
Si (Δ)⊥(Δ’) et (Δ)⊥(D) alors (Δ’)//(D)

Activites 3

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ’) ; tracer une droite (D) perpendiculaire à (Δ).

Que peut-on dire des droites (Δ’) et (D) ?

<u>Réponse :</u>



(D) est aussi perpendiculaire à (Δ')

Propriété 3

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. On écrit : si (Δ)// (Δ') et (Δ)⊥ (D) alors (Δ') ⊥ (D).

EXERCICES

Exercice1

Dessiner deux trapèzes ABCD et AEFD ayant une base commune [AD].
Tracer le quadrilatère BEFC.Que peut-on dire de ce quadrilatère ? Le démontrer.

Exercice2

BIC et BAC sont deux triangles.
Démonter que les hauteurs issues de I et de A sont parallèles.

Exercice3

Soit un trapèze ABCD de bases [AD] et [BC].Les perpendiculaires à (BC) passant par B et C coupent (AD) en E et F.
Démontrer que EBCF est un rectangle (c'est –à-dire un quadrilatère ayant 4 angles droits).

Exercice 4

Les droites (D_1),(D_2), (D_3),(D_4),(D_5) et (D_6) sont telles que :
$(D_1) \perp (D_2)$; $(D_2) // (D_3)$; $(D_3) \perp (D_4)$;$(D_4) \perp (D_5)$;$(D_5) // (D_6)$.
Que peut-on dire des droites (D_1) et (D_6) ? Le démontrer.

Exercice 5

Deux segments [EF] et (GH] ont la même médiatrice.
Que dire des droites (EF) et (GH) ? Le démontrer.

Exercice 6

Soit ABC un triangle .E et F sont des points équidistants de B et de C. On note (Δ) la parallèle à (EF) passant par A.
Démonter que (Δ) est une hauteur du triangle ABC.

Exercice 7

1. a) Tracer une droite (Δ), puis marquer deux points A et B non situés sur la droite (Δ), la droite (AB) n'étant pas parallèle à la droite (Δ), .

b) Construire le symétrique du point A par rapport à la droite (Δ), .

2. A la règle seule, construire le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ), .

Exercice 8

Tracer deux droites (d) et (d') perpendiculaires en O, puis marquer un point I tel que I n'appartienne ni à la droite (d), ni à la droite (d').

1. Construire le symétrique O' du point O par rapport au point I.
2. a) Construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point I (règle et équerre).

b) Construire le symétrique de la droite (d') par rapport au point I (à l'équerre seulement).

Exercice 9

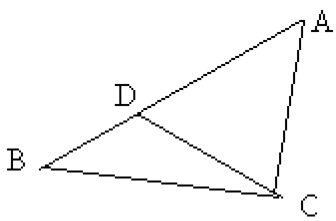
1. Placer quatre points A, B, C et D.

Construire le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC, puis le centre O' du cercle circonscrit au triangle ACD.

2. Montrer que la droite (OO') est la médiatrice du segment [AC].

Exercice 10

1. Calculer les mesures des angles $\widehat{ADC}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{DCB}$, $\widehat{DCA}$(voir la figure à main levée ci-dessous).



Données : $B\hat{D}C = B\hat{C}A = 68°$

$B\hat{A}C = 44°$

2. Prouver que : CB = CD.

Exercice 11

1. Tracer un triangle ABC isocèle en A, puis placer un point P sur le segment [BC].

Tracer la parallèle à (AC) passant par P : elle coupe (AB) en M.

Tracer la parallèle à (AB) passant par P : elle coupe (AC) en N.

2. a) Comparer les angles $\widehat{BPM}$ et $\widehat{BCA}$.

b) Préciser la nature des triangles BMP et PNC.

3. Justifier l'affirmation suivante :

Quelle que soit la position du point P sur le segment [BC], le périmètre du parallélogramme AMPN est égal à AB + AC.

Chapitre 3 : Calculs sur les fractions

I)Egalité de deux fractions

1)Différentes écritures d'une fraction

a)Activité

Donner l'écriture décimale des fractions suivantes :

$\frac{30}{8}$; $\frac{-30}{-8}$; $-\frac{2}{4}$; $\frac{-2}{4}$; $\frac{2}{-4}$. Que remarque t-on ?

$\frac{30}{8}$ = 30 :8 = 3,75 ; $\frac{-30}{-8}$ = (-30) : (-8) = 3,75

$-\frac{2}{4}$ = -(2 : 4) = -0,5 ; $\frac{-2}{4}$ = (-2) : 4 = -0,5 ; $\frac{2}{-4}$ = 2 : (-4) =-0,5

On remarque que : $\frac{30}{8} = \frac{-30}{-8}$ et $-\frac{2}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{2}{-4}$

b)Règle

. a et b étant des entiers naturels (avec b$\neq$ 0) on a :

- $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$
- $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

2) Simplification et amplification d'une fraction

- Simplifier une fraction c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.
- Amplifier une fraction c'est multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul. L'amplification permet de réduire des fractions au même dénominateur. Une fraction irréductible est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Règle

a ; b et k étant des entiers relatifs (b≠0 ; k≠0)

Amplification : $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$

Simplification : $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$

Exercice d'application

1)Simplifier les fractions suivantes : A=$\frac{-140}{-75}$; B= $\frac{27}{1\,89}$; C= $\frac{375}{261}$

2)Remplacer les pointillés par les nombres qui conviennent

a)$\frac{75}{50} = \frac{...}{2}$ b) $\frac{-5}{....} = \frac{-10}{-12}$; c) $\frac{...}{-2} = \frac{4}{16}$

3)Propriétés

Activité1

Compléter le tableau suivant que remarque t-on ?

A	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	ad	bc
1	4	-5	-20	0,25	0,25	-20	-20
3	4	2	5	0,75	0,4	15	8
-6	2	24	-8	-3	-3	48	48

On remarque que dans les cas ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ on a : ad = bc

- Propriété1

. a ; b ; c et d étant des entiers relatifs (b≠0 et d ≠0) si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc

<u>Exercice d'application</u>

Calculer x dans les cas suivants :

a) $\frac{x}{39} = \frac{-105}{45}$; b) $\frac{84}{-104} = \frac{-81}{x}$; c) $\frac{75}{x} = \frac{-50}{-4}$

Activité2

Compléter le tableau suivant :

A	b	c	d	ad	Bc	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$
5	-2	10	-4	-20	-20	-2,5	-2,5
2	-3	5	6	12	-15	-0,66	-0,83
-3	13	9	-39	117	117	-0,23	-0,23

On constate que si ad=bc alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Propriété2

. a ; b ; c et d étant des entiers relatifs (b≠0 et d ≠0) si ad = bc alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

<u>II)Addition</u>

a)Règle

Pour additionner deux fractions d'entiers relatifs , on rend les dénominateurs positifs,on les réduit au même dénominateur puis on additionne les numérateurs tout en gardant le dénominateur commun.

Exemple : Calculons A= $\frac{25}{18} + \frac{3}{-6}$

A= $\frac{25}{18} + \frac{3}{-6} = \frac{25}{18} + \frac{-3}{6} = \frac{25}{18} + \frac{-9}{18} = \frac{25+(-9)}{18} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$

<u>Exercice d'application</u>

Calculer :

A= $\frac{5}{7} + \frac{8}{21}$; B= $\frac{-3}{-7}$ + (-4) C= $\frac{-75}{-50} + \frac{49}{-98}$ D= $\frac{-3}{16} + \frac{3}{4}$

III)<u>Soustraction</u>

1)Opposé

De la même manière

Opp($\frac{a}{b}$) = - $\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Exemple : opp($\frac{2}{7}$) =- $\frac{2}{7} = \frac{-2}{7} = \frac{2}{-7}$

2)Soustraction

Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé. Cette règle est aussi applicable sur les fractions

Règle : a ; b et c étant des entiers relatifs : $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

Exemple : $\frac{12}{7} - \frac{2}{7} = \frac{12}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{12+(-2)}{7} = \frac{10}{7}$

Exercice d'application

Calculer : A=$\frac{-3}{-7}$ - (-4) ; B= $\frac{-3}{12} - \frac{3}{4}$

IV)Multiplication

Règle : a ; b ; c et d étant des entiers relatifs (b≠0 et d ≠0) on a $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exercice d'application

Calculer et simplifier si possible

A= $\frac{-3}{-7} \times \frac{3}{4}$; B= $\frac{19}{2} \times \frac{4}{11}$

V)Division

1)Inverse d'une fraction

Règle : a et b étant des entiers relatifs ,l'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$;

on note : inv($\frac{a}{b}$) = $\frac{b}{a}$

exemple : inv($\frac{4}{7}$) = $\frac{7}{4}$; inv($\frac{-3}{2}$) = $\frac{-2}{3}$

Remarque : 0 n'a pas d'inverse

Exercice d'application

Donner l'inverse de chacun des nombres suivants : $\frac{1}{4}$; $\frac{\frac{2}{7}}{3}$; $\frac{4}{\frac{5}{7}}$

2)L'inverse d'un nombre

Considérons le nombre 7 ; 7 =$\frac{7}{1}$ et inv($\frac{7}{1}$) = $\frac{1}{7}$

Ainsi l'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$

Pour tout nombre non nul ''a '' inv(a)= $\frac{1}{a}$

3)Division de fraction

. a :b =$\frac{a}{b}$ = a x$\frac{1}{b}$ = a x inv(b) ;donc diviser par un nombre non nul c'est multiplier par l'inverse de ce nombre.

Cas des fractions : $\frac{2}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$; $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{2}{5} \times \text{inv}(\frac{2}{7}) = \frac{2}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{5}$

Règle

a ; b ; c et d étant des entiers relatifs non nuls $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Exercice d'application

Calculer et simplifier si possible.

A=$\frac{1}{7} : \frac{4}{5}$; B = $\frac{1+\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}+\frac{3}{2}}$ C= $\frac{3+\frac{4}{3}}{1-\frac{2}{\frac{3}{2}-1}}$

VI)Puissance d'une fraction

Calculons : $(\frac{2}{5})^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3}$

Formule : Pour tous entiers relatifs a et b (b≠0) et tout entier naturel n : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

EXERCICES

Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes :

$A=\frac{3x4}{9x8}$; $B=\frac{1331x49x81x2}{27x7x121}$; $C=\frac{49x(-32)}{2401x(-8)}$

Execice2

Calculer:

$A=\frac{\frac{3}{4}-\frac{4}{7}}{\frac{2}{3}}$; $B=\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}$; $C=\frac{1}{2} x \frac{2}{3} x \frac{3}{4} x \ldots x \frac{97}{98} x \frac{98}{99} x \frac{99}{100}$

Exercice 3

Donner l'inverse de chacun des nombres suivants:

5 ; $\frac{2}{7}$; $\frac{-12}{5}$; 0,2 ; $\frac{2}{\frac{3}{5}}$; $\frac{\frac{1}{2}}{3}$

Exercice 4

Donner l'opposé de chacun des nombres suivants :

4 ; (-12.07) ; $\frac{6}{7}$; $\frac{-9}{2}$; $\frac{\frac{1}{7}}{8}$

Exercice 5

Dans une classe de 3^{è} ,1/3 des élèves désirent poursuivre leurs études en seconde ,1/4 veulent aller en cycle court et les 10 élèves restant sont indécis.
Calculer le nombre d'élèves de la classe, ainsi que le nombre d'élèves désirant continuer en seconde

Chapitre 4 : Repérage sur la droite

I)Distance de deux points

1)Activité

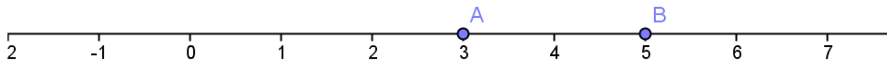
Sur une droite graduée placer les point A et B dont les abscisses sont désignées par x_A et x_B et calculer la distance AB dans chacun des cas suivants:

1^{e} cas : $x_A=+3$ et $x_B=+5$

2^{e} cas : $x_A=-4$ et $x_B=1$

Exprimer AB en fonction de x_A et x_B

1e cas



AB=2 = 5-3=x_B-x_A

2e cas

AB=5=1+4=1-(-4)=x_B-x_A

Si $x_B > x_A$ alors $x_B - x_A > 0$ donc AB= x_B-x_A

Si $x_B < x_A$ alors $x_B - x_A < 0$ donc AB= -(x_B-x_A)

2)Règle

A et B étant deux points de la droite graduée d' abscisses respectives x_A et x_B

AB= $| x_B - x_A |$

Remarque : AB = BA

<u>Exercice d'application</u>

Soit A(-3) ; B(7) ; C(-1) ; D(4)

Calculer les distances : AB ; BC ; CD ; AC ; AD

II)<u>Abscisse du milieu de deux points</u>

1)Activité 1

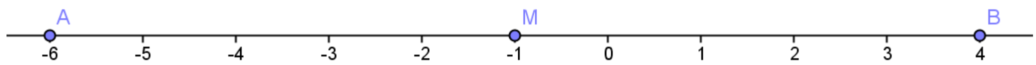
Placer le point M milieu de A et B et exprimer l' abscisse x_M de M en fonction de x_B et x_A dans les cas suivants :

1er cas : x_A=-6 et x_B=4

2eme x_A=-4 et x_B=2

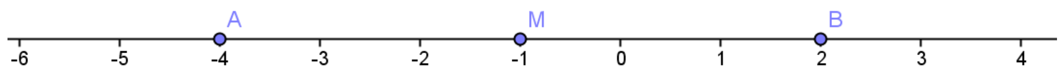
<u>Réponse</u>

1er cas



x_M=-1 =$\frac{(-6)+4}{2}$ = $\frac{xA+xB}{2}$

2ème cas



X_M=-1 = $\frac{-4+2}{2}$ = $\frac{xA+xB}{2}$

2)Popriété1

Si M est le milieu de [AB] alors x_M= $\frac{xA+xB}{2}$

3)Activité2

On considère deux points A et B de la droite graduée d'abscisses respectives xA et xB et un point M de la droite d'abscisse x_M= $\frac{xA+xB}{2}$.

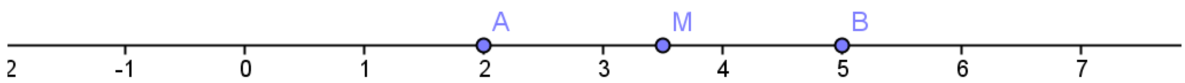
Calculer x_M et placer A ; B et M dans les cas suivants :

1^{er} cas $x_A = 2$ et $x_B = 5$

$2^{ème}$ Cas $x_A = -1$ et $x_B = 3$

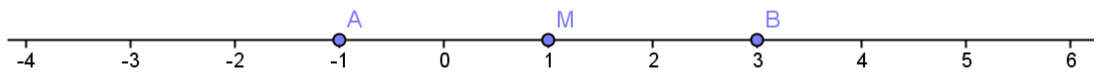
Que constate- t-on ?

1^{er} cas $x_M = \frac{xA+xB}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$



M est milieu de [AB]

$2^{ème}$ cas $x_M = \frac{xA+xB}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$



M est milieu de [AB]

4)Propriété2

Si $x_M = \frac{xA+xB}{2}$ alors M est le milieu de [AB]

<u>Exercice d'application</u>

Soient A(4) ; B($-\frac{1}{2}$) et C(5)

1)Calculer l'abscisse de :

-M milieu de [BC]

-I milieu de [AB]

-J milieu de [AC]

2)Le point E a pour abscisse 4,5.Montrer que E est le milieu de [AC]

EXERCICES

<u>Exercice1</u>

Sur une droite graduée on donne les points A , B , C et D d'abscisses respectives 5, -4 ,8 et 2.

Calculer AB , BD , DC , AC et DA.

<u>Exercice2</u>

a) Tracer un axe (D) avec 1 cm comme unité de longueur .
b) Placer les points A (-2) ;B(3) ; C (7/4).
c) Quelle est l'abscisse du milieu I du segment [AC] ?
d) Calculer l'abscisse du point D telle que B soit le milieu de [AD].
e) Soient les points E et F d'abscisses respectives x et x + (-4).
f) Calculer BC, AD et EF.

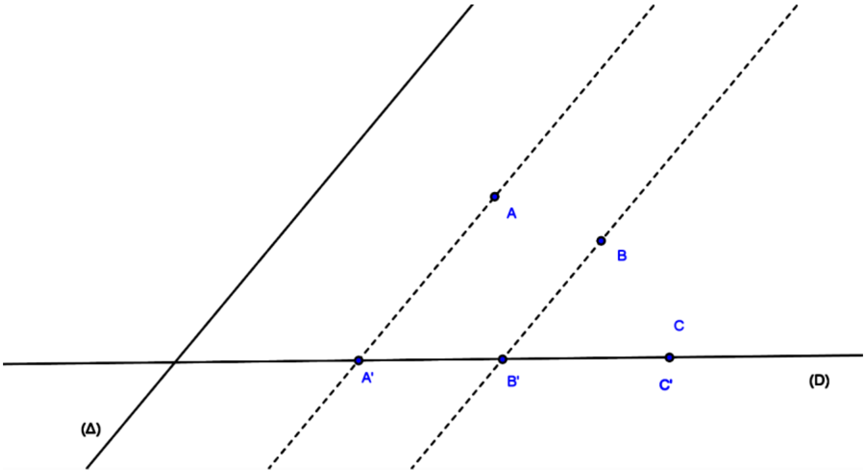
Exercice 3

1) Sur une droite graduée, on donne les points A et B tels que x_A =-3 et x_B =5.
Trouver les abscisses des point C ; D et E sachant que :
a)AC = CB et C∈[AB].
b)BD =$\frac{1}{4}$AB et $x_D > 6$.
c)AE =$\frac{1}{4}$AB et $x_E > -3$.
2) Soit le point F d'abscisse x_F =4.
Déterminer y sachant que $\frac{1}{2}AB = yAF$.

Chapitre 5 : Projection

I)Projeté d'un point

1)Observation



Les droites (Δ) et (AA') sont parallèles, on dit que A' est le projeté de A sur (D) parallèlement à (Δ).

2)Définition

Le point A' est le projeté de A sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) signifie que les droites (AA') et (Δ) sont parallèles et que le point A' est sur (D).Si A est sur (D) alors A'=A

REMARQUES :

- La relation qui à tout point du plan associe un point de (D) par la construction précédente s'appelle :

Projection du plan sur (D) parallèlement à (Δ).

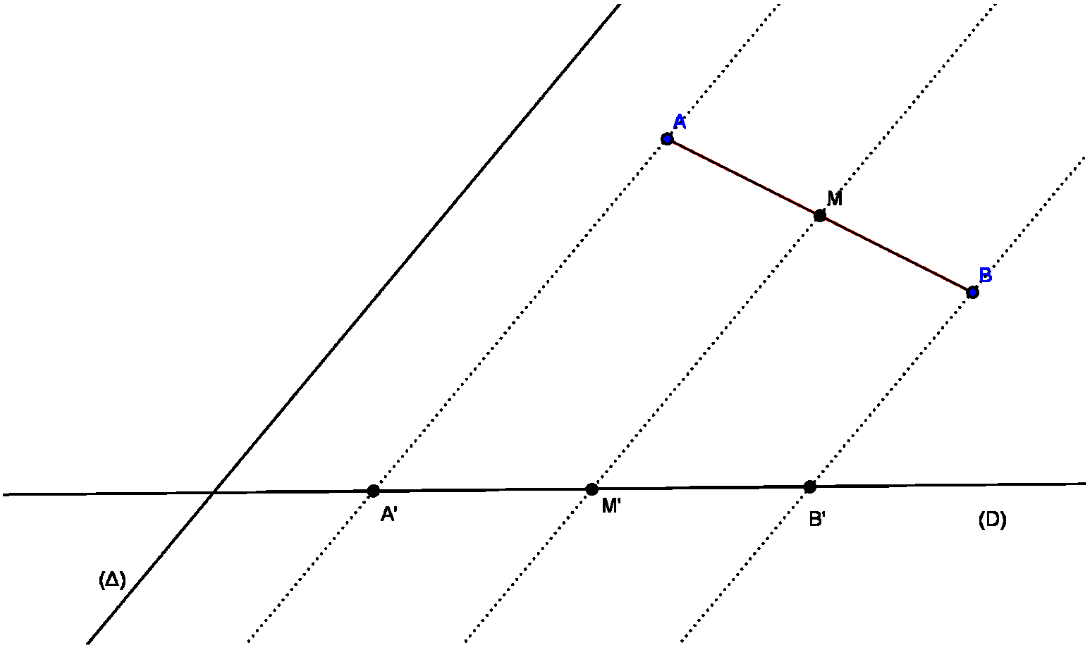
- A tout point du plan, la projection associe un point et un seul sur (D); on dit que c'est une application.

//)Projeté du milieu d'un segment

1)Propriété

a)Activité

Tracer deux droites sécantes (D) et (Δ) et un segment [AB]. Placer le point M milieu de [AB] puis construire les projetés A' ; B'et M'des points A ;B et M sur (D) parallèlement à la droite (Δ). Que constate t-on ?



On constate que le point M'est le milieu du segment [A'B']

b)Propriété

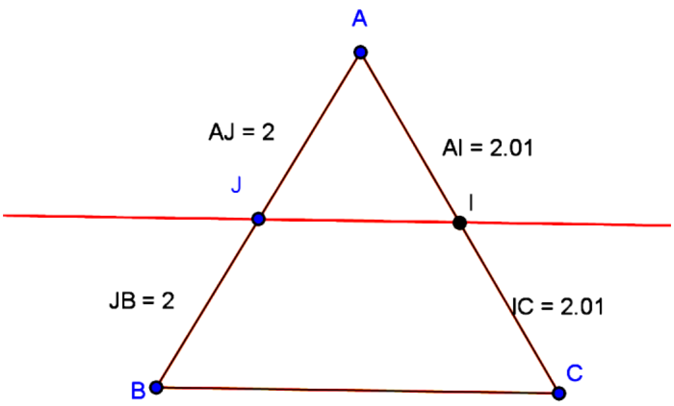
Les points M' ; A'et B' étant les projetés des points M ;A et B. Si M est le milieu de [AB] alors M'est le milieu de [A'B'].

2) Applications

a) Application au triangle

Activités

Construire un triangle ABC et placer le point J milieu du segment [AB]. Tracer la parallèle à la droite (BC) passant par J. Elle coupe (AC) en I. Que constate -t-on ?



I est milieu de [AC]

On a une projection du plan sur la droite (AC) parallèlement à (BC); les projetés de A ;I ;B sont respectivement A,J ,C

Conclusion

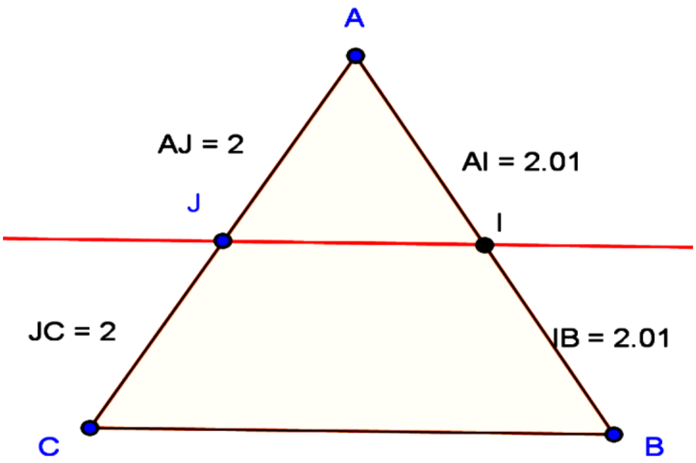
Si le point J est le milieu du segment [AB] et si I est sur le segment [AC] tel que (IJ) soit parallèle à (BC) alors I est milieu du segment [AC].

- Propriété 1

La droite parallèle à un côté d'un triangle passant par le milieu d'un autre côté coupe le troisième en son milieu.

Activité 2

Construire un triangle ABC et placer le point I milieu de segment [AB] et J milieu de segment [AC] ; Que peut-on dire des droites (IJ) et (BC) ?



On remarque que (IJ)//(BC)

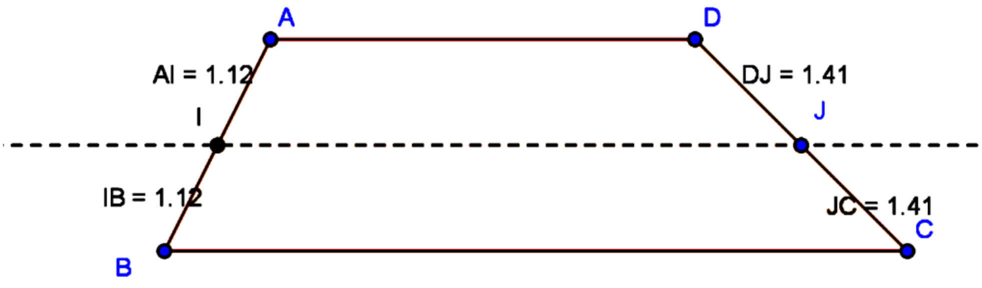
- Propriété 2

La droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté de ce triangle.

b) Application au trapèze

Activité 3

Construire un trapèze ABCD de bases [AD] et [BC] et placer le point I milieu de [AB]. Tracer la parallèle à (BC) passant par I. Elle coupe (CD) en J. Que constate t-on ?



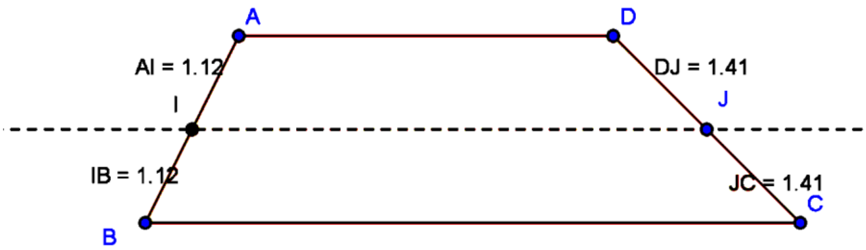
J est milieu du segment [CD].

- Propriété 3

La droite parallèle aux bases [AD] et [BC] d'un trapèze ABCD et passant par le milieu du côté [AB] coupe le côté [DC] en son milieu.

Activité 4

Construire un trapèze ABCD et placer les points I milieu de [AB] et J milieu de [CD]. Que peut-on dire des droites (IJ) et (BC) ?



On remarque que (IJ) et (BC) sont parallèles.

- Propriété 4

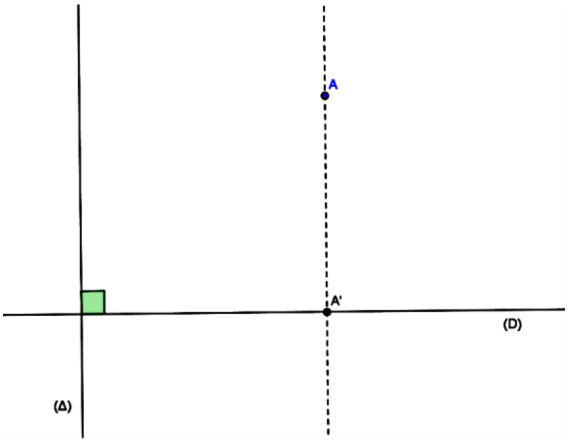
La droite joignant les milieux des deux côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases de ce trapèze.

<u>///)Projection orthogonale</u>

1)Projeté orthogonal

a)Activité

Tracer deux droites (D) et (Δ) perpendiculaires. Choisir un point A dans le plan et construire le point A' projeté de A sur la droite (D) parallèlement à (Δ)



On dit que A' est le projeté orthogonal de A sur (D)

b)Définition

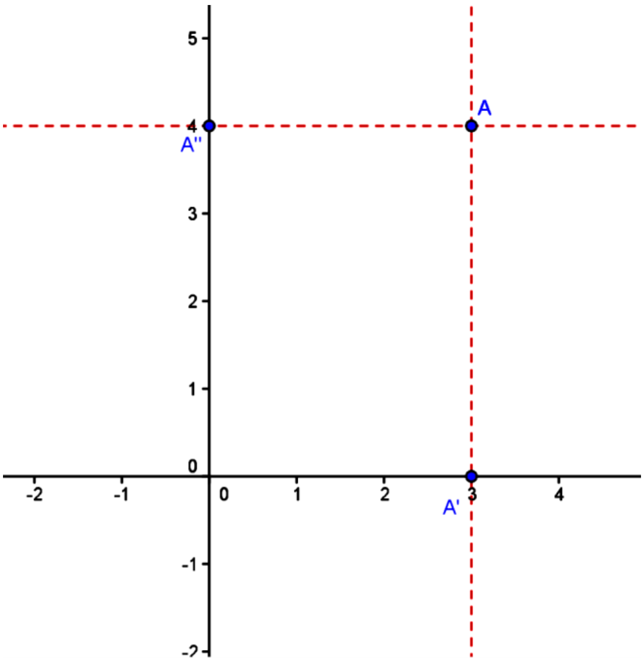
Le point A' est le projeté orthogonal de A sur la droite (D) signifie que le point A' est sur la droite (D) et la droite (AA') est perpendiculaire à la droite (D).

2)Repérage dans le plan

a)Repérage d'un point

Activité

Placer le point A(3 ;4) dans le plan muni d'un repère (O,I,J). Noter A' le point d'abscisse 3 sur (OI) et A'' le point d'ordonnée 4 sur l'axe (OJ). Que représente A' et A'' pour A ?



On remarque que A' et A'' sont respectivement les projetés orthogonaux de A sur (OI) et sur (OJ).

b)Coordonnées du milieu de deux points

Placer les points A(1 ;1) et B(5 ;4) dans un repère orthonormé du plan puis I milieu du segment [AB]. Déterminer les coordonnées de I et construire les projetés orthogonaux A' ;I' ;B' de A ,I ,B. Sur (OI) et A'' ;I'' ;B'' de A ,I ,B sur(OJ).

<u>Réponse</u>

I' est milieu de [A'B'] donc son abscisse sur la droite (A'B') est $x_{I'} = \frac{xA' + xB'}{2}$

I'' est milieu de [A''B''] donc son abscisse sur la droite (A''B'') est $x_{I''}=\frac{xA''+xB''}{2}$

Propriété 5

$A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ étant deux points du plan , si $I(x_I\,;y_I)$ est le milieu de [AB] alors $X_I=\frac{xA+xB}{2}$ et $Y_I=\frac{yA+yB}{2}$

Propriété 6

$A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ et $I(x_I\,;y_I)$ étant trois points du plan , si $x_I=\frac{xA+xB}{2}$ et $y_I=\frac{yA+yB}{2}$ alors I milieu de [AB].

EXERCICES

Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle en B et (Δ) la médiatrice de [BC] qui coupe (AC) en I. Démontrer que I est le milieu de [AC].

Exercice2

GAF est un triangle .Soit B le symétrique de G par rapport à A et E celui de G par rapport à F.Démontrer que (AF) //(BE).

Exercice3

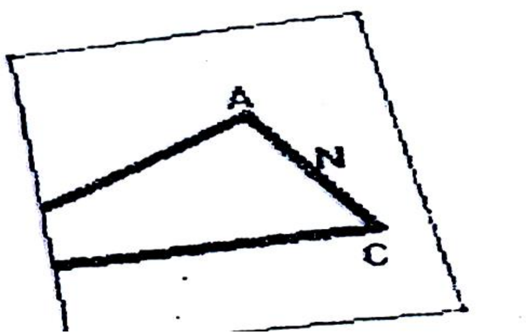
ABC est un triangle .B' et C' sont les milieux respectifs des côtés [AC] et [AB],M est un point quelconque de [BC].La droite (AM) coupe (B'C') en N.

1) Démontrer que N est le milieu de [AM].
2) Résumer la démonstration dans un déductogramme.

Exercice 4

Soit le triangle ABC dont le sommet B se trouve à l'extérieur de la feuille.N est le milieu de [AC].

Peut-on construire le milieu de [AB] sans placer le point B ? Justifier.



Exercice5

ABCD est un parallélogramme de centre I ; H est le projeté orthogonal de D sur (AC) ; K est le projeté orthogonal de B sur (AC).

1) Pourquoi les droites (DH) et (BK) sont parallèles ?
2) Démontrer que I est le milieu de [HK]

(Pour les exercices 6 à 9, on considère un triangle ABC et on désigne par I,J et K les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].)

Exercice 6

On suppose que ABC est rectangle en A.
1. Que peut-on dire des droites (IJ) et (AB) ? des droites (IJ) et (AC) ?
2. Préciser la nature du quadrilatère AJIK.

Exercice 7

Tracer un triangle ABC sachant que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.
1. Prouver que la droite (BJ) coupe le segment [KI] en son milieu.
2. Calculer les périmètres du triangle IJK et des quadrilatères AKIJ, BKJI et CIKJ.

Exercice 8

On suppose que AB = 7 cm, AC = 8 cm et BC = 12 cm. On désigne par L et M les milieux respectifs de [KJ] et [KI].
1. Prouver que la droite (LM) est parallèle à la droite (AB).
2. Calculer le périmètre du triangle KLM.

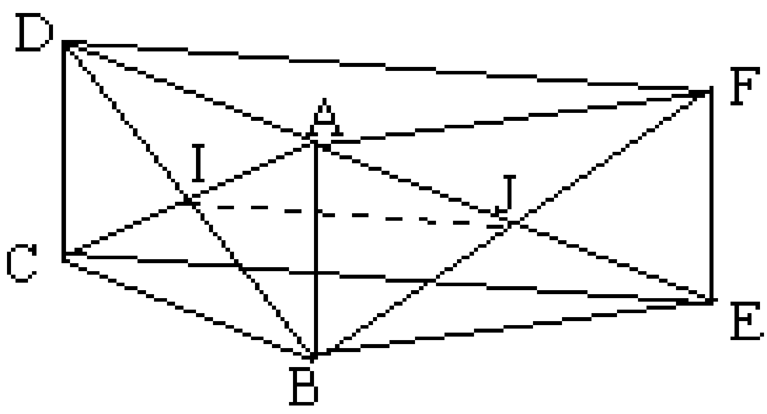
Exercice 9

Soit M le milieu de [AK] et N celui de [KB].
1. Préciser la nature du quadrilatère MJIN.
2. Comment choisir le triangle ABC pour que MJIN soit un rectangle ? un losange ? un carré ?

Exercice 10

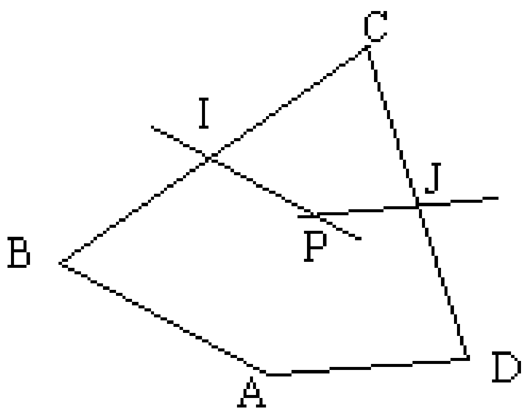
Tracer un triangle ABC, puis construire les points D, E, F, G, H et I, symétriques respectifs de A par rapport à C, de A par rapport à B, de C par rapport à B, de C par rapport à A, de B par rapport à A et de B par rapport à C.
Comparer les périmètres du triangle ABC et de l'hexagone DEFGHI.

Exercice 11



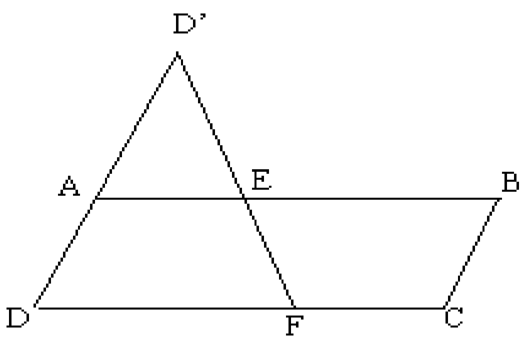
Dans la figure ci-contre, ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes de centres I et J.
1. Montrer que les droites (CE) et (DF) sont parallèles
(indication : on pourra utiliser la droite (IJ)).
2. En déduire la nature du quadrilatère DFEC.

<u>Exercice 12</u>



I et J sont les milieux de [BC] et de [CD]. La parallèle à (AB) passant par I et la parallèle à (AD) passant par J se coupent en P.
Montrer que P est le milieu de [AC].

<u>Exercice 13</u>



Les données :
►ABCD est un parallélogramme ;
►D' est le symétrique de D par rapport à A ;

►E appartient au segment [AB] et AE = $\frac{1}{3}$AB ;

►(D'E) coupe (DC) en F.

Montrer que CF = $\frac{1}{3}$ CD.

Exercice 14

1) Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan on donne

$A(3\,;5)$ et $B(-2\,;\,4)$

Calculer les cordonnées des points C et D tels que :

a) C milieu de $[AB]$.

b) B milieu de $[AD]$.

2) On donne $E(2\,;-2)$ et $F(0\,;\,1)$

Montrer que F est milieu de $[BE]$

Chapitre 6 : Les nombres rationnels

I/ Notion de nombre rationnel

$\frac{20}{3}$ = 20 : 3 = 6 ,666 est un nombre rationnel.

Définition

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction.

L'ensemble des nombres rationnels se note $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q}^+$ est l'ensemble des nombres rationnels positifs

$\mathbb{Q}^-$ est l'ensemble des nombres rationnels négatifs.

$\mathbb{Q}^- \cap \mathbb{Q}^+ = \{0\}$

$\mathbb{Q}^- \cup \mathbb{Q}^+ = \mathbb{Q}$

Remarque

-Un nombre rationnel peut être représenté par plusieurs fractions :

Exemple : $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$…………

-Tout entier naturel, est un rationnel, tout entier relatif est un rationnel et tout décimal est un rationnel donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

II/ Ordre et Opération

1) Rappel

Pour tous nombres rationnels a et b

a ≥ b signifie que a – b ∈ $\mathbb{Q}^+$

a ≤ b signifie que a – b ∈ $\mathbb{Q}^-$

2) Ordre et addition

a) Activité

Considérons les deux nombres a et b avec a= 5 ,5 et b= 7,5.

Calculer a + 3 ,5 et b + 3,5 et compare a et b puis a+ 3,5 et b +3 ,5

Réponse

a + 3 ,5 = 5,5+3,5=9

b +3,5 = 7,5+3,5=11

a≤b et a + 3 ,5≤ b + 3,5

b) Règle 1

Pour tous nombres rationnels a,b et c :

Si a ≤ b alors a+ b ≤ b + c

Remarque :

Si a ≤ b alors a – c ≤ b - c car soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.

3) Ordre et multiplication

a)Activité

Considérons les nombres a = 5,5 et b= 7,5. Calculer 2a et 2b ; -3a et -3b .

Comparer a et b ;2a et 2b et -3a et -3b

2a = 2 x 5,5 2b = 2x 7,5

2a = 11 2b = 15

a ≤ b et 2a ≤ 2b

-3a = -3x5,5 -3b = -3x 7,5

-3a = -16,5 -3b = -22,5

a≤ b et -3a ≥ -3b

a) Règle 2

Pour tous nombres rationnels a, b et c

Si a≤ b et si c ≥ 0 alors ac ≤ bc

Si a ≤ b et si c ≤ 0 alors ac ≥ bc

On dit que la multiplication par un nombre positif conserve l'ordre tandis que la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre.

Remarque

Si a ≤ b alors -a ≥ -b car –a = (-1)xa ; –b = (-1)xb et (-1)≤0

III/ Puissance dans $\mathbb{Q}$

1) Définition

Activité

Calculer 2^{-1} , 2^{-2} , 2^{-3}

$2^{-1} = \frac{1}{2}$; $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$; $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

Retenons

Pour tout nombre rationnel 'a' non nul et pour tout entier naturel n non nul, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

2)Propriété

Règle 1

Pour tout nombre rationnel « a » non nul et pour tous entiers relatifs m et n on a

.

$*a^1 = a$	$*(a^m)^n = a^{m\times n}$
$*a^0 = 1$	$*(a \times b)^n = a^n \times b^n$
$*a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$*\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$*a^m \times a^n = a^{m+n}$	$*\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$

Exercice d'application

Calculer

$A = 5^2 \times 5^7$; $C= [(15)^{-2}]^{-3}$ $E= (3 \times 7)^{-2}$ B =

IV/ Approximation décimale d'un nombre rationnel

Exemple 1 : soit a = 5, 14314 on a :

$5 < a < 6$ ou $5.10^0 < a < 6.10^0$

$5{,}1 < a < 5{,}2$ ou $51.10^{-1} < a < 52.10^{-1}$

$5{,}14 < a < 5{,}15$ ou $514.10^{-2} < a < 515.10^{-2}$

$5{,}143 < a < 5{,}144$ ou $5143.10^{-3} < a < 5144.10^{-3}$

5 ,1 ou 51.10^{-1} est l'approximation décimale au $\frac{1}{10}$ par défaut de a

5,2 ou 52.10^{-1} est L'approximation décimale au $\frac{1}{10}$ par excès de a

5 ,143 ou 5143.10^{-3} est l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de a

Exemple 2 : soit b=7,34000

$7{,}3 < b < 7{,}4$

$7{,}34 \leq b < 7{,}35$

$7{,}340 \leq b < 7{,}341$

7,340 est aussi l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de b.

Exemple 3 : 7,563 est l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de x.

On a : $7{,}563 < x < 7{,}564$. On dit qu'on a encadre x.

- Cas général

Tout nombre rationnel x peut être encadré de la façon suivante :

$a.10^{-p} < x < (a+1).10^{-p}$

$a.10^{-p}$ est l'approximation décimale au $\frac{1}{10^p}$ (ou d'ordre p) par défaut de x.

$(a+1).10^{-p}$ est l'approximation décimale au $\frac{1}{10^p}$ par excès de x.

V/ Suites décimales

- Activité

Calculer en posant la division ; les nombre rationnels $\frac{13}{6}$, $\frac{27}{11}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{17}{8}$

$\frac{13}{6}$ =2,166666…

$\frac{27}{11}$ = 2,454545…

$\frac{12}{7}$ = 1,714285714285…

$\frac{17}{8}$ = 2, 12500

Dans chaque cas on obtient une suite de nombres qui se repète.

Exemple $\frac{27}{11}$ = 2,45 45 45…………

2,45 est appeler une suite décimale illimitée périodique (SDIP) de période 45 (ou 54) 0n le note $2,\underline{45}$…

- Propriété

Tout nombre rationnel peut s'écrire sous forme d'une SDIP.

- Activité

Soit les SDIP suivantes: b = $1,\underline{24}$; c = $2,2\underline{37}$

Ecrire sous forme de fraction les SDIP b et c.

Réponse

b = $1,\underline{24}$

100b = $124,\underline{24}$

100b – b= $124,\underline{24}-1,\underline{24}$

99b = 123

b = $\frac{123}{99} = \frac{41}{33}$

C = $2,2\underline{37}$

10c = $22,\underline{37}$

1000c = $2237,\underline{37}$

1000c-10c = $2237,\underline{37}-22,\underline{37}$

990c = 2215

C = $\frac{2215}{990} = \frac{443}{198}$

C = $\frac{443}{198}$

- Propriété

Toute SDIP peut s'écrire sous forme de fraction.

Conclusion : Tout nombre rationnel peut s' écrire sous forme de SDIP et toute SDIP est un nombre décimal .

EXERCICES

Exercice1

Calculer de deux manières différentes :

A= $\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}\right)^2$; $B = \left[\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{2}\right]^2$; $C = (\frac{-1}{2}\times\frac{2}{3})^3$; $D = [(-\frac{2}{3})$ x$(-\frac{1}{2})]^3$

Exercice 2

Encercle la bonne réponse

-2.10^3 et 2.10^{-3} sont égaux

4.10^5 et $4.(-10)^5$ sont égaux

-5.10^{-6} et $-5(-10)^{-6}$ sont égaux

-3.10^{-4} et $3\ (-10)^4$ sont égaux

Exercice3

1)Ecrire les nombres suivants sous forme d'une suite décimale illimité périodique

$\frac{1}{3}$;$\frac{7}{3}$;$\frac{17}{18}$; $\frac{1}{11}$

2)Ecrire sous forme de fraction les SDIP suivantes :

0,$\underline{8}$… ; 1,$\underline{4}$… ;0,$\underline{783}$… ; 1,0$\underline{4}$…

Exercice 4

7 enfants se partagent équitablement un savon de masse 6kg. Donner une valeur approchée par défaut et par excès de la masse de chaque part au dixième et au centième près.

Exercice5

Comparaison par la méthode des différences.

1) Compléter le tableau suivant :

A	b	a> b ou a <b	a-b	Signe de a-b
$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{4}$			
$-\frac{3}{2}$	$-\frac{6}{11}$			
$-\frac{1}{3}$	5			
$-\frac{2}{5}$	$-\frac{7}{10}$			

2)Compléter :

a>b signifie a-b……………………..

a<b signifie a-b……………………..

3) Utiliser le résultat pour prouver que : si a,b,c,d sont des rationnels non nuls et

a) Si a<b alors a+c<b+c
b) Si a<b et c<d alors a+c<b+d
c) Si a< b et c> 0 alors ac< bc
d) Si a < b et c< 0 alors ac > bc

Exercice 6

Les parents de 3 enfants décident de cloisonner suivant la longueur une grande pièce (L = 9,4m et I = 2,9m) pour en faire trois chambres de même dimension. Les cloisons mesurent 10 cm d'épaisseur.

1) Faire un plan.
2) Déterminer une valeur approchée par défaut au dixième, au centième et au millième de mètre de la longueur des chambres.
3) Le maçon possède un mètre gradué en mm, quelle valeur va-t-il utiliser ?

Exercice 7

Un menuisier veut fabriquer une planche rectangulaire de longueur 54 cm et d'aire 230 cm^2.

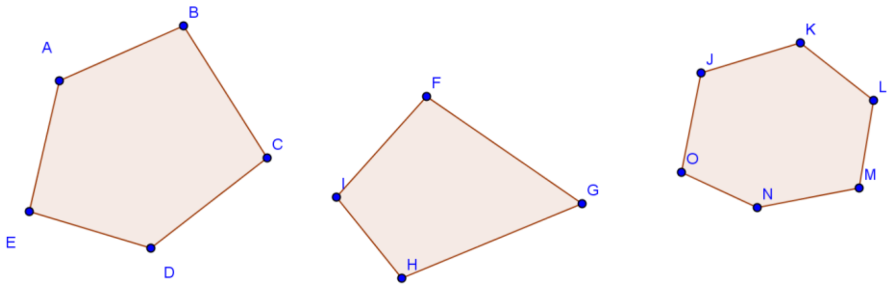
a) Quelle devrait être la valeur exacte de la largeur l ?
b) Donner une écriture décimale de l.Quelle est la signification de chaque chiffre après la virgule.
c) Avec la précision des mesures avec la règle graduée,
quelle valeur approchée de la largeur par excès au dixième près peut-il donner ?

Chapitre7 : Les polygones réguliers

I)Définition

1)Polygones

Observons les figures suivantes :



Ces figures sont appelé des polygones (grec : poly= plusieurs ; gonus= côtés)

Le nom d'un polygone dépend du nombre de ses côtés :

-Le polygone à 3 côtés s'appelle le triangle

-le polygone à 4 côtés s'appelle le quadrilatere

-le polygone à 5 côtés s'appelle le pentagone

-le polygone à 6 côtés s'appelle l' hexagone

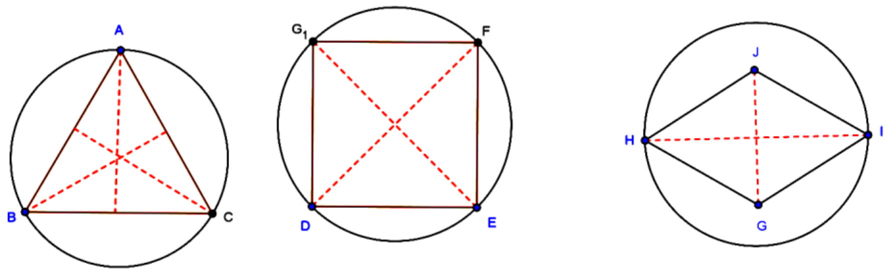
-le polygone à 7 côtés s'appelle l'heptagone

-le polygone à 8 côtés s'appelle l'octogone

-le polygone à 9 côtés s'appelle l' enneagone

-le polygone à 10 côtés s'appelle le decagone

2)Polygone régulier



Le triangle équilatéral et le carré sont inscriptibles dans un cercle. Ils sont alors des polygones réguliers

Le losange n'est pas inscriptible dans un cercle ,il n'est donc pas un polygone régulier

- Définition

Un polygone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle et dont les cotés sont égaux.

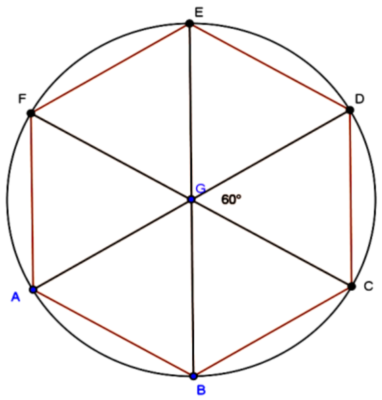
II)Construction

1)Construction d'un hexagone régulier

- Règle

Pour construire un hexagone régulier on construit un cercle ; on place la pointe du compas sur le cercle et on reporte 6 fois le rayon du cercle le long de la circonférence.

Les ponts obtenus sont les sommets de l'hexagone.



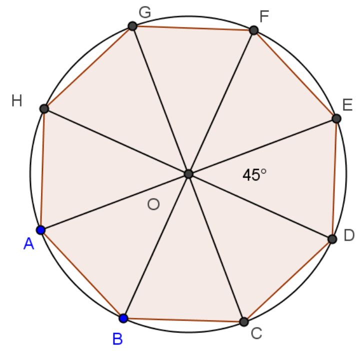
$\widehat{AOB}$ = $\widehat{BOC}$ =$\widehat{COD}$= $\widehat{DOE}$= $\widehat{EOF}$=$\widehat{FOA}$=60°

AB = BC = CD = DE = EF = FA = rayon

2)Construction d'un octogone régulier

Pour construire un octogone régulier on construit des angles adjacents de sommet O mesurant

$\frac{360°}{8}$ =45° dans un cercle



$\widehat{AOB}$ = $\widehat{BOC}$ =$\widehat{COD}$= $\widehat{DOE}$= $\widehat{EOF}$=$\widehat{FOG}$=$\widehat{GOH}$= $\widehat{HOA}$ =45°

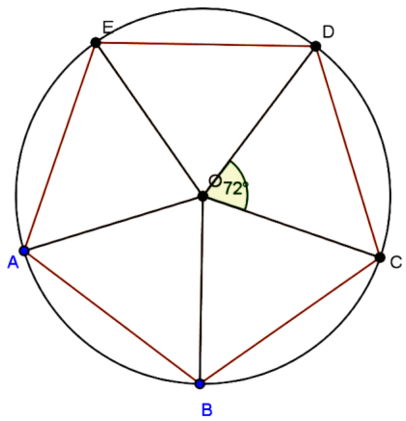
3)Construction d'un pentagone régulier

Pour construire un polygone régulier de n côtés on trace un cercle de centre O et on construit des angles adjacents de sommet O et de mesure $\frac{360°}{n}$

Les points obtenus sur le cercle répresentent les sommets du polygone.

Exemple : Construisons un pentagone régulier

$\widehat{AOB}$= $\frac{360°}{5}$ = 72°



EXERCICES

Exercice 1

1. Tracer un cercle de centre O, de rayon 4cm .Placer sur ce cercle un point A puis à l'aide du rapporteur, placer les points suivants :

-B tel que $\widehat{AOB}$ = 35° dans le même sens que celui des aiguilles d'une montre.

-C tel que $\widehat{AOC}$= 35° dans le sens contraire de celui des aiguilles d'une montre.

-D tel que $\widehat{AOD}$= 120° vers " la droite " de A vers D.

-E tel que $\widehat{AOE}$ =72° vers " la gauche " de A vers E.

2. Le polygone obtenu est-il régulier ?

Exercice2

a) Marquer deux points O et A tels que OA = 4 cm.
b) Proposer un programme de construction d'un octogone régulier ABCDEFGH de centre O.
c) Vérifier que les angles de cet octogone sont égaux et donner leurs mesures
d) Expliquer pourquoi ACEG et BDFG sont des carrés.

Exercice 3

Construire un pentagone régulier inscrit dans un cercle de 4cm de rayon

Exercice 4

Construire un octogone régulier inscrit dans un cercle de 4cm de rayon.

Exercice 5

1) Construire un hexagone régulier ABCDEF
2) En utilisant les sommets de l'hexagone :
   a) Combien peut-on obtenir de triangles équilatéraux ? Les citer
   b) Combien peut –on obtenir de triangles rectangles ? Les citer.
   C) Combien peut-on obtenir de triangles isocèles ? Les citer.
3) Indiquer les axes de symétrie de la figure.

Exercice 6

1) Construire un hexagone régulier
2) A partir du cercle circonscrit à l'hexagone régulier, tracer un dodécagone régulier (polygone régulier à 12 côtés).Expliquer la méthode

Exercice 7

1) Construire un hexagone régulier ABCDEF de centre O
2) Compléter :

   $S_{(BE)}$ (C) = ……... $S_{(BE)}$ (D) =………… S_O (A) =……..

   $S_{(AD)}$ (B) =……… $S_{(AD)}$ (C)=…………… S_O (E) =………

3)Montrer que (DE)//(AB)

4) Trouver les valeurs des angles du quadrilatère ABEF.

Exercice 8

La mesure de l'angle au centre d'un polygone régulier est un entier naturel multiple de 10 ,divisible par 3 et compris entre 28et 44. Déterminer le nombre de côtés de ce polygone et le construire.

Exercice 9

Le nombre de côtés de polygone régulier P_1 est l'entier naturel n_1 et celui du polygone régulier P_2 est l'entier naturel n_2.

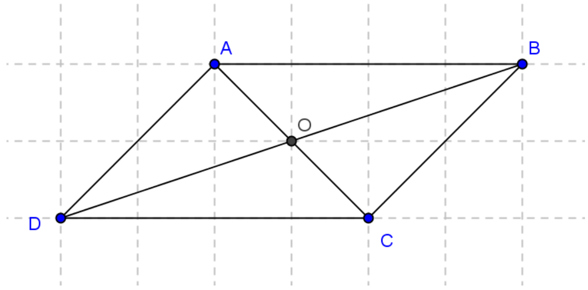
1) Déterminer $n_1$et n_2 sachant que leur PGCD est 4et $4 < n_1 < n_2 < 13$.
2) Déterminer la mesure de l'angle au centre de P_1 et de celui de P_2, puis construire P_1 et P_2.

Chapitre 8 :Les vecteurs (1) et (2)

A) Les vecteurs (1)

I)Parallélogramme

1)Cas général



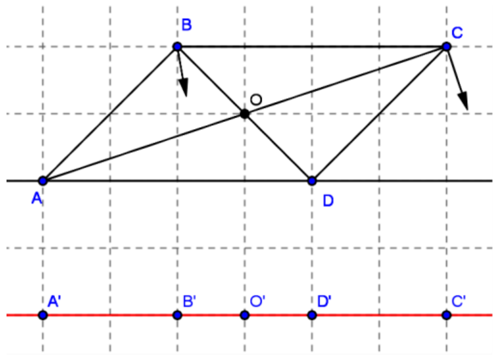
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles et égaux

- Propriété

-Si ABCD est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu

-Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme

2) Cas particulier



A'B'C'D' est un parallélogramme aplati

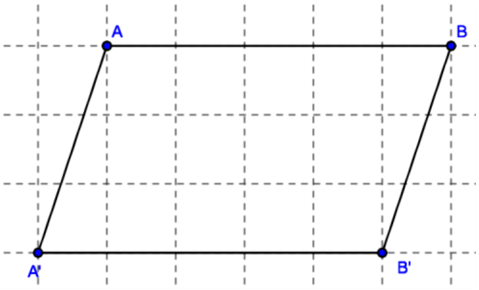
Si A ;B ;C et D sont alignés et si les segments [AC] et [BD] ont le même milieu , alors ABCD est un parallélogramme aplati

II)Bipoints Equipollents –vecteurs

1) Bipoints équipollents

a)Activité

Tracer un segment [AB] et un segment [B'A'] tel que ABB'A' soit un parallélogramme



Pour que ABB'A' soit un parallélogramme il faut que les segments [AB] et [B'A'] soient parallèles et de même longueur

b)Définition

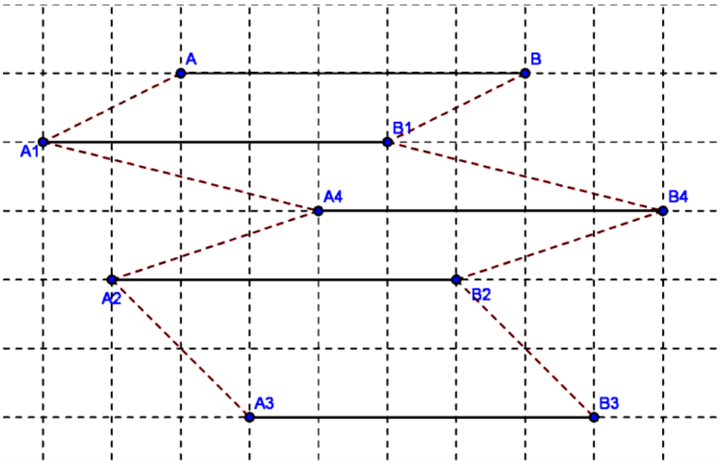
Les bipoints (couple de points) (A ;B) ; (B' ;A') sont équipollents signifie que ABB'A' est un parallélogramme . A est l'origine du bipoint (A ;B) et B est son extrémité .

<u>Remarque</u> Le bipoint (A ;B) est équipollent à lui-même car ABBA est un parallélogramme aplati

2)Définition et Notation d'un vecteur

a)Activité

Construire un bipoint (A ;B) et 4 bipoints équipollents distincts (A_1 ;B_1) ; (A_2 ;B_2) ; (A_3 ;B_3) ; (A_4 ;B_4)



Deux bipoints équipollents quelconques de la figure forment un parallélogramme

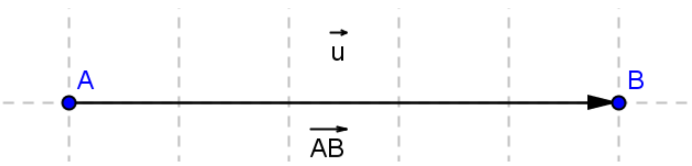
b)Définition

L'ensemble des bipoints équipollents au bipoint (A ;B) s'appelle un VECTEUR , chaque bipoint est un représentant du vecteur.

Un vecteur se note par une lettre surmontée d'une flèche, par exemple $\vec{u}$ qui se lit « vecteur u »

3) Représentation d'un vecteur

Pour représenter le vecteur $\vec{u}$ on choisit un des représentants. Le bipoint (A ;B) par exemple et on trace le segment fléché reliant A à B ; on le note $\overrightarrow{AB}$ et on lit « vecteur AB »



A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et et B est l'extrémité

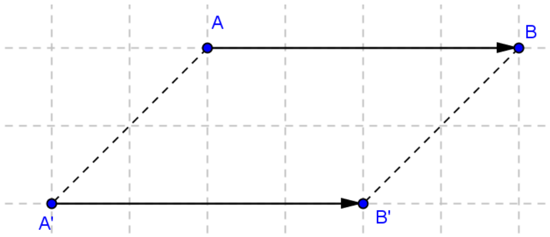
3)Vecteur nul

L'ensemble des bipoints équipollents a (A ;A) est appélé le vecteur nul et se note $\vec{0}$ ou $\overrightarrow{AA}$

On dire alors que : $\overrightarrow{AA}$ =$\overrightarrow{BB}$ =$\overrightarrow{CC}$ = $\vec{0}$

<u>III)Egalité de deux vecteurs</u>

Représenter deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ tels que $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{A'B'}$



(A ;B) et (A' ; B') sont des représentants d'un même vecteur alors ils sont équipollents donc ABA'B' est un parallélogramme.

- Propriété

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ signifie que le quadrilatère ABA'B' est un parallélogramme.

B)Les vecteurs (2)

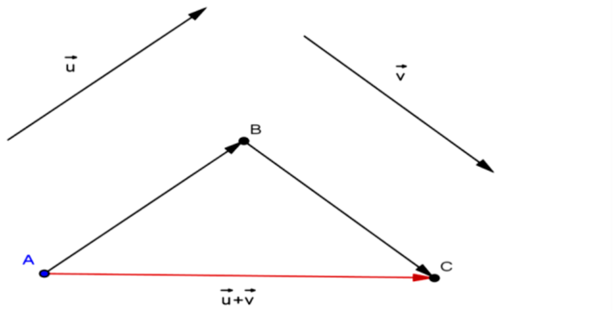
I)Sommes de deux vecteurs

1)Définition

a) Activité

Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$;placer deux bipoints (A ; B), et (B ;C) représentants respectifs des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

figure



$\overrightarrow{AC}$ est un représentant du vecteur ($\vec{u}$ + $\vec{v}$) .On remarque que l'origine B du bipoint (B ;C) est l'extrémité du bipoint (A ; B).

b) Définition

Le bipoint (A ; C) est un représentant d'un vecteur appelé « vecteur somme « de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ noté $\vec{u}$ + $\vec{v}$. $\vec{u}$ =$\overrightarrow{AB}$; $\vec{v}$ = $\overrightarrow{BC}$; et $\vec{u}$ + $\vec{v}$=$\overrightarrow{AC}$.

On a alors : $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{BC}$ = $\overrightarrow{AC}$; cette relation est appelée la relation de Chasles

2) Autre construction de la somme de deux vecteurs

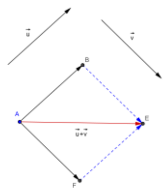
a) Activité

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs.Choisir les représentants de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de même origine A.

Soit le point B tel que $\overrightarrow{AB}$ = $\vec{u}$ et le point F tel que $\overrightarrow{AF}$ = $\vec{v}$

Construire le point E tel que ABEF soit un parallélogramme.

Figure



On a : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AF}$

$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

$= \overrightarrow{AE}$

b) Règle

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE}$,[AE] étant la diagonale issue de A du parallélogramme ABEF

Exercice application

Soit A ;E et F trois points du plan .Construire dans chaque cas un représentant du vecteur somme :

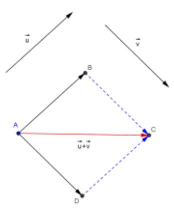
1) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$ 2) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EF}$

3) Propriété de l'addition vectorielle

a) Commutativité

Activité

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs quelconques. Construire un représentant de $\vec{u} + \vec{v}$.



On a : $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{v} + \vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$ donc $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

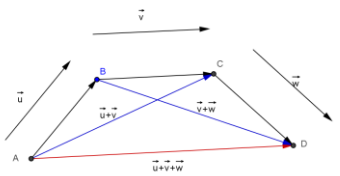
- Propriété

Pour tous vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{u}$ on a : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$. On dit que l'addition vectorielle est commutative

b) Associativité

$\vec{u}$; $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs de représentants respectifs(A ;B) ;(B ;C) ; (C ;D)

En utilisant la relation de Chasles calculer $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ et $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$



On a : $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

$\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

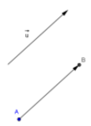
Alors $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$;on dit que l'addition vectorielle est associative

C)Vecteur nul

Activité

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan de représentant (A ;B) et $\vec{0}$ un vecteur nul de représentant (B ; B)

Représenter $\vec{u} + \vec{0}$



$\vec{u} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$ alors $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$; on dit que $\overrightarrow{BB}$ est un vecteur neutre pour l'addition

Propriété

Pour tout vecteur $\vec{u}$ on a : $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} \overrightarrow{+u} = \vec{u}$

d) Vecteur opposés

Activité

Calculer : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE}$; $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}$

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EE} = \vec{0}$

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} =; \overrightarrow{MM} = \vec{0}$

On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés car leur somme est égale à $\vec{0}$ de même que $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FE}$; $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NM}$. on note : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ ou $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

Définition

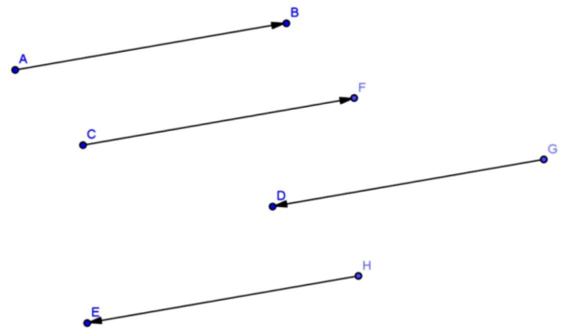
Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont opposés signifie que : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$; on note : $\vec{u} = -\vec{v}$ ou $\vec{v} = -\vec{u}$

II)Multiplication d'un vecteur par un nombre

1)Définition

*Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction signifie que (AB) //(CD)

*Deux vecteurs de même direction sont de sens opposé ou de même sens.



2)Convention d'écriture

Représenter un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et les points E ; F et G tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG}$

On remarque que :

$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$

$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AG} = 4\overrightarrow{AB}$

Conclusion :

Soit un vecteur $\vec{u}$ et k un nombre non nul ; les vecteurs $\vec{u}$ et k $\vec{u}$ sont deux vecteurs :

- Qui ont la même direction
- Qui ont le même sens si k est positif
- Qui ont des sens contraires si k est négatif

3) Propriété du milieu d'un segment

Activité

Marque le milieu I d'un segment [AB]

1) Que peut-on dire de $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$
2) Calculer : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$
3) Que peut – on dire de $\overrightarrow{AB}$ et de $2\overrightarrow{AI}$

Réponse

1) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

2) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

3) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

- Propriété1

Si I est milieu d'un segment [AB] alors :

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

- Propriété 2

Si $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ alors I est milieu d'un segment [AB]

EXERCICES

Exercice1

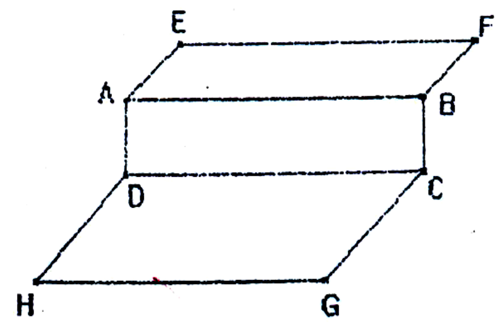
Dans cette figure, ABFE, ABCD, DCGH sont des parallélogrammes.

1° a) Quels sont les vecteurs qui sont égaux à $\overrightarrow{AE}$?

b) Quels sont les vecteurs qui sont égaux à $\overrightarrow{FE}$?

2° Moussa prétend que : $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FC}$ .Est-ce vrai ?

3° Hélène quand à elle, dit que : $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$ .Est-ce vrai ?



Exercice2

ABC est un triangle ,I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC] ; F est le symétrique de I par rapport à J.Il s'agit de montrer que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{FC}$ et que $\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{BC}$.

1° Faire la figure

2° a) Relever les hypothèses dans l'énoncé.

b)Donner d'autres interprétations possibles de l'énoncé « $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{FC}$ » c) Rechercher l'interprétation qui vous semble pertinente au regard des hypothèses et démontrer que : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{FC}$.

3°) En adoptant la même démarche ,montrer que :$\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{BC}$

Exercice3

ABC est un triangle quelconque.

1) Construire les points A', B', C' tels que : $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC}$;$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CA}$
2) Démontrer que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'C}$
3) Démontrer que : $\overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AB'}$

Exercice 4

ABCD est un parallélogramme non aplati de centre O.M est un point de (AC) distinct de A, C et O ; la parallèle à (DM) passant par B coupe (AC) en N.

1) Faire une figure.
2) Montrer que O est milieu de [MN].
3) Prouver les égalités suivantes :
   a) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MD}$;
   b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

Exercice 5

Soit MATH un parallélogramme et F un point.

1) Construire le point F tel que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{MA}$.
2) Démontrer que FETH est un parallélogramme

Exercice 6

1) Tracer un triangle ABC.
2) Construire le point F tel que BCFA soit un parallélogramme.
3) Construire le point H de façon que A soit le milieu de [HB]
4) Traduire par des égalités vectorielles chacune des constructions effectuées dans les questions 2) et 3)

Exercice7

1) Tracer un vecteur $\vec{u}$ non nul.
2) Construire un représentant $\overrightarrow{AB}$ de $\vec{u}$.
3) A parti d'un point C n'appartenant pas à (AB), construire D tel que $\overrightarrow{CD} = \vec{u}$.
4) Compléter par vrai ou faux :

ABCD est un parallélogramme	
BCDA est parallélogramme	
CBDA est un parallélogramme	
ABDC est un parallélogramme	

Exercice 8

On considère un parallélogramme (non aplati) ABCD.

1) Construire les points E et F tel que ACDE et ACFB soient des parallélogrammes.
2) Démontré que $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{CF}$.
3) A partir de la figure, citer les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$. Justifier la réponse.

Exercice 9

Soit ABCD un parallélogramme (non aplati) de centre O.

1) Construire le point E tel que le quadrilatère AOBE soit un parallélogramme.
2) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{EB}$? Justifier la réponse.
3) Démontrer que (OC) // (EB).
4) Soit J le centre du parallélogramme AOBE. Démontrer que :
   a) (OI) // (BC). (On pourra considérer le triangle ACB).
   b) (OE) // (BC).
5) Quelle est la nature du quadrilatère OEBC ? Justifier la réponse.

Exercice 10

Soit ABC un triangle.

I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

1) Faire une figure.

2) Peut- on dire que $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{BC}$? Justifier la réponse.

3) Soit K le point de (BC) tel que $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{BK}$. Démontrer que K est le milieu de [BC].

4)Démonter que $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{KC}$.

5)En déduire que $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{KC}$.

6)A partir de la figure, quels sont les vecteurs égaux à $\overrightarrow{IK}$; puis à $\overrightarrow{KJ}$?Justifier la réponse dans chacun des cas.

Chapitre9 : Les Nombres Réels

I)Notion de nombres réels

Tous les ensembles de nombres déjà étudiés sont tous des nombres rationnels. On a :
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
Chacun de ses ensembles peut s'écrire sous la forme d'une SDIP
Il existe des nombres qui ne correspondent pas à des SDIP. Par exemple
π=3,1415926535…………
Ces nombres sont appelés des nombres irrationnels.
Définition
L'ensemble des nombres rationnels et irrationnels s'appelle l'ensemble des nombres réels. Il se note $\mathbb{R}$.
$\mathbb{R}= \mathbb{R}^{+}\cup \mathbb{R}^{-}$
$\mathbb{R}^{+}$ est l'ensemble des nombres réels positifs
$\mathbb{R}^{-}$ est l'ensemble des nombres réels négatifs
$\mathbb{R}^{*}= \mathbb{R}$ -{0} est l'ensemble des nombres réels non nul
$\mathbb{R}^{+}\cap \mathbb{R}^{-}$ ={0}
Remarque : Tout nombre rationnel est un nombre réel mais tout nombre réel n'est pas un nombre rationnel
Exemple : $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$ et $\frac{3}{2} \in \mathbb{R}$
$\pi \in \mathbb{R}$ Mais $\pi \notin \mathbb{Q}$

II)Opérations dans $\mathbb{R}$

1)Propriétés de l'addition
a)Commutativité
Exemple : Calculons 7 +5 et 5 +7 ; que remarque t-on ?
7+5=12
5+7=12
On remarque que 7+5= 5+7
Pour tous nombres réels a et b on a :
a+b =b+a ; on dit que l'addition est commutative dans $\mathbb{R}$
b)Associativité
Pour tous nombres réels a ; b et c on a :a+b+c= (a+b)+c = a + (b+c) on dit que l'addition est associative dans $\mathbb{R}$.
c) Elément neutre
Calculons 0+7 et 7+0
On a : 0+7= 7 ; 7+0 = 7
Ainsi 0+7= 7+0 =7
Pour tout nombre réel a on a : a+0=0+a =0 . 0 est l'élément neutre de l'addition dans $\mathbb{R}$
d)Opposé d'un nombre réel
Tout nombre réel a admet un opposé .
Opp(a)=-a ; a+ (-a)=0
Remarque : La règle soustraire un nombre c'est ajouter son opposé est aussi valable dans $\mathbb{R}$
Pour tous nombres réels a et b
a-b = a+(-b)= a +opp(b)
2)Propriété de la multiplication

a)Commutativité

Pour tous nombres réels a et b on a : a.b = b.a

On dit que la multiplication est commutative dans $\mathbb{R}$

b)Associativité

Pour tous réels a ; b et c on a : (a x b) x c = a x (b x c) = a x b x c

on dit que la multiplication est associative dans $\mathbb{R}$

c)Elément neutre

Pour tout nombre réel a on a 1 x a = a x 1= a

On dit que 1 est l'élément neutre de la multiplication dans $\mathbb{R}$

d)Inverse d'un nombre

Exemple : 5 x $\frac{1}{5}$ = 1 ; on dit que 5 est l'inverse de $\frac{1}{5}$

a x $\frac{1}{a}$ = 1 ; on dit que a est l'inverse de $\frac{1}{a}$

Tout nombre réel a non nul admet un inverse noté $\frac{1}{a}$. a x ($\frac{1}{a}$) = 1

Règle

Pour tous nombres réels a et b≠0 ; a : b = a x $\frac{1}{b}$

e)Elément absorbant

Pour tout nombre réel a ; 0 x a= ax 0=0

On dit que 0 est l'élément absorbant de la multiplication dans $\mathbb{R}$

f)Autre propriété

Pour tous nombres réels a et b, si a x b = 0 alors a=0 ou b=0

3)Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans $\mathbb{R}$

Pour tous nombres réels a ; b et c :

a x(b + c) = a x b + a x c

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition dans $\mathbb{R}$

Remarque

-Lorsqu'on passe de a x(b + c) à a x b + a x c on dit qu'on a développé a x(b + c)

-Lorsqu'on passe de a x b + a x c à a x(b + c) on dit qu'on a factorisé a x b + a x c

III)Puissance entière dans $\mathbb{R}$

On a les mêmes propriétés dans $\mathbb{Q}$ que dans $\mathbb{R}$

*$a^1 = a$	* $(a^m)^n = a^{m \times n}$
*$a^0 = 1$	*$(a \times b)^n = a^n \times b^n$
*$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	*$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
*$a^m \times a^n = a^{m+n}$	*$\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$

IV)Ordre et opérations dans $\mathbb{R}$

1)Définition

Pour tous nombres réels a et b on a :

a≤b signifie a-b ∈ $\mathbb{R}^-$ et b-a ∈ $\mathbb{R}^+$

$b \leq a$ signifie $a-b \in \mathbb{R}^+$ et $b-a \in \mathbb{R}^-$

2)Ordre et addition - ordre et multiplication

a)Ordre et addition

Pour tous nombres réels a ; b et c

si $a \leq b$ alors $a + c \leq b+c$ et si $a \leq b$ alors $a - c \leq b-c$

On dit que l'addition conserve l'ordre dans $\mathbb{R}$

b)Ordre et multiplication

Pour tous nombres réels a ;b et c :

* si $a \leq b$ et si $c \geq 0$ alors $ac \leq bc$
* si $a \leq b$ et si $c \leq 0$ alors $ac \geq bc$

On dit la multiplication par un nombre positif conserve l'ordre et la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre .

EXERCICES

Exercice1

1) Construire un carré d'aire 9cm²
2) Construire à partir de ce carré un autre carré d'aire 18 cm^2.
3) A l'aide d'une règle graduée, mesure le côté de ce deuxième carré.
4) Calculer alors son aire à partir de la mesure trouvée. Que constate-t-on ?

Exercice 2

Trouver une loi qui régit la succession des chiffres de l'écriture décimale illimitée non périodique dans chacun des cas suivants :

a) 3,123 456…. b) 0,135 791 113 15….. c)5,246 810 121 416

d) 6,214 365….. e) 0,124 578 101 113………..

Exercice 3

On pose $x = \frac{5}{4}$; $y = -\frac{2}{3}$; $z = \frac{3}{2}$.

Calculer les réels ci-dessous et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles

$(x + Y)z$; $xy + z$; $x + yz$; $xz\frac{1}{y}$ $.x^2yz^3$; $xy^{-2}z^3$.

Exercice 4

Développer les expressions suivantes :

$\frac{3}{4}(8a -4b)$; $24\left(\frac{2x}{9} - \frac{7y}{12}\right)$; $-5(2a + 3)$;$-3a(2a -4,2)$; $(2a +3b)(a-2b)$.

Exercice5

a et b étant des nombres réels quelconques, développer les expressions suivantes :

$(a + b)(a+b)$; $(a-b)(a+b)$; $(a-b)(a-b)$.

Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes :

(7a-b)(5a+b) ; (5+a) (7+a) ; (x+3)(x-3) ; (2c -3d)(c+d) ; (6a+b) (2a+2b) ; -8(5c +3) (2a+4); (a+ b - c) (-a + b-c) ; (a + b- c) ; (a + b+ c) ; (x -1) x +1); (x+1) (x+1)(x+1),

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes:

A= -2,4a+ 3,7a ; B =a-7a^3 ; C =36a -54b +90c ; D =$\frac{2}{3}$b^{2}a -$\frac{1}{4}$ba^2 ; E= 6x^{4}y^2 -2x^{2}y^3.

Exercice 8

Factoriser:

X^{3}y^2 -x^{2}y^3 + x^{2}y ; ab+ a^{2}b ; 7x^{3}y -49 ; 81ab^2 + 27 a^{2}b +9ab ; 8a^2 +16a.

Exercice 9

Compléter par le symbole <ou >qui convient en justifiant la réponse.

a) 0,857....$\frac{6}{7}$; b) -0 ,66....-$\frac{2}{3}$; c) $\frac{31}{43}$ ....0 ,72 ; d) -$\frac{11}{7}$ ....-1,57.

Exercice 10

Ranger dans l'ordre croissant les nombres réels suivants :

-3,221 ; 0,128 ; $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{39}$; -$\frac{10}{3}$; -$\frac{7}{3}$; -3,123.

Exercice 11

Encadrer les réels suivant par deux entiers consécutifs :

-3,15 ; -$\frac{4}{7}$; 31,95 ; -$\frac{37}{8}$; $\frac{81}{13}$.

Exercice 12

1) a et b sont deux nombre réels non nuls de même signe tels que a<b. Comparer :$\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$
2) Ranger par ordre croissant les inverses des nombres réels suivants: 3 ; -4 ; 15 ; -5 ; 4 ;10

Exercice 13

La chambre de Chahed a une largeur comprise entre 3m et 4m et une longueur de 10m.

1) Trouver un encadrement de l'aire de la chambre.
2) Trouver le nouvel encadrement de cette aire lorsqu'on augmente la largeur de la chambre de 3m.

Exercice 14

a,b ,c,d,x,et y sont des nombres réels positifs non nuls tels que a ≤ x ≤ b et c ≤ y ≤ d.

Donner un encadrement des réels suivants : -x ; $\frac{x}{2}$; -$\frac{5}{3}x$; $\frac{y}{5}$;-$\frac{2}{3}$y ; x+5 ; 2-y.

Exercice 15

a et b étant des nombres réels, démontrer que :

a) Si 0<a<b alors 1<$\frac{b}{a}$;
b) Si 0<a<b alors $\frac{a}{b}$<1 ;
c) Si a ≤ b alors 2a≤2b ;
d) Si a≤ b alors 2a+1≤2b +1 ;
e) Si a≤1 alors 2a≤2 ;
f) Si a ≤1 alors 3a + 4≤7 ;
g) Si 3a ≤5alors a≤$\frac{5}{3}$;
h) Si 5a + 3 ≤ 2alors a≤$\frac{-1}{5}$.

Exercice 16

On considère l'ensemble A des nombres réels x tels que
2x +5 >20.

Compléter le tableau suivant par vrai ou faux.

5∈A	-3∉ A	10∈A	0∈A	7,5∈A	2∉A	18∈A	20∉A	8∈A

Exercice17

Représenter sur une droite graduée l'ensemble des nombres réels qui vérifient :

a) -3,5+x≤2,4 ; b) 4≤ x + 2,6 ; c) 2x ≤ 3,6 ; d) -1 ≤ 0,25x

Exercice 18

Chahed dispose d'un grillage dont la longueur est supérieure à 314m.

Quelle est l'aire du jardin qu'il peut clôturer avec tout le grillage si :

a) Ce jardin est circulaire ?
b) Ce jardin carré ?
(Justifier la réponse donnée dans chaque cas).On donne π= 3 ,14

Exercice 19

Calculer

3^2	0^{15}	$(4)^{-2}$
2^3	$(-1)^{18}$	$(2)^{-5}$
$(3^2)^3$	$(-1)^{13}$	$(0,1)^{-1}$
$(-5)^2$	$(-18)^3$	9^0
	$(1)^{13}$	

Exercice 20

Calculer

$7^5 \times 7^{-3}$

$9^2 \times 9$

$10^6 \times 10^7$

$2^{-4} \times 2^{-1}$

$5^8 \times 5^{-10}$

Exercice 21

Déterminer le plus petit entier n tel que 21 720 000 × 10^n soit un entier.

Exercice 22

Trouver les nombres négatifs parmi :

3^7 ; $(-3)^{17}$; $(-3)^{12}$; -3^9 ; -3^{12}

Exercice 23

Remplacer chaque symbole par l'entier naturel qui convient :

$3^{25} = 3^x \times 3^x$

$(2,5)^x \times (2,5)^3 = (2,5)^7$

Exercice 24

Sachant que a×b×c=1, montrer que les égalités suivantes sont vraies :

$a^3 \times b \times c = a^2$;

$a^2 \times b^3 \times c^2 = b$;

$a^3b^3c^4 = c$

Chapitre 10 : Statistique

I)Quelques définitions

1) Activité

Soit le tableau suivant de données recueillies dans une classes de 4è en 2011

Année de naissance	1993	1994	1995	1996	1997	Total
Nombre d'élèves	6	15	17	13	5	56
pourcentage	10,71	26,78	30,35	23,21	08,92	99,97

2)Population

La population est l'ensemble sur lequel on travaille. Dans notre cas la population est l'ensemble des élèves de la classe de 4è.

3) Individus-effectif

Un individu est un élément de la population. Dans cet exemple un élève de la classe est un individu.

L'effectif est le nombre total d'individu de la population.

Dans l'exemple ci-dessous :l' effectif est 56

4) Caractère

Le caractère est la propriété étudiée sur la population

Dans cet exemple le caractère est l'année de naissance (1993, 1994, 1995, 1996…)

Un caractère est quantitatif s'il est exprimé par des nombres : 1 ; 2 ; 3…

Un caractère est qualitatif s'il est exprimé par des adjectifs : rouge, beau, grand, malade,…

Dans notre exemple le caractère est quantitatif.

5) Fréquence d'une valeur

Dans la colonne de 1995 on lit 30,35% ou 0,30.On dit que 30,35% ou 0,30 est la fréquence de la valeur 1995.

Définition

La fréquence d'une valeur est le rapport de l'effectif correspondant à cette valeur à l'effectif total de la population.

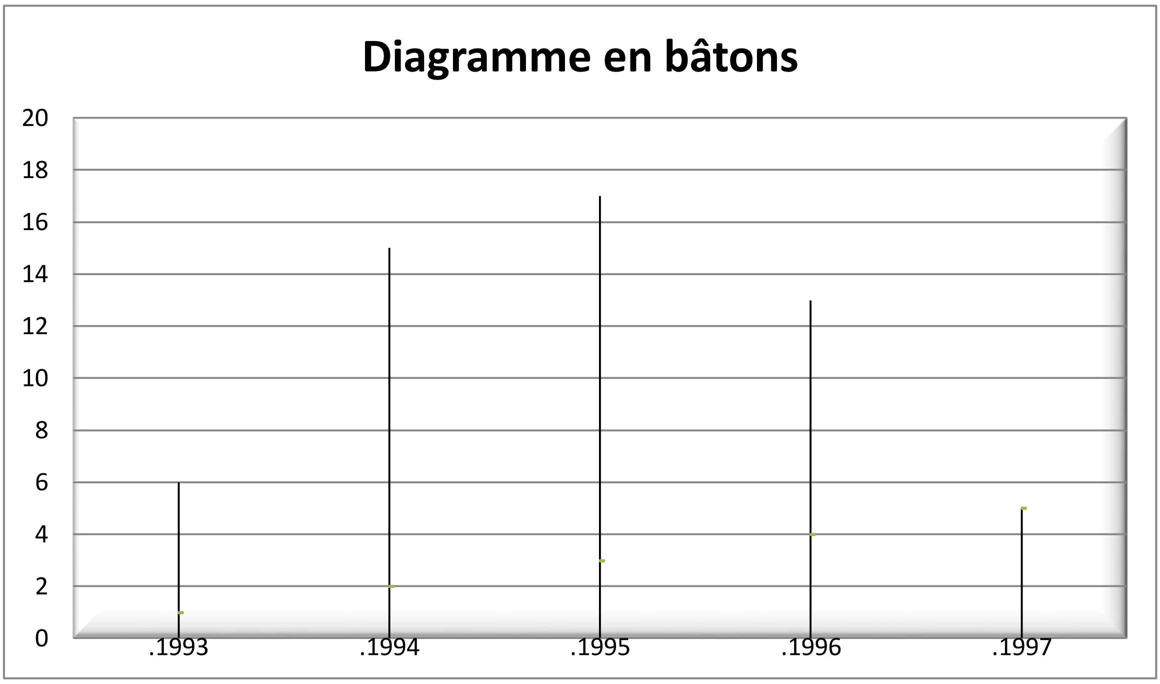
$$\text{Fréquence}=\frac{effectif\ correspondant}{effectif\ total}$$

Remarque :La somme des fréquences d'une donnée statistique est égale à 100% ou à 1. Mais souvent à cause des valeurs approchées on ne trouve pas toujours 100% ou à 1.

II) Diagrammes

1)Diagramme en bâton

Construisons le diagramme en bâton à partir des résultats de notre exemple.



Remarque :Dans un diagramme en bâtons les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

1) Diagramme circulaire

a) Activité

Construisons le diagramme circulaire à partir des résultats de l'exemple précédent.

<u>Réponse</u>

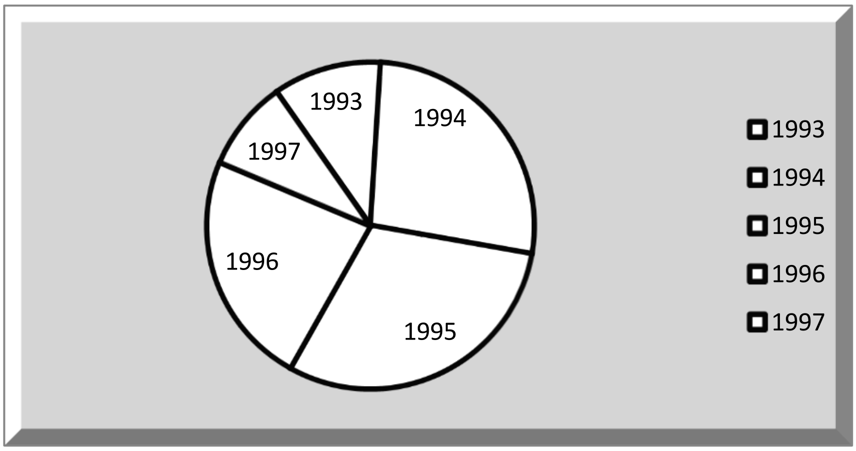
Calcul d'angle :

On : 1993 représente $\frac{6X360}{56}$ =38,57°

1994 représente $\frac{15X360}{56}$ =96,42°

1995 représente $\frac{17X360}{56}$ =109,28°

1996 représente $\frac{5X360}{56}$ =32,40°

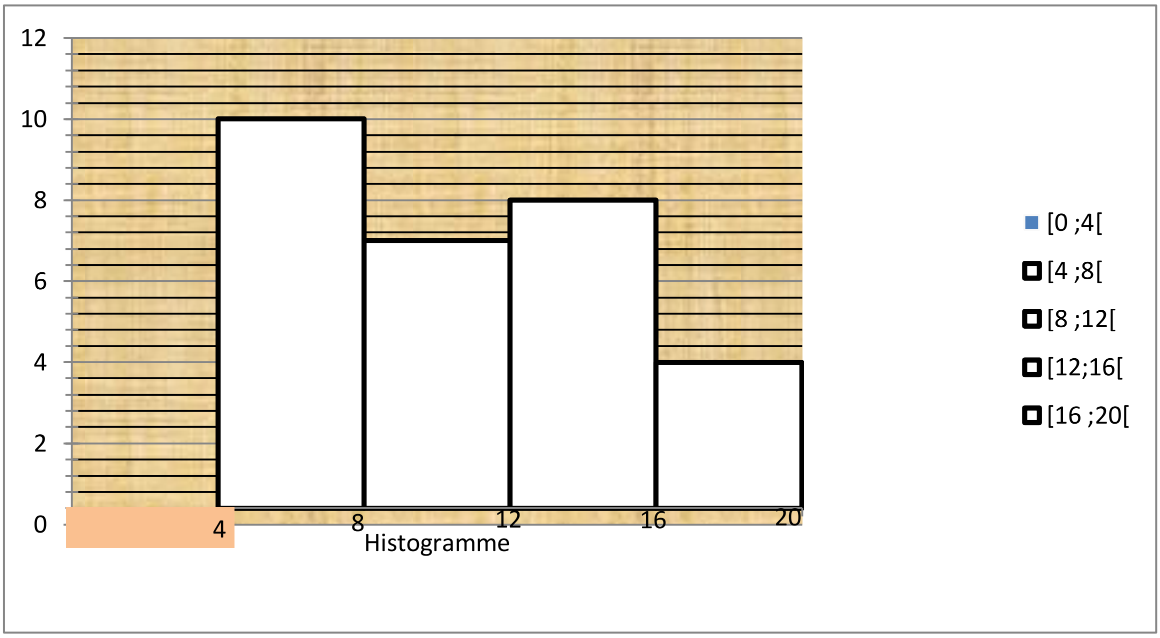


Remarque :Les mesures des angles des sections circulaires sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

2) Histogramme

Soit le tableau suivant contenant des données recueillies dans la classe de 4è.

Moyenne en Maths	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$	Total
Nombre d'élèves	0	10	7	8	4	29



Remarque :Dans un histogramme les aires des rectangles sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

III) Moyenne

Soit le tableau suivant contenant des notes obtenues par des élèves d'une classe de 4è en Maths.

Calculons la moyenne obtenue par la classe.

Notes	8	9	10	11	12	Total
Nombre d'élèves	20	15	12	8	6	61

Moyenne $=\frac{20X8+15X9+12X10+11X8+6X12}{61}=\frac{575}{61}$ =09,42

EXERCICES

Exercice1

Voici un tableau donnant le nombre de communications d'un télécentre en une journée.

Durées (en mn)	[0,3[	[3,6[	[6,9[	[9,12[	[12,15[	[15,18[
Effectifs	20	25	15	13	9	8

1) Combien de communications ont duré au moins 6 minutes ?
2) Combien de communications ont duré au plus 12 minutes ?
3) Combien de communications ont duré entre 9 et 15 minutes ?

Exercice2

Dans une entreprise, on a relevé les salaires mensuels (exprimés en milliers de francs) des ouvriers .Voici la liste obtenue :

102	100	100	107	105	102	100	100	96	107
105	100	105	102	102	102	100	100	102	102
96	102	102	100	102	100	102	100	100	100
91	100	91	102	102	107	100	102	102	96
107	106	100	100	102	100	100	100	102	93
102	100	106	100	105	107	102	100	100	105
96	91	96	96	100	100	105	106	100	106
100	102	100	96	102	100	93	100	106	100
105	100	100	93	100	106	100	106	93	100
105	102	96	107	100	102	106	100	17	107

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est le caractère étudié ?
3) Quel est le salaire le plus bas ?
4) Quel est le salaire le plus haut ?
5) Construire un tableau comprenant trois colonnes .Dans la première note les différentes modalités du caractère ,dans la seconde l'effectif correspondant et dans la troisième la fréquence.
6) Construire à partir de ce tableau ,le diagramme en bâton des effectifs.
7) Calculer le salaire moyen.
8) Quel est le salaire le plus fréquent ?
9) Combien d'ouvriers gagent plus de 100 000 frs ?
10) Existe t –il une valeur du caractère pour laquelle 50% des ouvriers ont un salaire supérieur à cette valeur et 50% des ouvriers ont un salaire inférieur ?

Exercice 3

Une enquête réalisée au près de 120 élèves d'un lycée portait sur le moyen de transport utilisé pour se rendre a l'école et donnait le résultat suivant : 20 élèvent viennent à pieds ; 36 à vélo ; 48 à mobylette ; 4 à taxi et 2 se font déposer par leurs parents à voiture.

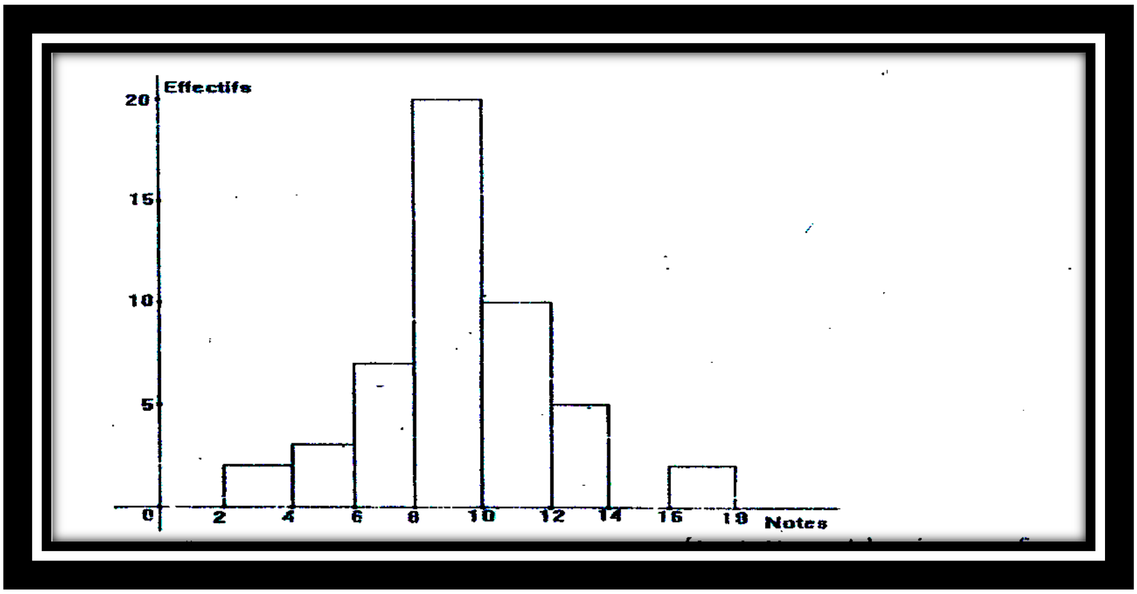
1) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?
2) Compléter le tableau :

Moyen de transport	Pieds	Vélos	Mobylettes	Taxi	Voitures
Effectifs					
Fréquences en %					

3) Illustrer le résultat de l'enquête par un diagramme circulaire.

<u>Exercice 4</u>

L'histogramme ci- dessous représente les résultats trimestriels en mathématiques d'une classe de 4e dont l'effectif est de 50.



1)Reproduire et compléter le tableau ci-dessus (les fréquences seront données sous forme de fractions irréductibles)

Note	[2 ;4[	[4 ;6[	[6 ;8[	[8 ;10[	[10 ;12[	[12 ;14[	[14 ;16[	[18 ;20[
Effectifs								
Fréquences								

1) Calculer le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure à 10.
2) Calculer le pourcentage des élèves qui ont une note supérieure ou égale à 10.

<u>Exercice 5</u>

Voici le tarifs postaux pratiqués dans une agence pour expédier de petits colis par avion à l'intérieur d'un pays :

Poids (g)	[0 ;25[	[25 ;50[	[50 ;75[	[75 ;100[	[100 ;125[	[125 ;150[	[150 ;175[	[175 ;200[
Prix (f)	250	300	350	400	475	550	650	750

1) Quelle est la population étudiée ? quelle est la caractère étudié ?
2) Tracer l'histogramme des prix pratiqués par cette agence.

<u>Exercice 6</u>

On considère le tableau de données représentant les salaires mensuels d'une entreprise en milliers de francs.

Salaires	[25 ;30 [	[30 ;35 [	[35 ;40 [	[40 ;45 [	[45 ;50 [	[50 ;55 [	[55 ;60 [
Effectifs	5	0	10	25	15	0	5

1) Définir la population et le caractère de ce tableau.
2) Tracer un diagramme circulaire des effectifs.
3) Quel est le nombre d'ouvrier qui gagnent au maximum 40 000 francs ?
4) Combien d'ouvriers gagnent un salaire supérieur ou égal à 40 000 francs ?
5) Combien d'ouvriers gagnent un salaire S tel que $25\,000 \leq S < 40\,000$.

Exercice 7

Le tableau ci- dessous représente les appréciations du travail d'une classe en fin de trimestre.

Appréciations	TH+E	TH	Moyen	Insuffisant	Avertissement	Blâme
Effectifs	4	10	30	20	14	12

- TH +E = tableau d'honneur + Encouragements ; TH= tableau d'honneur.

1) Calculer les fréquences de chaque valeur du caractère.
2) Faire un diagramme en bâton des effectifs et des fréquences.
3) Faire un diagramme circulaire des effectifs.
4) Quel est le pourcentage des élèves qui ont une appréciation positive (travail moyen ou plus)
5) Quel est le pourcentage des élèves qui ont une appréciation négative (travail insuffisant ou moins) ?
6) Exercice 8

Le tableau ci-dessous donne des informations sur les établissements d'enseignements secondaires publics qui ont fonctionné durant l'année scolaire 1999-2000 dans certaines provinces du Burkina Faso .

Provinces	Kadiogo	Séno	Boulgou	Boulkiemdé	Gourma	Yatenga	Poni	Sourou
Nombre d'établissements	16	2	6	16	3	10	4	3

1) Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ?
2) Calculer les fréquences correspondantes aux valeurs du caractère.
3) Faire le diagramme en bâtons de cette série statistique.

Exercice 9

Dans une classe de 60 élèves, chacun des élèves a été interrogé sur son loisir préféré. On a recueilli les informations suivantes :
25 élèves préfèrent le football, 20 préfèrent l'écoute de la musique ; 10 élèves aiment la lecture et le reste, le cinéma.

1) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?
2) faire le diagramme circulaire de cette série statistique.

Exercice 10

Le tableau ci-dessous représente les notes obtenues à un devoir de mathématiques par les élèves dans une classe de 4e.

Note (n)	0≤n<4	4≤n<8	8≤n<12	12≤n<16	16≤n<20
Nombres d'élèves	4	18	32	20	6

1) Quelle est la population étudiée ? quelle est le caractère étudié, Quel est l'effectif de la population ?
2) Faire un histogramme circulaire de cette série statistique.

Chapitre 11 :Les applications

I) Notion d'application

1) Activité

Considérons la relation $\mathcal{R}$ de l'ensemble A= {-2 ;0 ;1 ;2 ;4 ;6 ;10} vers l'ensemble B= {0 ;1 ;4 ;36 ;16 ;100 ;25 ;49} de lien verbal « …a pour carré… ».

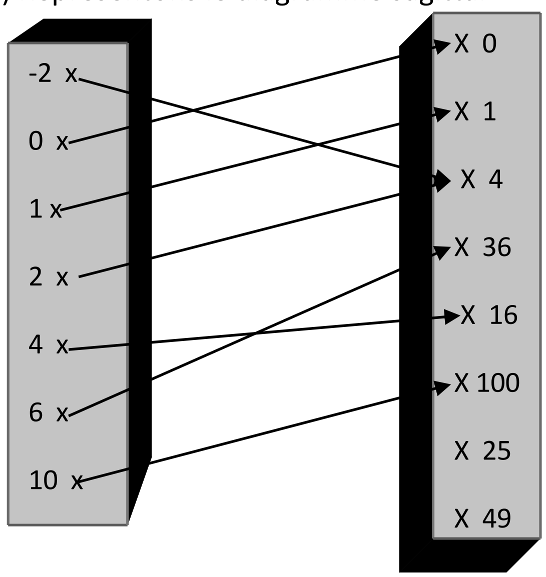
1) Représenter le diagramme sagittal de la relation $\mathcal{R}$

2) Chaque élément de l'ensemble de départ a-t-il une image ?combien ?

3) Cette relation est-elle une application ?

Réponse

1) Représentons le diagramme sagittal



Chaque élément de l'ensemble de départ a au plus une image (0 ou 1)

Cette relation est une application

2) Définition

Une application est une relation qui à chaque élément de l'ensemble de départ associe un et un seul élément de l'ensemble d'arrivée

3) Notation

Désignons par f l'application de l'ensemble A vers l'ensemble B, par x un élément quelconque de A et par f(x) son image dans B. On note :

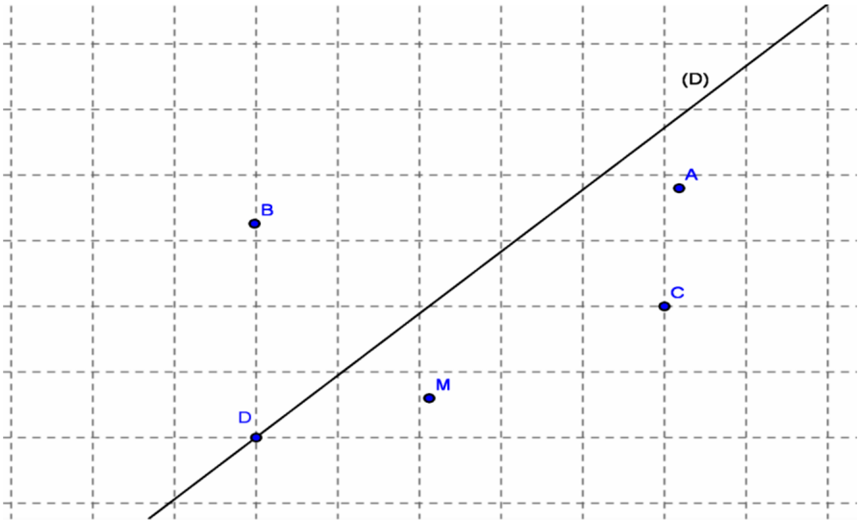
$$f : A \longrightarrow B$$
$$x \longmapsto f(x)$$

II) Exemples d'applications du plan

1) symétrie par rapport à une droite (D)

a) Activité

Soit la figure suivante :



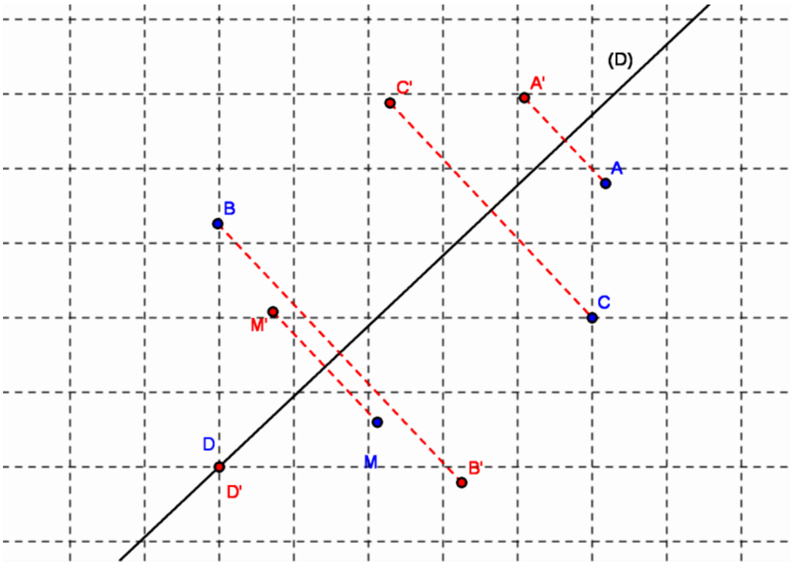
1) Construire les points A' B' C' D' et M' symétriques de A, B, C, D et M par rapport à la droite (D).

2) Peut-on trouver un autre point M'' symétrique de M par rapport à (D) ?

3) Cette construction est-elle une application ?

4) Quels sont l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée ?

Réponse



2) M' est le seul symétrique de M par rapport à (D).

3) Cette construction peut être considérée comme une application car tout élément de l'ensemble de départ correspond à un seul élément de l'ensemble d'arrivée.

4) L'ensemble de départ est le le plan $\mathcal{P}$

L'ensemble d'arrivée est encore le plan $\mathcal{P}$

b) Définition

$\mathcal{P}$ désignant l'ensemble des points du plan et (D) une droite de ce plan ;la symétrique orthogonale par rapport à la droite (D) est l'application S_D de $\mathcal{P}$ vers $\mathcal{P}$ qui à tout point M du plan $\mathcal{P}$ associe le point M' du plan $\mathcal{P}$ tel que (D) soit la médiatrice de [MM'].

On note: $S_D : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

$M \mapsto S_D(M) = M'$ tel que (D) soit la médiatrice de [MM'].

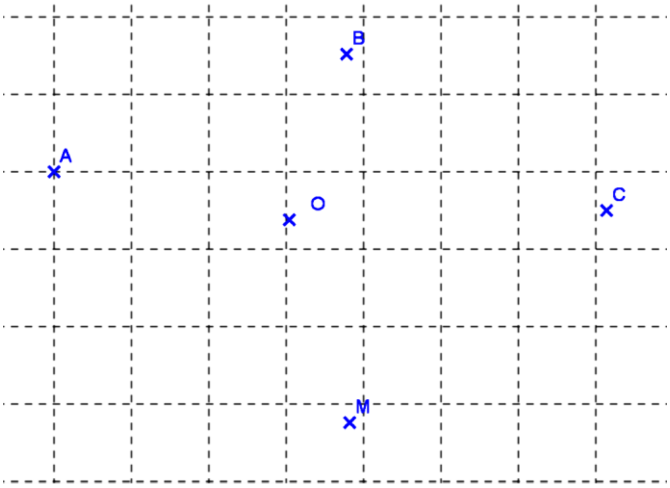
Si $M \in (D)$ on a $M'=M$

Si $M \notin (D)$ alors (D) est la médiatrice de[MM'].

2) Symétrique par rapport à un point O

a) Activité

soit les points suivants du plan

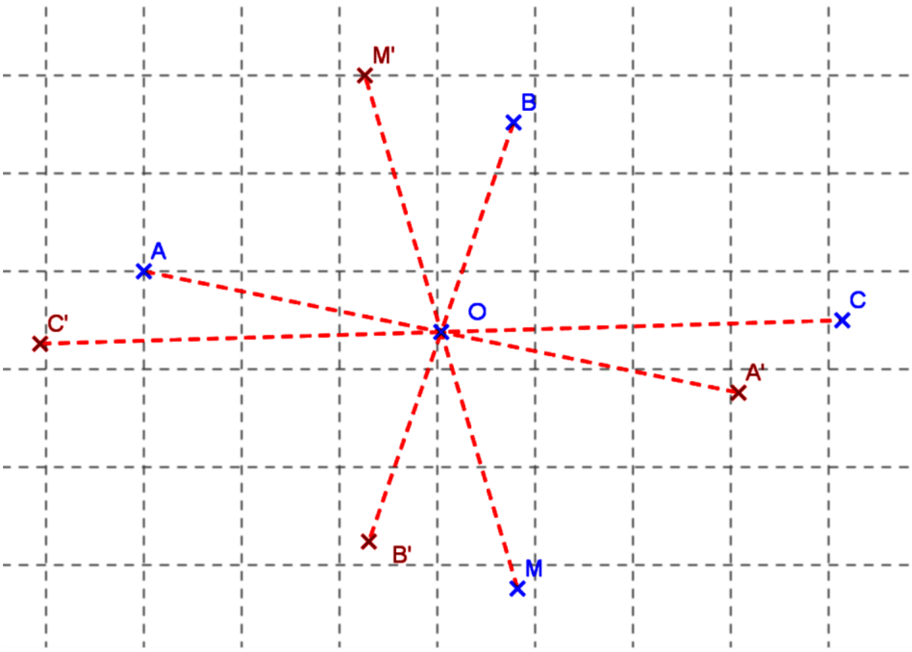


1) Construire les points A', B', C' et M' symétriques de A, B, C, et M par rapport à O.

2) Peut-on trouver un autre point M' symétrique de M par rapport à O?

3) Cette construction est-elle une application ?

<u>Réponse</u>



M' est le seul point symétrique de M par rapport à O

Cette figure est donc une application .

b) Définition

$\mathcal{P}$ désignant l'ensemble des points du plan et O un point de ce plan, la symétrie par rapport au point O est l'application S_O de $\mathcal{P}$ vers $\mathcal{P}$ qui à tout point M du plan $\mathcal{P}$, associe le point M' du plan $\mathcal{P}$ tel que O soit le milieu de [MM'].

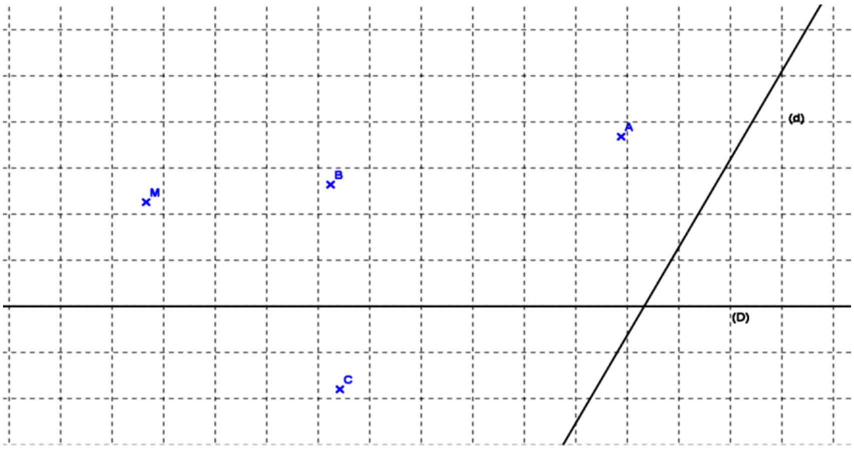
On note $S_O : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

$M \mapsto S_O(M) = M'$ tel que O est le milieu du segment [MM'].

3) Projection sur une droite

a) Activité

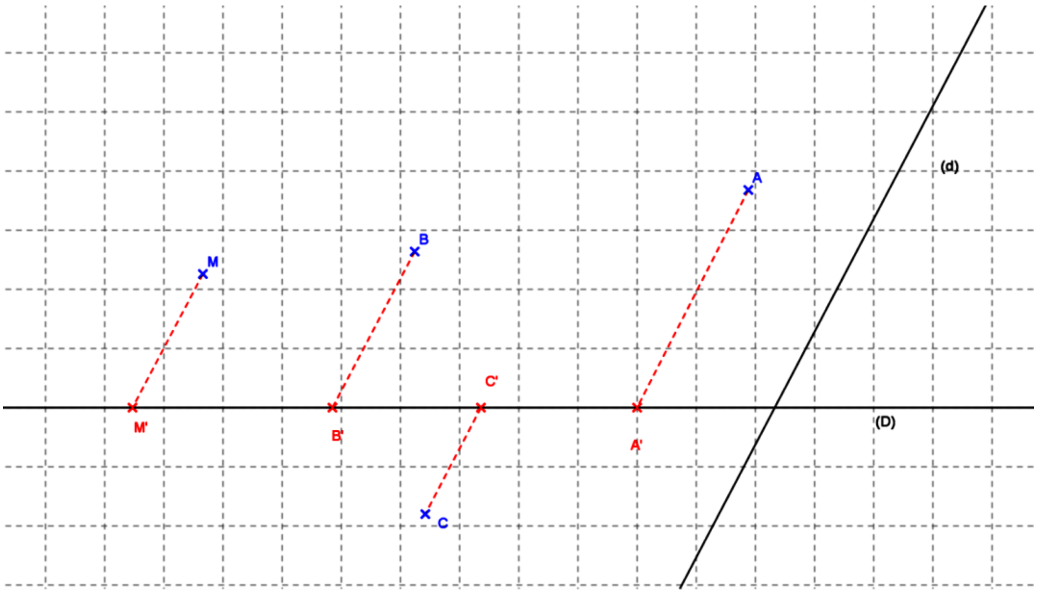
Soit la figure suivante.



1) Construire les points A' ;B' ;C' et M' projetés respectifs de A ;B ;C et M sur (D) parallèlement à (d).

2) Cette figure est-elle une application ?

<u>Réponse</u>



Pour tout point M du plan $\mathcal{P}$, son image par la projection sur (D) parallèlement à (d) est le seul point M' appartenant à (D) .Cette construction est donc une application.

b) Définition

$\mathcal{P}$ désignant l'ensemble des points du plan ; (D) et (d) deux droites (non parallèles) de ce plan, la projection sur (D) parallèlement à (d) est l' application P de $\mathcal{P}$ vers (D) qui à tout point M du plan $\mathcal{P}$ associe le point M' de la droite (D) tel que les droites (MM') et (d) soient parallèles.

On note : P : $\mathcal{P} \longrightarrow$ (D)

M$\mapsto$ P (M) = M' tel que :

_ si M $\in$ (D) on a :M'=M

_ si M $\notin$ (D) on a (MM')$\parallel$ (d).

III) Exemples d'application dans $\mathbb{R}$

1) Application monôme

a) Activité

soit f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto y = 3x^2$

Compléter le tableau suivant :

x	-3	-1	0	+1	+2	+3	A
$3x^2$							

f est une application, elle est appelée application monôme.

$3x^2$ est un monôme

3 est le coefficient du monôme

2 est le degré du monôme

b) Définition

Soit a un nombre réel non nul et n un entier naturel non nul.

L'application

f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto f(x) = ax^n$

est une « application monôme » de coefficient a et de degré n.

NB :Tout réel a non nul est un monôme de degré 0

2) Application polynôme

Une application polynôme est une somme de monômes.

Exemple : l'application

f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto f(x) = 6x^3 + 2x^4 - x + 7$

est une « application polynôme » de degré 4

Le degré d'un polynôme est celui de son monôme de degré le plus élevé.

Remarque : En écrivant $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - \dot{x} + 7$ on dit qu'on a ordonné le polynôme $f(x)$ selon les puissances décroissantes de x.

En écrivant $f(x) = 7 - x + 6x^3 + 2x^4$ on a ordonné f(x) selon les puissances croissantes de x.

EXERCICES

Exercice1

On considère un plan (P) ; une droite (D), un point O de (P) et R l'ensemble des nombres réels. Recopier et compléter le tableau suivant :

Applications	Ensemble de départ	Ensemble d'arrivée	Lien verbal
Application monôme	……………	……………..	$x \mapsto ax^n$
………………………………………..	R	R	$x \mapsto 5x^3 + 3x^2 - 1$
Symétrie par rapport à (D) : $S_{(D)}$	(p)	…………	…………………………………….
Symétrie par rapport à O : So	(p)	(p)	………………………………………
…………………………………….	(p)	(D)	$M \mapsto M'$ Si $M \in (D)$, on a $M = M'$ Si $M \notin (D)$, on a $(MM') // (d)$
Projection orthogonale de(P) sur (D)	…………	………..	$M \mapsto M'$: Si $M \in (D)$, on a …………… Si $M \notin (D)$, on a …………..

Exercice 2

Le plan étant rapporté à un repère (0, I,J), on considère l' application p définie par : à tout point M (x, y), on associe le point M'(x, 0).1) Donner les coordonnées de A', B', C' 'images respectives des points A(3, -4) ; B(0, 2),
C (- 5, 0). Placer ces points et leurs images dan le repère.

2)a) Quel est l'ensemble de départ de p ?
b) Quel est l'ensemble d'arrivée de p ?

3) Remplacer les pointillés par les mots ou expressions convenables :
l'application p est une ……………………………….des points du plan sur………………………. Parallèlement à………………………..

4) Déterminer l'image de M dans les cas suivants :
a) M appartient à l'axe des abscisses ;
b) M appartient à l'axe des ordonnées.

Exercice 3

Dans un repère (O, I, J) d'axes perpendiculaires, placer A (1 ; -2) ; B (0 ;4) ;C (-3 ;-1) et D (-5 ; -2)

1) Construire le point E tel que ABCE soit un parallélogramme.

2) Calculer les coordonnées de M milieu de [AD]

3) On admettra que $\widehat{AMB}$ =90° ; que représente la droite (EM) pour [AD] ? en déduire la nature de AED

4) soit K le symétrique de E par rapport à (AD). Démontrer que le quadrilatère AEDK est un losange

5) Citer des vecteurs égaux à $\overrightarrow{AE}$. En déduire la nature de BCDK.

Exercice 4

Donner le degré de chacune des applications polynômes suivants :

1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto 5x + 3x^3 + x^2 - 3$
2) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto 3x^4 + x^2 + 8x^5 + 1$

Exercice 5

Réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x les polynômes suivants

$A(x) = 2x^2-9x^7+x^3-5x^7+32x^2+32x^3$

$B(x) = 14x^4 - 7x+ 3x^3+12+4x-5x^4-2x^5$;

$C(x) = 4x-3+2x^5-\frac{1}{2} +\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

$D(x)= -5x^5+x^2+9x+2x^4-x^3-7x$

Exercice 6

Soit l'application f définie dans R par $f(x) = \frac{2}{3}x$. Recopier et compléter le tableau suivant :

X	$-\frac{3}{2}$	-2			$\frac{4}{3}$	5			A
f(x)			6	$\frac{5}{2}$			-12	$-\frac{12}{3}$	

Exercice 7

Soit f l'application polynôme définie dans R par: $f(x)=-x^2+3x-7$

Calculer f(-2) ; $f(-\frac{3}{2})$; $f(-\frac{1}{3})$; f(0) ; f(2) et $f(\frac{1}{2})$.

Exercice 8

Soient les applications f et g définies dans R par f(x)=3x -1 et g (x)= 3x.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

X	-2	-1	0	1	2	3
f(x)						
g(x)						
$\frac{f(x)}{g(x)}$						

2) On considère la relation h définies dans R par h (x)= $\frac{3x-1}{3x}$. h est –elle une applicaton de
R dans R ? Justifier.

Exercice 9

On considère l'application monôme h définie dans R par h(x)=ax^2

1) Déterminer a et écrire h(x) sachant que h (2)= -12

2) Soit p l'application polynôme définie par p (x) =h(x)+5x^2 -7x^3+4

a) Réduire p(x) et l'ordonner suivant les puissances décroissantes de x.

b) Calculer p(0) ; p(-1) et p($\frac{1}{2}$).

Exercice 10

On considère l'application f définie dans R par f(x) = |x|.

1) Calculer f (-1) ; f(0) ; f(1)

2 Donner les valeurs possibles de x telles que :

a) 2f(x)= 4 ; b) f(x) = -4 ; c) f(x) = 0.

Exercice 11

Soient f et g les applications définies dans R par : f(x) =-3x+4 et g(x) = 4x-3

Exemple de calcul : f(0) = 4 et g [f(0)] = g(4) = 13.

En s'inspirant de l'exemple de calcul ci-dessus, recopier et compléter le tableau suivant :

X	-1	0	1	2	A
f(x)		4			
g [f(x)]		-13			

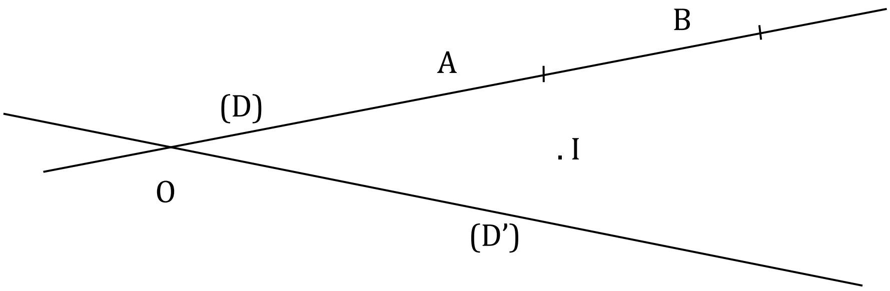
Remarque : g[f(x)]= gof(x) ;gof(x) se lit ≤ g rond f de x ≥

Exercice 12

Soit (D) et (D') deux droites sécantes en O et I un point n'appartenant ni à (D) ni à (D') .

On veut construire une application de (D) vers (D') en considérant la relation suivante :

A tout point M de (D) , on associe un point M' de (D') tel que M, I et M' soient alignés.



1) Construire les images des ponts A et B.
2) Déterminer un point H de (D) qui n'admet pas d'image dans (D')
3) La relation ainsi construite est-elle une application ?
4) Déterminer un sous- ensemble (d) de (D) pour la relation ci-dessus soit une application de (d) vers (D')
5) En nommant cette application q.Donner la notation de q sous forme d'application.

Chapitre12 : Développement - Factorisation – Identités Remarquables

I)<u>Opérations sur les polynômes</u>

1)Factorisation d'un polynôme

a))Exemple 1

Factorisons : $7a + 7b$; $45x+9y$; $10x^2- 25x^3$

$7a + 7b = 7(a + b)$; $45x+9y = 9 (5x+y)$; $10x^2- 25x^3 = 5x^2(2-5x)$

b)Exemple 2

Factorisons : $B= 15x^3- 20x^4 -10x^2$

$B= 5x^2(3x- 4x^2 -2)$

c)Exemple3

Factorisons : $A =7x +7y +ax +ay$

$A= (x+y)(7+a)$

<u>Exercice d'application</u>

Factoriser :

$A= 4x+4y$; $B = 5y^2-by$; $C = 22x^2+ 2cx -4kx^2$ $D= ac +2a –bc -2b$

2) Somme de monômes semblables

Soit $A= 7x^2+ 4x^2$

$7x^2$ et $4x^2$ sont des monômes de même degré. On a : $A= (7+4)x^2 = 11x^2$

Règle :La somme de deux monômes de même degré est soit un monôme de même degré soit le monôme nul.

Exemple :

$3x^2 + (-3)x^2=0$

$15x^3 – 7x^3 =8x^3$

3)Réduction d'un polynôme

$F(x)=4x^2-7x\ 13\ -5x^2+2x\ +6$

Réduisons f(x)

$F(x)=4x^2-7x\ +13\ -5x^2+2x\ +6$

$F(x)=4x^2-5x^2-7x+2x\ +13+6$

$F(x)=-x^2-5x+19$

$-x^2-5x+19$ est l'expression réduite de f(x)

Exercice d'application

Réduire les polynômes suivants

$G(x)=-3\ +6x-3x+7x^3-7x^2+3x^2$

$H(x)=2y+10-3y^2\ -17\ +2y^2\ +\ y^3\ +\ 6y^3$

4) Développement de polynôme

Développer (a+b)(c+d) ; (a+b)(c-d) ; (a-b)(c-d)

(a+b)(c+d) =ac + ad + bc +bd

(a+b)(c-d) =ac –ad + bc - bd

(a-b)(c-d) = ac – ad - bc + bd

II)Produits Remarquables

1)Identité 1

Développons : (a+b)(a-b)

$(a+b)(a-b)= a^2-ab + ba -b^2 = a^2 - b^2$

- Retenons :

Pour tous réels a et b on a:

$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

Exercice d'application

1)Développer en utilisant les identités remarquables

(2x+5)(2x-5) ; (7-3x)(7+3x) ;

2)Factoriser en utilisant les identités remarquables

$4x^2-36$; $81-16y^2$

2)Identité2

Développons $(a+b)^2$

$(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- Retenons :

Pour tous réels a et b on a:

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Exercice d'application

Factoriser x^2+6x+9

3)Identité3

Développons $(a-b)^2$

$(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- Retenons :

Pour tous réels a et b on a:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exercice d'application

Factoriser $4x^2-4x+1$

EXERCICES

Exercice1

D'après une étude de Lorentz, il existe une relation idéale entre la taille T (en cm) et la masse M (en kg) d'un individu.

Cette formule est pour un homme : $M = T - 100 - \frac{T-100}{4}$;

pour une femme: $M = T - 100 - \frac{T-150}{2}$.

a)Combien devrait peser un homme dont la taille est 1,86cm ? Même question pour une femme de 1,65 cm.

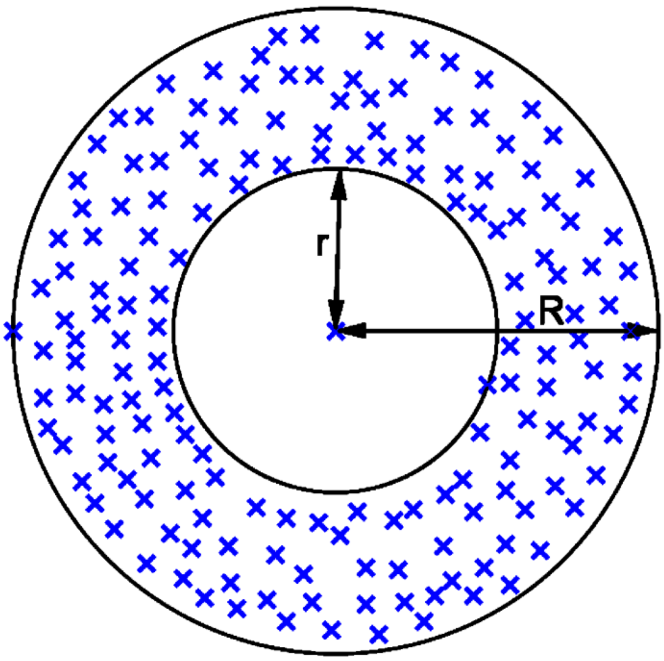
b) Réduire l'expression écrite, dans chacun des deux membres de droite des formules précédentes.

Calculer alors M lorsque T = 160 cm pour un homme puis pour une femme.

Exercice2

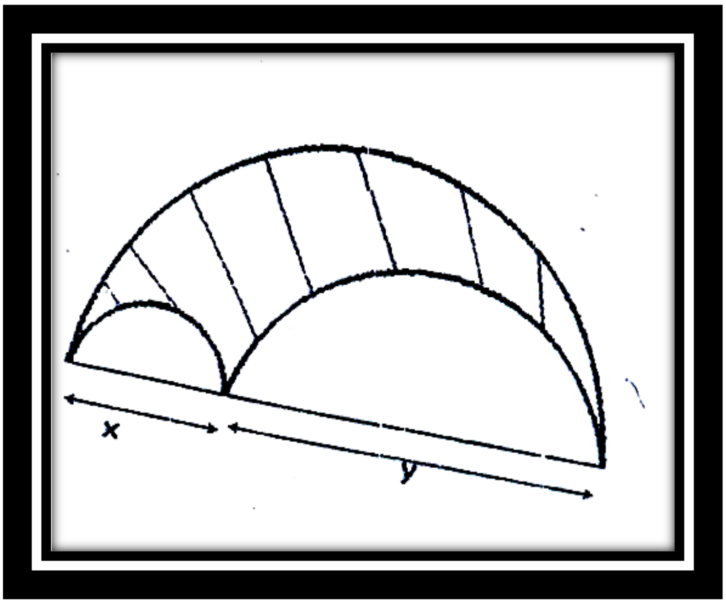
On considère la figure suivante :

Déterminer l'aire en de la couronne en pointillés



Exercice3

On considère la figure suivante :
Déterminer le périmètre et l'aire de la partie grisée en fonction de x et y.



Exercice 4

Développer réduire et ordonner les expressions A ;B, C suivantes :

$A= x(x+5) +x(x-3)$;

$B=-5(3x -4) – 2x(x^2-x-4x^3-2)$

$C= \frac{2x}{3}(12x^2-3x+27) -5(6x^2-\frac{x}{3} -1)$.

Exercice 5

Parmi les polynômes suivants ,lesquels sont égaux ?justifier la réponse.

$A(x) = 2x^2-7x+3$ $B(x) = (2x-3) (x+1)$ $C(x) = (2x-1) (x-3)$

$D(x) = 2x^2-5x+3$ $E(x) = 2x^2-x-3$ $F(x) = (2x+3)(x+2)-2x-3$

Exercice 6

On considère les polynômes f(x) et g (x) tels que $f(x)= 4x^2-2x+7$ et $g(x) = -7x^4+5x+2$

1) Réduire et ordonner les expressions suivantes :

$f(x)+g(x)$; $f(x)-g(x)$; $-f(x)+\frac{1}{2}g(x)$; $g(x)-2f(x)$

2)Développer, réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x les expressions ci – dessous.

$f(x)g(x)$; $(2x+7)g(x)$; $(2x^2-1)f(x)-x^3g(x)$.

Exercice 7

Développer, réduire et ordonner chaque expression algébrique en utilisant les produits Remarquables.

$A= (x+3)^2 + (x-5)^2$ $B= 4(x-1)^2 – (2x+2)^2$

$C= (x-2) (x+2)-(x+1)^2$ $D= (x+\frac{1}{2})^2-(\frac{x}{2}+1)^2- \frac{3}{4}(x-1) (x+1)$

Exercice 8

En utilisant les produits remarquables développer :

$A = (2x-5y-4)(2x-5y+4)$;

$B = (a+b)^4$ (on remarquera que $(a+b)^4 = [(a+b)^2]^2$

Exercice 9

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A = x^2(x-1) - 2x(3+5x)$ $B = (\frac{x}{4}-1)(2x-\frac{1}{2})$ $C = (x^3+x^2+1)(2x-5)$

$D = 3(x-x^2)(x+3)$ $E = (5x-2)^2 - x^3(x+2)^2$ $F = 7(x-2)^2 - x(3x+5)^2$

Exercice 10

Développer ; réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x les expressions suivantes :

$A = (2x-3)(x-1)$ $B = (x-3)(x-2)$ $C = \frac{x-1}{2}(2x+2)^2$

$D = (2x-2)^2 - 3(x-1)^2$ $E = (2x-3)(3x+2) - 2(2x+3)(3x-2) + (2x-3)(3x-2)$

Exercice 11

Factoriser les expressions suivantes.

$5a^3 - 20a^2$; $(3x-1)^2 - 2(6x-2)$;

$3a^2b - 9ab^2 + 36a^2b^2$; $x(x-4) - 2(x-4)$;

$21x^4 - 14x^4 + 35x^6$; $-x-1+x(x+1)$;

$27a^2 + 36ab$ $(2x+5)^2 - 10x - 25 + 2(8x+20)$.

Exercice 12

1) A l' aide des produits remarquables , Factoriser les expressions ci – dessous.
   a) x^2+4x+4 ; $9+x^2+6x$; $x^2+x+\frac{1}{4}$;
   b) $x^2 - 10x+25$; $2x+x^2+1$; $x^2 - 0,2x+0,01$
   c) $4a^2 - 16b^2$; $49x^2 - 1$; $1-x^2$; $4x^2-\frac{1}{16}$; $\frac{4}{9}x^2 - \frac{25}{16}$
   d) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{25}a^2$; $0,16 - 0,25x^2$; $0,01x^2 - 1$; $(x+y)^2 - (2x-y)^2$

2) Factoriser les expressions suivantes :

$5x^2 - \frac{5}{9}$; $(x-1)^2 - 9(x^2+4x+4)$; $(3x+1)^2 - (x^2+x+\frac{1}{4})$

Exercice 13

Factoriser les polynômes suivants :

$A(x)=4(x-2)^2 - 9(x-3)^2$; $B(x)=(2x-3)(3x-2)+(2x+1)(3-2x)-3+2x$

$C(x)=\frac{4}{9} - x^2 + (\frac{2}{3}+x)^2$; $D(x) = \frac{4}{9}(3x-3)^2 - \frac{1}{25}(10x-10)^2$

$E(x)=x^2 - 2x(x+1) + (x+1)^2$; $F(x)=(3x+2)^2 - (3x+2)(x+3) + 9x^2-4$

$G(x)=x^2 + 2x+1 - (x+1)(x+3)+(x^2-1)$; $H(x)=3(2x-1)(4x-5)-7(x-\frac{1}{2})(x+1)$

Exercice 14

Soit $A=(x+5)(2x-3)$ et $B=(2x-3)(7x+6) + 2x^2 + 7x - 15$

1)Développer ,réduire et ordonner A.

2) En déduire une factorisati3on de B.

3) Calculer B pour $x= -1$; $x=\frac{3}{2}$.

Exercice 15

Réduire chacune des expressions suivantes :

$A = x + 7x - 4x + 2x$;

$B = 2y - 0,5y + 3,3y$;

$C = -2a + 3b + 5a - 1,2b$.

Exercice 16

Développer et réduire les expressions suivantes:

D = 2(x + 8) - (x + 6) ;

E = 5(x - 1) + 3(x + 1) ;

F = x- 4(x - 3) + 3(x - 2).

Exercice 17

Soient les expressions suivantes:

A = 5(x - y) + 5(x + y) ;

B = 6(2x - y) - 3(4x - 5y).

Calculer A pour x = -1 et y = (57,6)/(23,4).

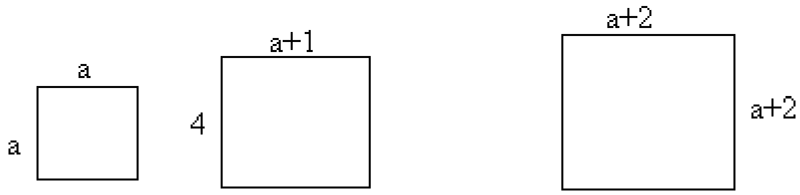
Calculer B pour x = (-8,79)/(0,43) et y =1/9.

Exercice 18

Factoriser les expressions suivantes :

a) 4x + 4y	b) 6a + 6b	c) 12x + 3y	d) 7x - 7y
e) 5a + 5b - 5c	f) 16x - 4y	g) xy + 3x	h) ab + 2a
i) 2xy + y	j) xy - 5y	k) ab - 6b	l) a - 7ab
m) 5ax + 10x	n) 8nx - 4x	o) 12x + 18bx	p) $25y^3 - y^2$
q) $14t + 35t^2$	r) $24x^3 + 12x^2 - 6x$		

Exercice 19



Armelle dit : "Si a = 2, l'aire du grand carré de côté (a+2) est égale à la somme des aires du carré de côté a et du rectangle de dimensions 4 et a+1".

1. Es-tu d'accord avec Armelle ?
2. La remarque d'Armelle est-elle toujours vraie quelque soit la valeur de a?

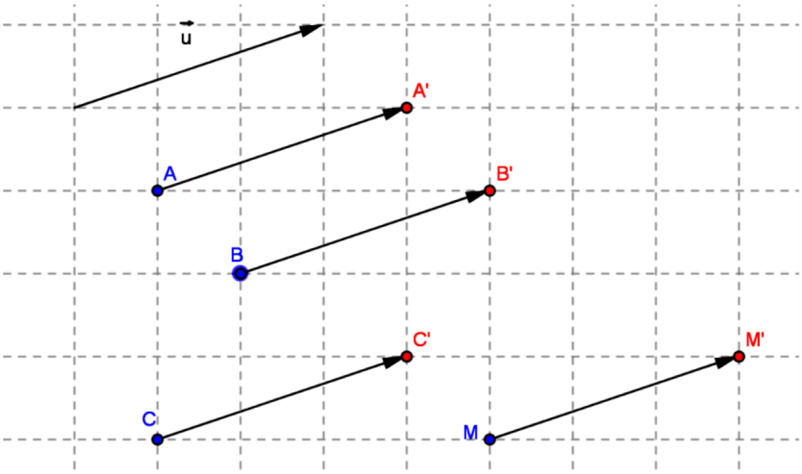
Chapitre 13 : Translation

I)Définition

1)Activité

Construire un vecteur $\vec{u}$ et placer les points A ; B ; C et M dans le plan.

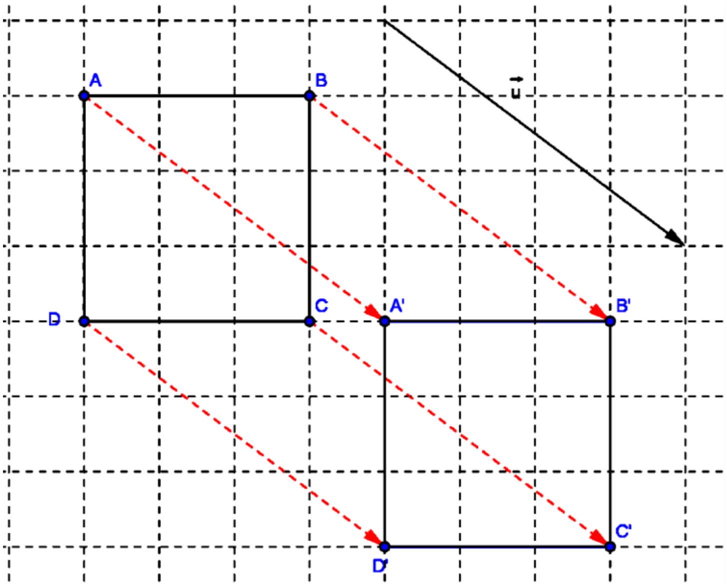
Construire les points A' ;B' ;C' et M' tels que :$\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$;$\overrightarrow{BB'}=\vec{u}$;$\overrightarrow{CC'}=\vec{u}$;et $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$.



Pour tout point M, on peut associer un point M' tel que $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$
Ce procédé est une application du plan dans le plan
Cette application est appelée translation de vecteur $\vec{u}$.
2)Définition
La translation de vecteur $\vec{u}$ dans le plan $\mathcal{P}$ est l'application notée $t_{\vec{u}}$ du plan $\mathcal{P}$ dans lui-même qui à tout point M fait correspondre le point M' tel que $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$.
On dit que M'est le translaté (ou le transformé) de M par la translation $t_{\vec{u}}$
On note :
$t_{\vec{u}} : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$
M→ $t_{\vec{u}}$ (M) = M' tel que $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$.

II)Image d'une figure par une translation

Pour obtenir l'image d'une figure par une translation il faut construire les images de tous les points de cette figure par cette translation.
Traçons un vecteur $\vec{u}$ et un carré ABCD puis construire l'image de ABCD par la translation $t_{\vec{u}}$



On remarque que pour obtenir l'image d'une figure par la translation $t_{\vec{u}}$, On fait glisser la figure le long du vecteur $\vec{u}$

III) Propriété

En observant la figure ci-dessus on obtient les propriétés suivantes :

- Si A' et B' sont les images des points A et B par la translation $t_{\vec{u}}$ alors AA'B'B est un parallélogramme
- L'image d'un segment [AB] par une translation est un segment [A'B'] tel que AB= A'B' et (AB)//(A'B')
- L'image d'une figure par une translation est une figure qui lui est superposable

Conséquences

- L'image d'un angle par une translation est un angle de même mesure
- L'image d'un triangle par une translation est un triangle de même nature et de même dimension(isométrique)
- L'image d'un rectangle(carré)par une translation est un rectangle (carré)de même dimension(isométrique)
- L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon

EXERCICES

Exercice1

1) Dessiner un cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm ; choisir un point A de (C) et dessiner le cercle (C') de centre A et de rayon 2cm.
2) On appelle P et Q les points d'intersection de (C) et (C') et B le point diamétralement opposé à O sur (C).

Construire l'image de cette figure par la translation $t\overrightarrow{BP}$.

3) Montrer que (C'') image de (C') par $t\overrightarrow{BP}$ a pour centre un point de (C).

Exercice2

a) Marquer les points O et O' tels que OO' mesure 4 cm et le point I milieu de [OO'].
b) Soit (C) le cercle de centre O et de rayon 2 cm.

Construire le cercle (C') translaté de (C) par la translation $t\overrightarrow{OI}$

c) Construire un parallélogramme ABCD tel que :
- A et D appartiennent à (C)
- B et C appartiennent à (C')
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI}$

Exercice3

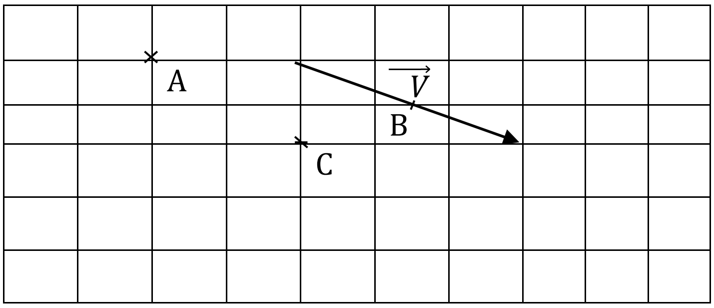
Marquer trois point O, A et B non alignés, puis tracer la demi-droite [AB) et son image par la translation $t\overrightarrow{AB}$.

Construire l'image de $\widehat{AOB}$ par $t\overrightarrow{AB}$.

Exercice 4

Reproduire la figure ci _contre et
Construire les Points A',B'et C'
Images respectives des points A ,B

et C par la translation de vecteur $\vec{V}$



Exercice5

On considère A et A' deux points distincts du plan tels que AA' =4cm.

1)a) Placer un point B n'appartenant pas à (AA').

b)Construire l'image B' de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

2) Quelle est l'image du segment [AB] par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$? justifier la réponse.

Exercice 6

1) Construire un triangle ABC tel que AB =4 ;AC=3 ; $\widehat{ABC}$ =80° et $\widehat{BAC}$ =40° .
2) a- Placer le point I milieu de [BC].

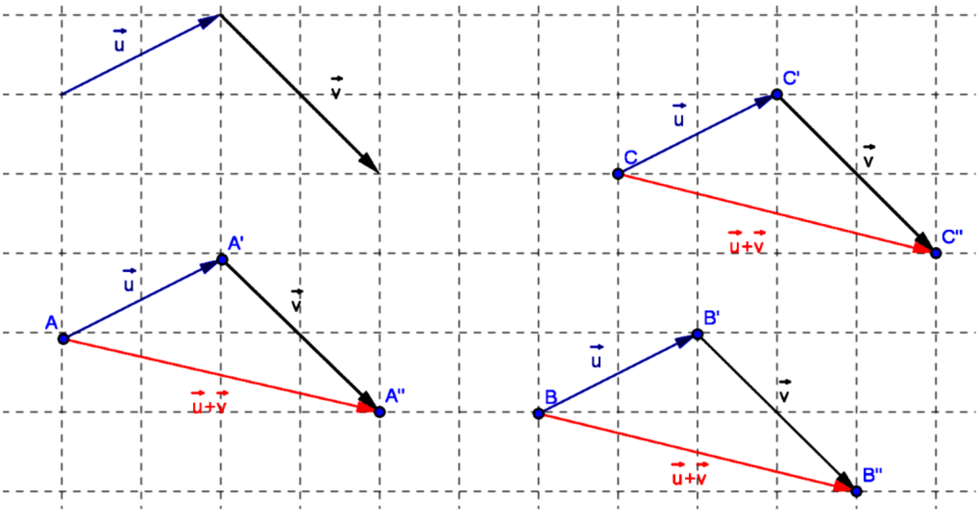
   b- Construire A'B'C' image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{IA}$.

   c-Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{A'C'B'}$ est égale à 60°.

Chapitre 14 : Composition d'applications du plan

I)Composition de deux translations

Tracer deux vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et placer A ; B et C. Construire le point A' image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$ et le point A'' image de A' par la translation de vecteur $\vec{v}$. Même question pour B et C



On constate que $\overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{BB''} = \overrightarrow{CC''} = \vec{u} + \vec{v}$

Cela signifie que les points A'' ; B'' ; C'' sont les images respectives des points A ; B ; C par la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

On note : $t_{\vec{v}}\,[t_{\vec{u}}(M)] = t_{\vec{v}} 0 t_{\vec{u}}(M)$

Définition

On dit $t_{\vec{v}} 0 t_{\vec{u}}$ est la composée de l'application $t_{\vec{u}}$ suivie de l'application $t_{\vec{v}}$.

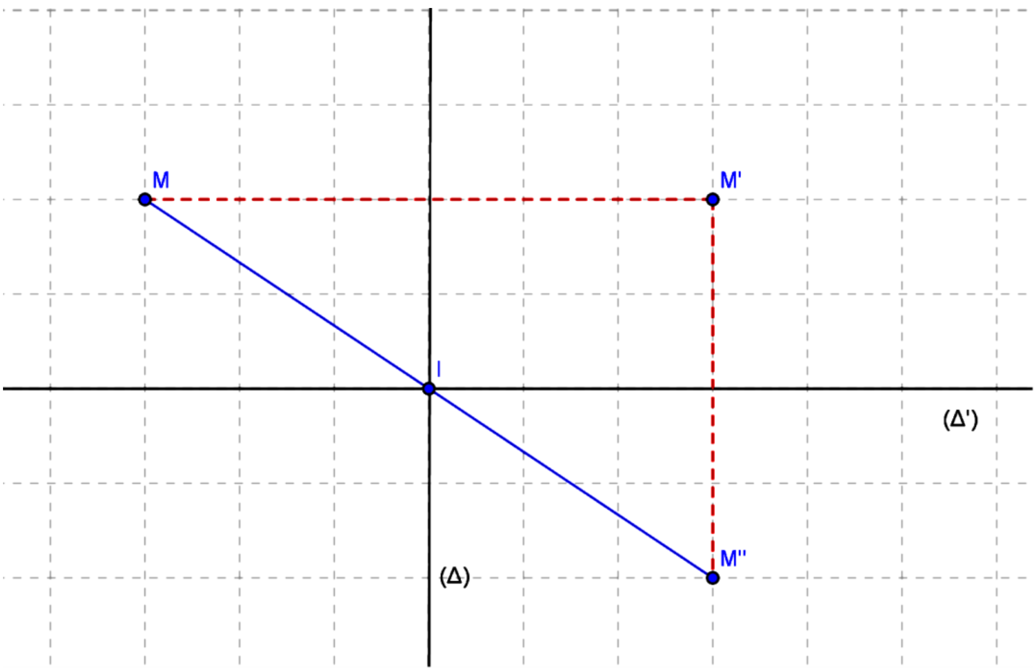
La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est égale à la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ .On note $t_{\vec{v}} 0 t_{\vec{u}} = t_{(\vec{u}+\vec{v})}$

II)Symétrie orthogonales d'axes perpendiculaires

Activité

Tracer deux droites (Δ) et (Δ') perpendiculaires en I . Choisir un point M et construire le point M' tel que M' $= S_{(\Delta)}$(M) et le point M'' tel que M''$= S_{(\Delta')}$ (M')

Que représente I pour le segment [MM ''] ?



I est le milieu du segment [MM''].On a donc :

$S_{(\Delta)} 0 S_{(\Delta')} : \begin{array}{l} P \longrightarrow P \\ M \mapsto M'' \end{array}$ tel que I est le milieu [MM'']

$S_{(\Delta)} 0 S_{(\Delta')}$ est la symétrie de centre I ; on écrite : $S_{(\Delta)} 0 S_{(\Delta')} = S_I$

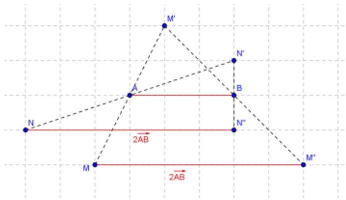
- Conclusion

La composition de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires en O est la symetrie de centre O.

III)composition de deux symétries centrales

Placer deux points A et B et choisir un point M du plan.Construire ensuite le point M' tel que M'= S_A(M) puis le point M'' tel que M'' = S_B 0 S_A(M). Même question pour N

Que dire de $\overrightarrow{MM''}$ et $\overrightarrow{AB}$?



On a $\overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{MM''} = \overrightarrow{NN'}$

On a donc :

$S_B \, 0 \, S_A : \begin{array}{l} P \longrightarrow P \\ M \mapsto M'' \end{array}$, tel que $\overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{AB}$

S_B 0 S_A est la translation du plan de vecteur $2\overrightarrow{AB}$

- Conclusion

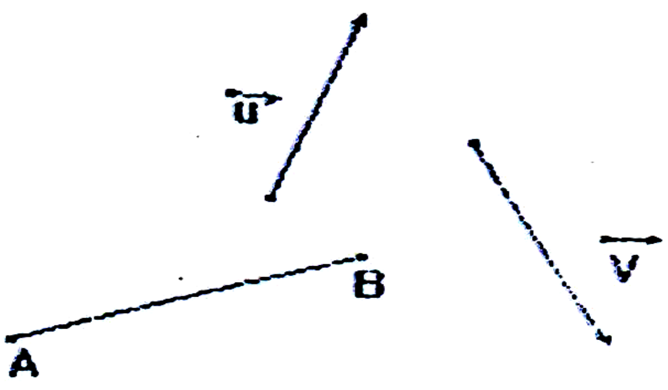
La composée de deux symétries centrales est une translation . on peut écrire :

S_B 0 S_A $= t_{2\overrightarrow{AB}}$

EXERCICES

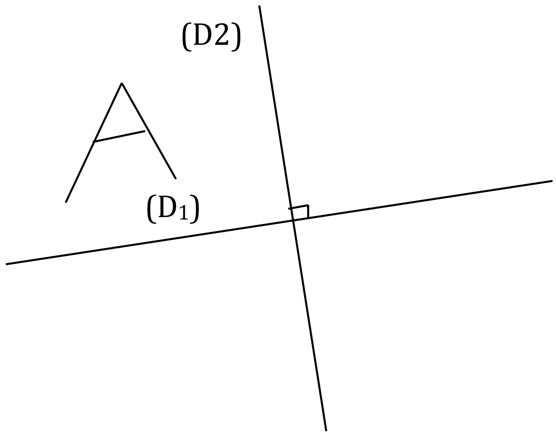
Exercice1

On note $t_{\vec{u}}$la translation de vecteur $\vec{u}$ et $t_{\vec{v}}$ la translation de vecteur $\vec{v}$, Construis l'image du segment [AB] par la composée $t_{\vec{u}}$ o$t_{\vec{v}}$.



Exercice2

On note S_1 la symétrie orthogonale d'axe (D_1) et S_2 la symétrie orthogonale d'axe (D_2). Construis l'image de la lette A dessinée ci-dessous par la composée S_2 0 S_1.



Exercice 3

Soit A ,B C trois points non alignés du plan

a) Construire le point A_1 image de A par la symétrie S_BDE centre B.

b) Construire le point A' image de A_1 par la symétrie Sc de centre C

c) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ en fontction de $\overrightarrow{BC}$.

d) Quelle est la nature de Sc oS_B ?

Exercice 4

1) Construire le triangle ABC tel que AB = 5cm ;AC = 4cm et $\widehat{BAC}$ =60° et placer deux Points I et J extérieurs au triangle ABC .

2) Construire l'image EFG du triangle ABC par la composée de l' application S_I suivie de l'application S_J

Exercice 5

ABC est un triangle équilatéral dont les milieux des côtes [AB], [BC]et [AC] sont respectivement l , J et K.(C_1) est le cercle de centre A passant par l.

1)Construire (C_2) l' image du cercle (C_1) par la symétrie de centre l et (C_3)celle de(C_2)par la symétrie de centre J Que constate – t –on ?

2)Préciser la nature de l'application composée S_JOS_I

3) Trouver l'image de (C_2) par S_KOS_J et celle de (C_3) par S_IOS_K.

4)a) Quelle est nature de chacun des quadrilatères AIJK, BJKI et CKIJ ?

b) Quelle est nature du triangle IJK ?

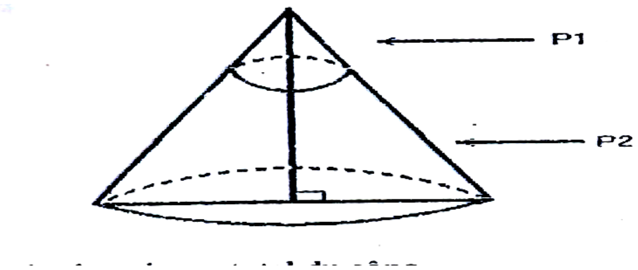
c) Montrer que l'aire de IJK vaut le quart de celle de ABC.

Chapitre 15 : Les solides

EXERCICES

Exercice1

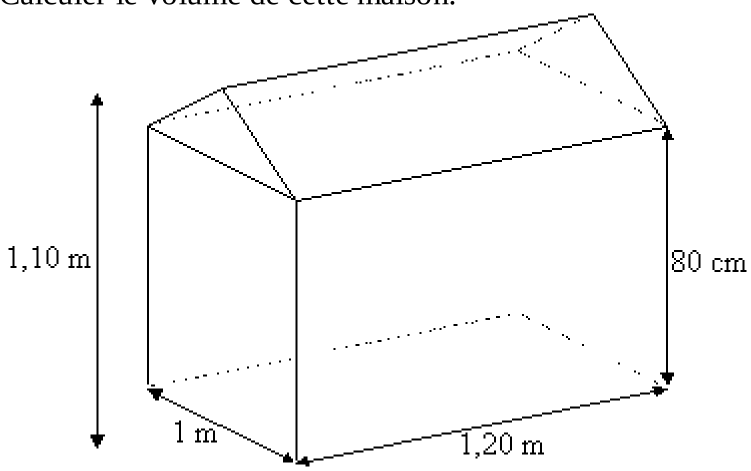
On remplit un cône de 9m de hauteur et de 4m de diamètre de base avec deux produits P1 et P2 : au produit P1 pour le tiers de la hauteur et au produit P2 pour les deux tiers restants. (Voir figure ci-dessous).



1°) Calculer le volume total du cône
2°) Calculer le volume du produit P1 ainsi que celui du produit P2.
Par quelles fractions faut-il multiplier le volume total pour obtenir chacun des deux volumes ?

Exercice 2

Une maison de poupée a la forme d'un parallélépipède rectangle et d'un prisme droit.
Calculer le volume de cette maison.



Chapitre16 : Equations et Inéquation

I/ Règle de transposition

1 / Exemple

Soit l'équation a+b = c + d (a, b , c, d des réels), si on ajoute -b à chacun des membres de l'égalité on obtient :

$$a+b+(-b) = -b + c+d$$
$$a = c+d-b$$

b a changé de membre et de signe on dit qu'on a transposé b du premier membre au second membre.

2) Règle de transposition

Dans une égalité ou une inéquation on peut transposer un terme d'un membre à un autre ; à condition de changer son signe.

Exemple

$$x + 7 = -5$$
$$x = -5-7$$
$$x = -12$$

NB : La règle de transposition ne s'applique que lorsque l'opération est une addition ou une soustraction.

II/ Equations

1)Rappel

5x + 3 = x- 6 est une équation, x est l'inconnu. Résoudre cette équation c'est trouver la ou les valeur(s) de x pour que l'égalité soit vraie.

2)Résolution des équations

a)Equation de type ax+ b = cx + d

Soit à résoudre l'équation 5x – 3 = x – 4

$$5x - 3 = x - 4$$
$$5x - x = -4 + 3$$
$$4x = -1$$
$$x = \frac{-1}{4}$$
$$S = \{\frac{-1}{4}\}$$

Exercice d'application

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$\frac{x+3}{4} + \frac{2x}{3} = \frac{4x-3}{2} - \frac{x+4}{3}$$

$$\frac{2x-1}{5} - \frac{x+2}{3} = -x + \frac{3x-1}{2}$$

b)Equation de type (ax + b) (cx + d) = 0

Soit à résoudre (2x + 3) (x – 8) =0

$$(2x + 3)(x - 8) = 0$$
$$2x + 3 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0$$

2x = -3 ou x = 5

x = $\frac{-3}{2}$ ou x = 5

$S_{\mathbb{R}}$ = {$\frac{-3}{2}$; 5}

Exercice d'application

Résoudre dans $\mathbb{R}$: x(4x- 7) = 0 et (2x – 7) (5x + 6)=0

III/ Inéquations

1)Notion d'inéquations

Soit l'inéquation 2x + 1 ≥ 4, cette inéquation est une inéquation d'inconnue x. Résoudre cette inéquation c'est trouver l'ensemble des réels pour que cette inéquation soit vraie.

2)Exemple de résolution

La résolution des inéquations répond à la même règle de transposition, seulement il faut savoir que la multiplication et la division des membres de l'inéquation par un nombre négatif inverse l'ordre.

Exemple : soit à résoudre 4x + 7 ≤ 2x – 3

4x + 7 ≤ 2x – 3

4x – 2x ≤ -3 – 7

2x ≤ -10

x ≤ -5

S= { x /x ϵ $\mathbb{R}$ et x ≤ - 5}

3x – 4 ≤ 7x + 7

3x – 7x ≤ 7 + 4

- 4x ≤ 11

-x ≤ $\frac{11}{4}$

x ≥$\frac{-11}{4}$

S= { x / x ∈ $\mathbb{R}$ et x ≥$\frac{-11}{4}$}

Exercice d'application

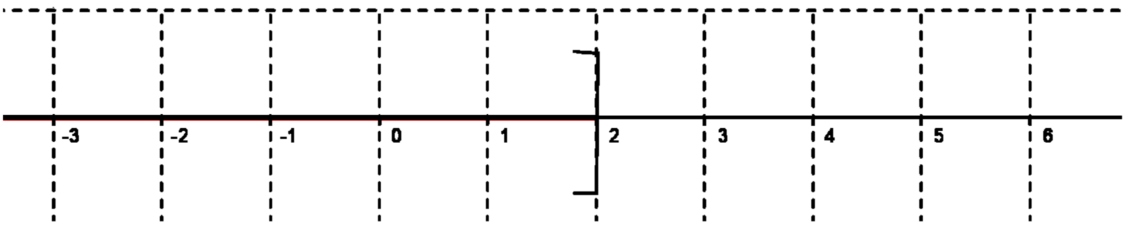
Résoudre dans $\mathbb{R}$ 5x + 7 ≤0 et x- 5 ≥ -3x -1

1)Représentation graphique de l'ensemble solution

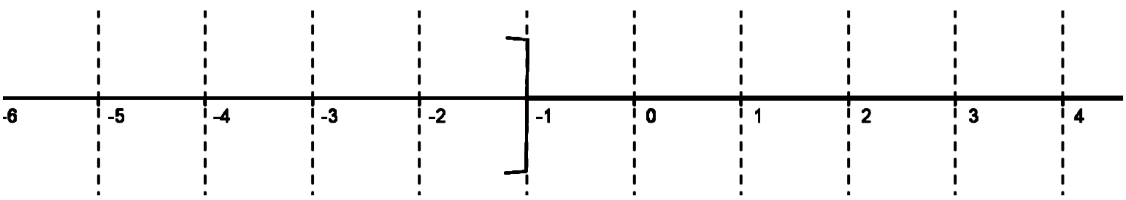
L'ensemble des solutions d'une inéquation peut être représenté sur une droite graduée

Exemple :

x≤2



x> -1



Iv) Résolution de problèmes

1)Résolution de problème se rapportant à une équation

a) Rappel

Etapes de résolution de problème :

- Choix et désignation de l'inconnue par une lettre
- Mise en équation
- Résolution de l'équation
- Vérification de la solution de l'équation
- Répondre au problème (solution au problème)

b)Exemple

Un homme de 40 ans a un fils de 9 ans ; dans combien d'années l'âge du père sera t-il le double de celui du fils ?

Réponse

- Choix et désignation de l'inconnue

Soit x le nombre d'années au bout duquel l'âge du père sera le double de celui de son fils

- Mise en équation

$40 + x = 2(9 + x)$

- Résolution de l'équation

$40 + x = 2(9 + x)$

$40+x = 18 +2x$

$x= 22$

- Vérification de la solution de l'équation

$40 + 22 = 62$

$2 \times 22 + 18 = 62$ vrai

- Réponse au problème

Dans 22 ans l'âge du père sera le double de celui du fils

2)Résolution de problème se rapportant à une inéquation

Madi demande à son frère Souleymane de trouver le nombre de disques qu'il possède à partir des informations suivantes : « le nombre de mes disques n'est pas pair, le double du nombre de mes disques dépasse 8 et le nombre de mes disques augmenté de 3 n'atteint pas 10.

Aider Souleymane à trouver le nombre de disque(s)

Réponse

- Choix et désignation de l'inconnue

Soit x le nombre de disques

- Mise en inéquation

x n'est pas pair

$2x>8$

$x + 3 <10$

- Résolution de l'inéquation

$2x>8$ $\qquad$ $x + 3 <10$

$x> \frac{8}{2}$ $\qquad$ $x <10 - 3$

$x>4$ $\qquad$ $x <7$

$4 < x < 7$ x étant impair donc x= 5

- Vérification de la solution de l'équation

2 x 5 = 10 > 8 ; 5 + 3= 8 <10 vrai

- Réponse au problème

Le nombre de disques de Madi est 5.

EN DIRECT DE L'HISTOIRE

Évariste Galois

Il fut tué dans un duel à l'âge de 21 ans, en 1832. La nuit qui précède sa mort, il écrit une lettre à un ami où il expose la réponse à un problème sur lequel travaillaient, depuis des années, les plus grands mathématiciens sans succès.

É. Galois démontre qu'il n'existe pas de formules donnant les solutions des équations où l'inconnue est à la puissance supérieure à 4. Pour y parvenir, il jette les fondements de la théorie des groupes. L'ami qui reçut la lettre-testament de Galois, pourtant mathématicien lui-même, n'en a pas compris la signification. Les manuscrits d'Évariste Galois ne furent publiés que quatorze ans après sa mort.

EXERCICES

<u>Exercice1</u>

Quel nombre faut-il retrancher au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{11}{21}$ pour obtenir la fraction $\frac{1}{3}$?

<u>Exercice2</u>

a) La somme de trois entiers consécutifs est égale à 96.
Quel sont ces entiers ?

b) Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.

c) Quelle réponse aurait-on donnée au a) si 96 avoir été remplacé par 124 ?

<u>Exercice3</u>

Un rectangle mesure 7cm de longueur et 3 cm de largeur.

Quelle même longueur faut-il ajouter aux côtés de ce rectangle pour doubler son périmètre ?

<u>Exercice 4</u>

Les longueurs des bases d'un trapèze sont 13 cm et 8 cm.

Quelle doit être la longueur d'un rectangle dont la largeur est la hauteur du trapèze , et qui a même aire que le trapèze ?

Exercice5

Deux frères Chahed et Latif sortent avec la même somme d'argent .Le premier dépense 135F et le second 165F .Il reste alors à Chahed trois fois plus d'argent que Latif .

Combien .avaient –ils en sortant ?

Exercice 6

On compte dans une école 550 élèves.

Sachant qu'il y a quatre fois plus de filles que de garçons, calculer le nombre de filles et de garçons dans cette école .

Exercice 7

Béatrice a eu deux notes en mathématiques .

Entre les deux, elle a progressé de quatre points et sa moyenne est de 13 .

Quelles sont ces deux notes ?

CORRIGES

CHAPITRE 1: LES NOMBRES DÉCIMAUX

Exercice 1

Calculons et donnons le résultat sous forme de $a.10^p$

$1{,}02 \times 1{,}03 = 10506.10^{-4}$

$\frac{5{,}10}{0{,}2} = 255.10^{-1}$

$1{,}01.10^{-8} + 40.10^{-7} = 40101.10^{-10}$

$54.10^5 - 98{,}015.10^5 = -44015.10^2$

Exercice 2

a)100.000.000.000.000
b)10^{15}
c)$1,5.10^{8}$

Exercice 3

a) 0,000 000 001m=10Å
0,000 000 027m=270 Å
$3..10^{-9}m = 30$ Å
b) Volume =$8.10^{-30}m^{3}$

Exercice 4

a)$300.10^{-6}mm\ ou\ 3.10^{-4}mm.$
b) 300 nm

Exercice 5

Le temps mis par le signal radio pour atteindre la terre
Temps =$\frac{distance}{vitesse} = \frac{3,2.10^{12}}{3.10^{8}} = 10666,66s = 2h57min46s$

Exercice 6

a)l'écriture scientifique de chaque distance en Km :
Vénus :$1,05.10^{8}$; $Mars : 2,25.10^{8}$; $Terre: 1,5.10^{8}$; $Sature : 1,425.10^{9}$
b) Rangement
$1,05.10^{8} < 1,5.10^{8} < 2,25.10^{8} < 1,425.10^{9}$
c)Comparaison
$1,5.10^{8} > 1,05.10^{8}$ et $1,5.10^{8} < 2,25.10^{8}$; $1,5.10^{8} < 1,425.10^{9}$

Exercice 7

1985 = $1,985 \times 10^{3}$
314 159 × 10^{-5} = 3,14159
12 milliards = 12 × 10^{9} = 1,2 × 10^{10}
7,3 × 10^{4} est déjà en écriture scientifique.
52 = 5,2 × 10^{1}
320 millions = 320 × 10^{6} = 3,2 × 10^{8}
91 000 = 9,1 × 10^{4}
0,15 × 10^{-7} = 1,5 × 10^{-8}
0,013 × 10^{-4} = 1,3 × 10^{-6}

Exercice 8

P = 7,2 × 10^7	Q = 1,5 × 10^{-1}
R = 2,8 × 10^{-9}	S = 1,2 × 10^{10}

Exercice 9

1. A × B = 7,8 × 2,6 × 10^{9+6} = 20,28 × 10^{15} = 2,028 × 10^{16}

$\frac{A}{B}$= (7,8/2,6) × 10^{9-6} = 3 × 10^3.

2. A × B = 1,938 × 10^{-1}

$\frac{A}{B}$= (38/51)× 10^8.

3. A × B = 1,11 × 10^{-8}

$\frac{A}{B}$= (185/24)× 10

CHAPITRE 2 :POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

Exercice 2

_Les hauteurs issues de I et de A sont toutes deux perpendiculaires à la base commune $[BC]$ donc elles sont parallèles.

Exercice 3

_ABCD est un trapèze de bases $[AD]$ *et* $[BC]$ *donc* $(AD)//(BC)$.

Les perpendiculaires à (BC) passant par B et C coupent (AD) en E et F donc elles sont parallèles.

On conclut que EBCF est un rectangle.

Remarque : Un rectangle est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles et ses côtés consécutifs perpendiculaires.

Exercice 3

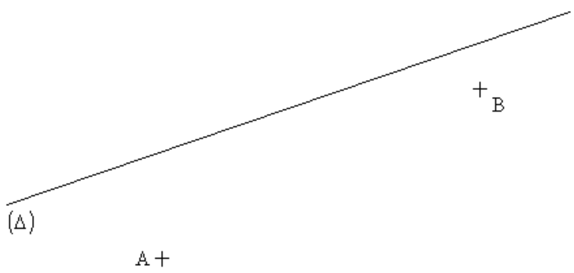
_$[EF\ ]$ et $[GH]$ ont même médiatrice donc (EF) et (GH) sont toutes perpendiculaires à leur médiatrice ; par conséquent (EF)//(GH).

Exercice 6

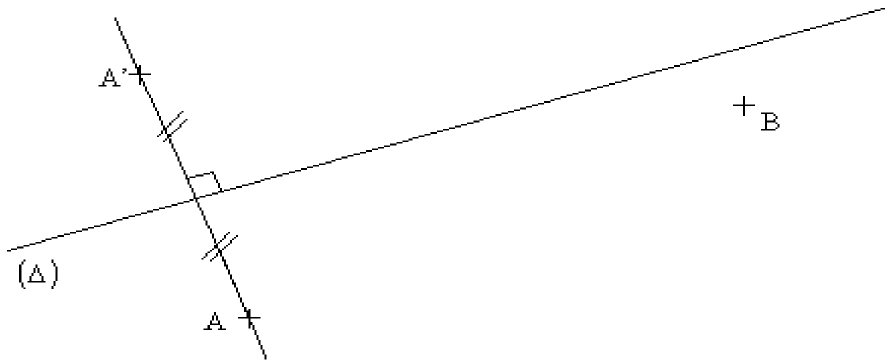
Par hypothèse E et F équidistants des points B et C donc (EF) est la médiatrice de $[BC]$. De plus (Δ)// (EF)et A∈ (Δ) ainsi (Δ) perpendiculaire à (BC) donc (Δ) est une hauteur du triangle ABC.

Exercice 7

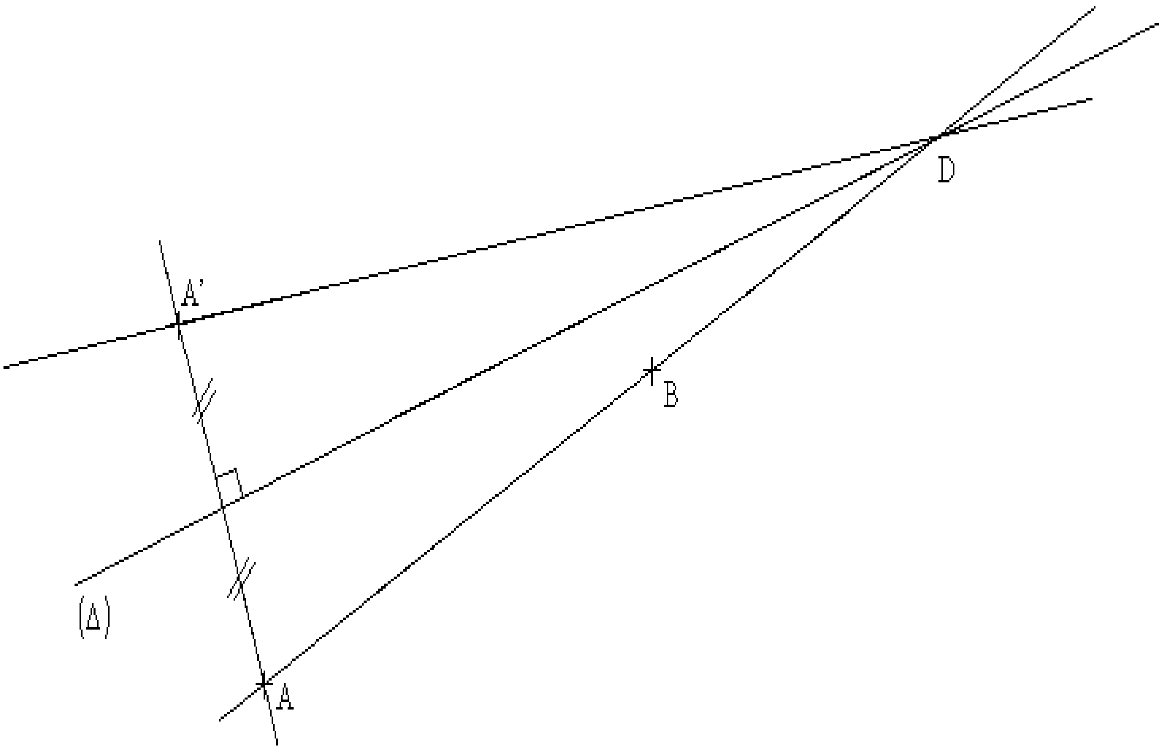
1. a) On trace la droite (Δ) puis on place les points A et B :



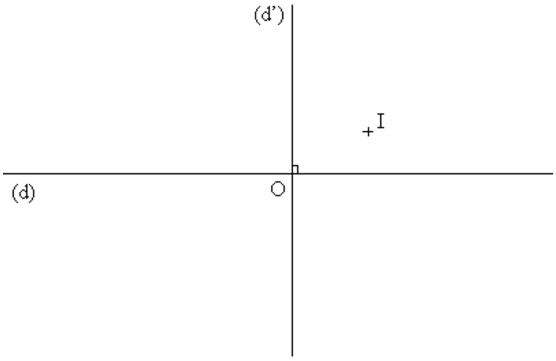
1. b) Pour tracer le symétrique d'un point par rapport à une droite, on commence par tracer la perpendiculaire à la droite passant par ce point.
Ensuite, à l'aide du compas, on reporte la distance entre le point et la droite de l'autre coté de la droite :



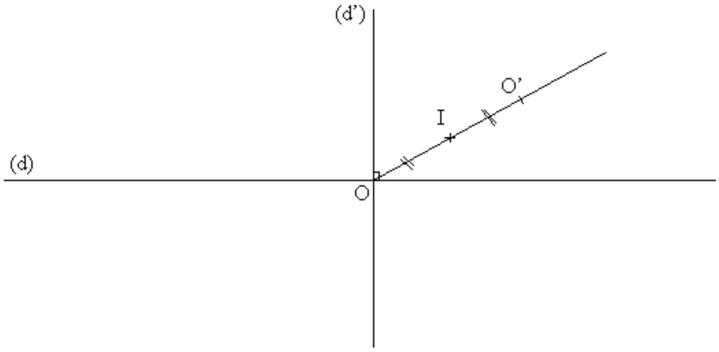
2. Pour tracer le symétrique d'une droite, il faut commencer par construire les symétriques de deux points appartenant à cette droite.
On connait déjà le symétrique de A par rapport à la droite (Δ) : c'est le point A'.
Il faut donc trouver un autre symétrique d'un point de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) .
On appelle C le point d'intersection de la droite (AB) et de la droite (Δ) .
Le point D est un point de la droite(Δ) .
Le symétrique du point D par rapport à la droite (Δ) est le point D lui-même.
On en conclut que le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite (A'D).



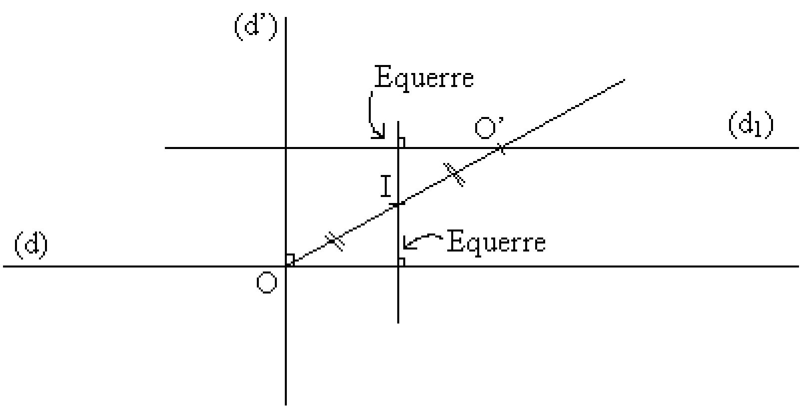
Exercice 3



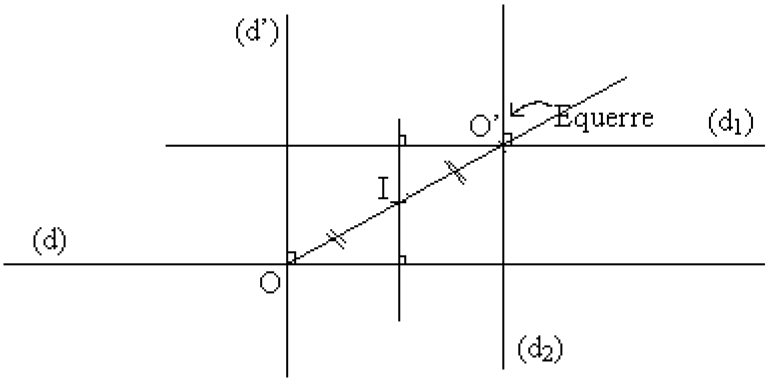
1. Pour construire l'image du point O par rapport au point I, on trace la droite (OI) et on reporte au compas la longueur OI de l'autre coté.



2. a) Je sais que O est un point de la droite (d) et que O' est le symétrique de O par rapport au point I.
Or, le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.
J'en conclus que le symétrique de la droite (d) par rapport au point I est la droite parallèle à la droite (d) passant par le point O'.
Traçons cette droite parallèle (que l'on appelle (d_1)) en utilisant l'équerre :

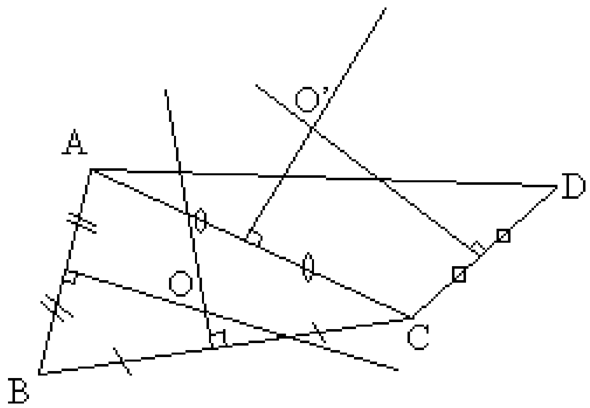


2. b) Je sais que O est un point de la droite (d') et que O' est le symétrique de O par rapport au point I.
Or, le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.
J'en conclus que le symétrique (d_2) de la droite (d') par rapport au point I est la droite parallèle à la droite (d') passant par le point O'.
De plus, je sais que es droites (d) et (d_1) sont parallèles et que les droites (d) et (d') sont perpendiculaires.
Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une et perpendiculaire à l'autre.
J'en conclus que les droites (d') et (d_1) sont perpendiculaires.
De même, je sais que les droites (d') et (d_2) sont parallèles et que les droites (d') et (d_1) sont perpendiculaires.
Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une et perpendiculaire à l'autre.
J'en conclus que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.
Donc, pour trouver l'image de la droite (d') par rapport au point I, il nous suffit de tracer la perpendiculaire à la droite (d_1), image de la droite (d) passant pas O'.



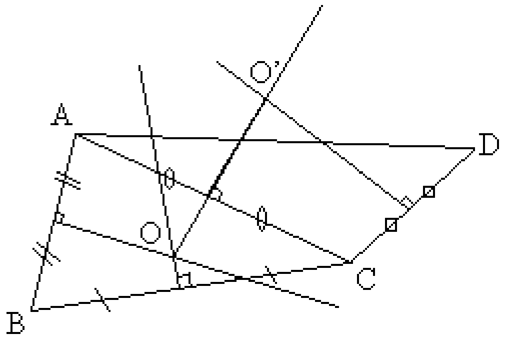
exercice 9

1. Pour construire le centre du cercle circonscrit à un triangle, il faut tracer deux médiatrices du triangle.



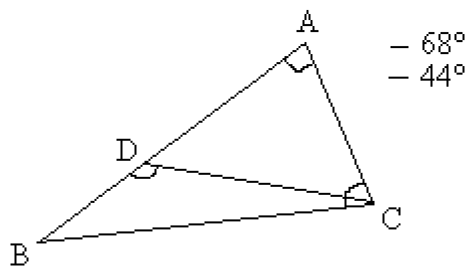
2. On sait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
Or, le centre du cercle circonscrit est le point d'intersection des médiatrices d'un triangle.
Donc, O appartient à la médiatrice du segment [AC].
De même, on sait que O' est le centre du cercle circonscrit au triangle ACD.
Donc, O' appartient à la médiatrice du segment [AC].

Une droite étant définie par deux points distincts, on en déduit que la droite (OO') est la médiatrice du segment [AC].



Exercice 10

1.



►Mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{ADC}}$:

Les angles $\widehat{\mathrm{ADC}}$ et $\widehat{\mathrm{BDC}}$ sont deux angles supplémentaires.

Or, la somme des mesures de deux angles supplémentaires est égale à 180°.

Donc : $\widehat{\mathrm{ADC}} = 180 - \widehat{\mathrm{BDC}} = 180 - 68 = 112^o$

►Mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{ABC}}$:

La somme des mesures des angles du triangle ABC est égale à 180°, donc :

$\widehat{\mathrm{ABC}} = 180 - \widehat{\mathrm{BAC}} - \widehat{\mathrm{ACB}} = 180 - 44 - 68 = 68^o$

►Mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{DCB}}$:

La somme des mesures des angles du triangle BDC est égale à 180°, donc :

$\widehat{\mathrm{DCB}} = 180 - \widehat{\mathrm{CDB}} - \widehat{\mathrm{DBC}} = 180 - 68 - 68 = 44^o$(car $\widehat{\mathrm{ABC}} = \widehat{\mathrm{DBC}}$)

►Mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{DCA}}$:

$\widehat{\mathrm{DCA}} = \widehat{\mathrm{BCA}} - \widehat{\mathrm{BCD}} = 68 - 44 = 24^o$

2. On sait que $\widehat{\mathrm{CDB}} = 68^o$et on a montré que $\widehat{\mathrm{ABC}} = \widehat{\mathrm{DBC}} = 68^o$, donc $\widehat{\mathrm{CDB}} = \widehat{\mathrm{DBC}}$

Le triangle DBC est donc isocèle en C.

On an conclut que BC = CD.

Exercice 11

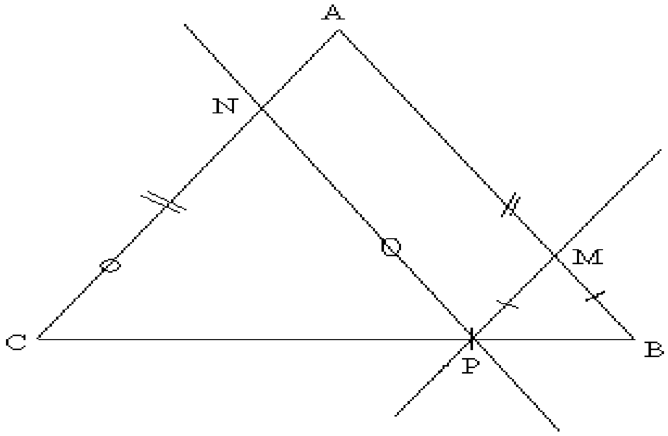
1. Hypothèses :

ABC isocèle en A,

P appartient à [BC],

les droites (PM) et (AC) sont parallèles,

les droites (PN) et (AB) sont parallèles.



2. a) Comparons les angles $\widehat{BPM}$ et $\widehat{BCA}$**:**

Les angles $\widehat{BPM}$ et $\widehat{BCA}$sont deux angles correspondants définis par les droites (PM) et (AC) et la sécante (PC).

On sait que les droites (PM) et (AC) sont parallèles et que la droite (PC) est sécante à (PM) et (AC).

Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants définis par ces deux parallèles et la sécante sont de même mesure.

On en déduit que les angles correspondants $\widehat{BPM}$ et $\widehat{BCA}$sont de même mesure : $\widehat{BPM} = \widehat{BCA}$.

b) ►Nature du triangle BMP :

On a vu, à la question précédente, que $\widehat{BPM} = \widehat{BCA}$.

Comme le triangle ABC est isocèle en A, alors $\widehat{CBA} = \widehat{BCA}$.

Donc : $\widehat{BPM} = \widehat{CBA} = \widehat{PBM}$.

On en conclut que le triangle BMP est isocèle en M.

►Nature du triangle PNC :

Les angles $\widehat{CPN}$ et $\widehat{PBM}$ sont deux angles correspondants définis par les droites (PN) et (BM) et la sécante (PM).

On sait que les droites (PN) et (BM) sont parallèles et que la droite (PM) est sécante à (PN) et (BM).

Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants définis par ces deux parallèles et la sécante sont de même mesure.

On en déduit que les angles correspondants $\widehat{CPN}$ et $\widehat{PBM}$ sont de même mesure : $\widehat{CPN} = \widehat{PBM}$.

Comme le triangle ABC est isocèle en A, alors $\widehat{CBA} = \widehat{BCA}$.

Donc : $\widehat{CPN} = \widehat{PBM} (= \widehat{CBA} = \widehat{BCA}) = \widehat{PCN}$.

On en conclut que le triangle PNC est isocèle en N.

3. Le périmètre du parallélogramme AMPN est égal à :

AN + NP + MP + AM = (AC - NC) + NP + MP + (AB - MB)

Or, le triangle PNC est isocèle en N, donc NC = NP. Le triangle BMP est isocèle en M, donc MP = MB. Donc :

AN + NP + MP + AM = AC - NP + NP + MB + AB - MB = AC + AB

Donc : quelle que soit la position du point P sur le segment [BC], le périmètre du parallélogramme AMPN est égal à AB + AC.

Chapitre 3 : Calculs sur les fractions

Exercice 1

Simplification de fractions.

A=$\frac{1}{6}$; $B = 462$; $C = \frac{4}{49}$

Exercice 2

Calculs

A=$\frac{15}{56}$; $B = -1$; $C = \frac{1}{100}$

Exercice 3

Inv(5) =$\frac{1}{5}$; $inv\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{7}{2}$; $inv\left(\frac{-12}{5}\right) = \frac{-5}{12}$; $inv(0,2) = 5$; $inv\left(\frac{2}{\frac{3}{5}}\right) = \frac{3}{10}$

Inv. $\left(\frac{\frac{1}{2}}{3}\right) = 6.$

Exercice 5

Il y a 24 élèves dans la classe et 8 élèves qui décident de continuer en seconde

Chapitre 4 : Repérage sur la droite

Exercice 1

AB=9 ; BD=6 ;DC=6 ; AC =3 ; DA=3

Exercice 2

c) $x_I = -\frac{1}{4}$

d) $x_D=8$

e)BC=$\frac{5}{4}$; AD=10 ; EF=4

Exercice 3

1) Trouvons les abscisses des points C , D et E

a) AC= CB ⇔ C milieu de [AB] donc $x_C=\frac{XA+XB}{2} = \frac{-3+5}{2}$ =1

b) BD =$\frac{1}{4}AB$ ⇔ $|\ xD - 5| = \frac{1}{4}|\ 5 - \ (-3)| = \frac{1}{4} \times 8 = 2$

$x_D > 6$ donc $x_D-5 > 0$ ce qui entraîne que

$x_D-5=2$ ⇔ $x_D = 7$

c) AE = $\frac{1}{4}\ AB$ ⇔ $|\ xE - (-3)| = \frac{1}{4} \times 8 = 2$

$|xE\ + 3|$ = 2

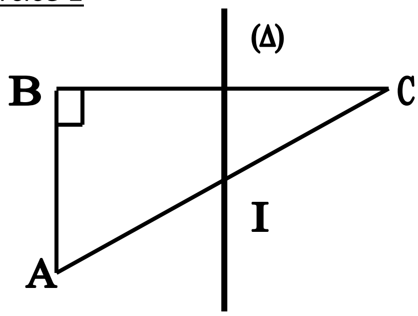
$x_E > -3$ donc $x_E +3 \geq 0$; ainsi $x_E +3 =2$ ⇔ $x_E= -1$

2) Déterminons y :

$\frac{1}{2}$ AB = yAF ⇔ y= $\frac{\frac{1}{2}AB}{AF} = \frac{\frac{1}{2}|\ 5-\ (-3)|}{|4-(-3)|} = \frac{\frac{1}{2}\times 8}{7} = \frac{4}{7}$

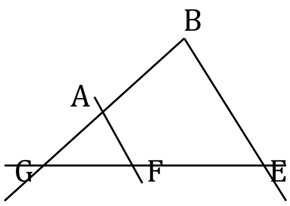
CHAPITRE 5 : PROJECTION

Exercice 1



Démonstration
(Δ) médiatrice de [BC] donc (Δ) ⊥ (BC) et (Δ) passe par le milieu de [BC]
Or (AB) ⊥ (BC) donc (AB) // (Δ).
(Δ) passe par le milieu de [BC] et parallèle à (AB) donc elle ((Δ)) passe par le milieu de [AC] par conséquent I est milieu de [AC]

Exercice 2



DEMONSTRATION
B symétrique de G par rapport à A donc A milieu de [GB]. E symétrique de G par rapport à F donc F milieu de [GE].
Ainsi, la droite (AF) passe par les milieux des côtés [GB] et [GE] du triangle GBE, elle est donc parallèle à (BE).

Exercice 4

On trace (Δ) passant par N et parallèle à (BC), elle coupe [AB] en son milieu.

Exercice 6

1. On sait que I est le milieu du segment [BC] et que J est le milieu du segment [AC].
   Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième.
   J'en conclus que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.
   On sait que ABC est un triangle rectangle en A, donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires, ou encore, les droites (AB) et (AJ) sont perpendiculaires.
   On sait que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.
   Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   J'en conclus que les droites (AC) et (IJ) sont perpendiculaires.
   2. (IJ) et (AB) sont parallèles, [AK] inclus dans [AB]. AK vaut la moitié de AB, ainsi que IJ.
   On a donc un quadrilatère qui a un angle droit, et deux côtés opposés qui sont parallèles de même mesure. Ce quadrilatère est un rectangle.
   AKIJ est donc un rectangle.

Exercice 7

1. D'après le théorème des milieux, si un segment coupe l'un des trois côtés d'un triangle en son milieu, et parallèlement à un autre côté de ce triangle, ce segment coupera le troisième côté du triangle en son milieu, et la longueur du segment sera égale à la moitié du côté auquel il est parallèle.
   Soit H le point d'intersection entre la droite (BJ) et la droite (KI).
   On sait que les segments [AJ] et [KI] ont la même longueur, et sont parallèles d'après le théorème des milieux.
   Puisque (KH) est parallèle à (AJ), et que [KH] coupe [AB] dans son milieu, alors KH vaut la moitié de AJ.
   Donc H est bien le milieu de [KI]
   2. Le périmètre de IJK vaut : IJ + IK + JK.
   IJ vaut la moitié de AB, soit 2 cm
   IK vaut la moitié de AC, soit 2,5 cm
   KJ vaut la moitié de BC, soit 3 cm
   Périmètre de IJK = 2 + 2,5 + 3 = 7,5 cm
   Périmètre de AKIJ = AK + KI + IJ + JA
   AK = JI = 2 cm
   KI = JA =2,5 cm
   Périmètre de AKIJ = AK + KI + IJ + JA = 2 + 2 + 2,5 + 2,5 = 9cm
   Périmètre de BKIJ = BK + KJ + JI + IB
   BK = AK = IJ = 2 cm
   BI = KJ = 3 cm

   Périmètre de BKIJ = BK + KJ + JI + IB = 2 + 2 + 3 + 3 = 10 cm
   Périmètre de CIKJ = CI + IK + KJ + JC
   CI = BI = KJ = 3 cm
   JC = JA = IK = 2,5 cm
   Périmètre de CIKJ = CI + IK + KJ + JC = 3 + 3 + 2,5 + 2,5 = 11 cm

Exercice 8

1.D'après le théorème des milieux, (AB) et (IJ) sont parallèles, et IJ vaut la moitié de [AB].
[ML] coupe [KI] et [KJ] respectivement dans leurs milieux, donc d'après le théorème des milieux, (ML) est parallèle à (IJ) et la longueur ML vaut la moitié de la longueur IJ. Puisque (ML) est parallèle à (IJ), et que (IJ) est parallèle à (AB), alors (ML) est parallèle à (AB).
2. Ainsi, puisque IJ vaut la moitié de AB, et que ML vaut la moitié de ML, alors ML vaut la moitié de la moitié de AB, soit le quart de AB.
Il en est de même pour KL qui vaut le quart de BC, et KM qui vaut le quart de AC, donc le périmètre de KLM vaut le quart du périmètre de ABC.
Périmètre de ABC = 7 + 8 + 12 = 27 cm
Périmètre de KLM = 27/4 = 6,75 cm

Exercice 9

1. (IJ) est parallèle à (MN), et la longueur de IJ, vaut la moitié de la longueur de AB.
   KN = NB = KM = MA. Donc MN = KM + KN. Donc MN vaut la moitié de AB, soit la même longueur que le segment [IJ].
   Puisque (IJ)//(MN) et que [IJ] et [MN] ont la même longueur, alors MJIN est un parallélogramme.
   2. MJIN est un rectangle, si (NI) et (JI) sont perpendiculaires, et donc si ABC est isocèle en C.

MJIN est un losange si NI = IJ , et donc si la médiane issue de C soit égale à AB. Il faut donc que ABC soit inscrit dans un cercle de centre K, et de rayon AB.
MJIN est un carré si MJIN est un losange et un rectangle, donc si les deux conditions ci dessus sont vérifiées. Ce qui nous donne un triangle tel que CK = AB, avec CK une hauteur du triangle ABC.

Exercice 10

Le périmètre de DEFGHI vaut le triple du périmètre de ABC.
En effet, EF = AC ,FG = 2 × AB , GH = BC , HI = 2 × AC , ID = AB , et ED = 2 × BC
DE + EF + FG + GH + HI + ID = périmètre de DEFGHI.
2 × BC + AC + 2 × AB + BC + 2 × AC + AB = 3 × BC + 3 × AB + 3 × AC
= 3 × (BC + AB + AC) = 3 × Périmètre de ABC

Exercice 11

1. Puisque I et J sont les centres respectifs des parallélogrammes ABCD et ABEF , alors , I et J sont les milieux de [AE], [AC] , [BD] et [BF].
   En se plaçant dans le triangle ACE, (IJ) coupe les segments [AC] et [AE] dans leurs milieux respectifs. (IJ) est donc, d'après le théorème des milieux, parallèle à (CE).
   En se plaçant dans le triangle BDF, (IJ) coupe les segments [BD] et [BF] dans leurs milieux respectifs. (IJ) est donc, d'après le théorème des milieux, parallèle à (DF).
   Puisque (IJ) est parallèle à (CE) et à (DF) , (CE) et (DF) sont parallèles.
   2. D'après le théorème des milieux, IJ vaut la moitié de CE, mais IJ vaut aussi la moitié de DF. IJ étant constant, [CE] et [DF] ont la même mesure.
   De plus, (CE)//(DF) donc CDFE est un parallélogramme.

Exercice 12

Dans le triangle CAD,la parallèle à (AD) passant par J coupe [CA] dans son milieu, d'après le théorème des milieux.
Dans le triangle CAB,la parallèle à (AB) passant par I coupe [CA] dans son milieu, d'après le théorème des milieux.
Le milieu de [CA] étant unique, la parallèle à (AB) passant par I, et la parallèle à (AD) passant par J, se coupent dans le milieu du segment [CA]. L'intersection de ces deux droites étant le point P, P est le milieu de [CA].

Exercice 13

Puisque ABCD est un parallélogramme, et que E appartient à [AB], on a (AE) qui est parallèle à (DC). Or F appartient à [DC] donc (AE) est parallèle à (DF).
Dans le triangle D'DF ,puisque (AE)//(DF) et que A est le milieu de [D'D] , on a alors, d'après le théorème des milieux, DF = 2×AE.
Or AE = $\frac{1}{3}$AB, donc DF = 2 × $\frac{1}{3}$ AB.
Étant donné que DC = AB, et que DF = 2 × $\frac{1}{3}$AB, DF = 2 × $\frac{1}{3}$CD, et donc CF = CD - DF = CD - 2 × $\frac{1}{3}$CD
CF = $\frac{1}{3}$CD

Exercice 14

1) Calculons les cordonnées des points C et D
   a) C milieu de [AB]donc $x_C = \frac{XA+XB}{2} \quad et \; yc = \frac{YA+YB}{2}$

$X_C = \frac{3+\ (-2)}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_c = \frac{5+4}{2} = \frac{9}{2}$
D'où $C\left(\frac{1}{2} \;;\; \frac{9}{2}\right)$

b) B milieu de $[AD]$ donc xB = $\frac{XA+XD}{2}$ $et \quad yB = \frac{yA+YB}{2}$

Ainsi $X_D = 2x_B - x_A$ et $Y_D = 2y_B - y_A$

$X_D = 2 \times (-2) - 3 = -7$ et $Y_D = 2 \times 4 - 5 = 3$

D'où D (-7 ; 3)

Montrons que F est milieu de $[BE]$

On a: $\frac{XB+XE}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0 \ et \ XF = \frac{yB+YE}{2} = \frac{4+(-2)}{2} = 1 =$
$YF \ donc \ F \ est \ milieu \ de \ [BE]$

CHAPITRE 6 : LES NOMBRES RATIONNELS

Exercice 2

Pas de bonne réponse à encercler

Exercice 3

1) Ecrivons les nombres suivants sous forme d'une suite décimale illimitée périodique.

   $\frac{1}{3} = 0,\underline{3}\ldots$; $\frac{7}{3} = 2,\underline{3}\ldots$; $\frac{17}{19} = 0,9\underline{4}\ldots$; $\frac{1}{11} = 0,\underline{09}\ldots$

2) Ecrivons sous forme de fraction les SDIP suivants :

$0,\underline{8}\ldots = \frac{8}{9}$; $1,\underline{4}\ldots = \frac{13}{9}$; $0,\underline{783}\ldots = \frac{29}{37}$; $1,0\underline{4}\ldots = \frac{47}{45}$

Exercice 4

0,8 est une valeur approchée par défaut de la masse de chaque part au dixième près et 0,9 est la valeur approchée par excès au dixième près.

0,85 est une valeur approchée par défaut de la masse de chaque part au centième près et 0,86 est la valeur approchée par excès au centième près

Exercice 7

a) La valeur exacte de la largeur est l= $\frac{115}{27}$

b) Ecriture décimale de l

   l = 4,259 cm

   2 est le chiffre des dixièmes, 5 celui des centièmes , 9 celui des millièmes

c) Il peut donner 4,3cm

CHAPITRE 7 : POLYGONES REGULIERS

Exercice 8

Ce polygone a 12 côtés.

Exercice 9

1) $n_1 = 8$ et $n_2 = 12$
2) L'angle au centre de P_1 vaut 45° et celui au centre de P_2 vaut 30°

CHAPITRE 8 : LES VECTEURS

Exercice 1

1) a- Le(s) vecteur(s) égaux(égal) à $\overrightarrow{AE}$ est(sont) $\overrightarrow{BF}$

   b- les vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$ sont $\overrightarrow{BA}$;$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{GH}$
2) Vrai
3) Vrai

Exercice 4

2) ABCD est un parallélogramme de centre O donc O milieu de [BD].
De plus, N est le projeté de B sur (AC) parallèlement à (DM) et M projeté de D sur (AC) parallèlement à (DM) donc O est milieu de [MN].

3)Prouvons que :
a)$\overrightarrow{BN}$= $\overrightarrow{MD}$

$\overrightarrow{BN}$ =$\overrightarrow{BO}$ +$\overrightarrow{ON}$ or $\overrightarrow{BO}$ = $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{ON}$ =$\overrightarrow{MO}$ ainsi $\overrightarrow{BN}$= $\overrightarrow{OD}$ +$\overrightarrow{MO}$ = $\overrightarrow{MO}$ + $\overrightarrow{OD}$ = $\overrightarrow{MD}$ donc $\overrightarrow{BN}$ = $\overrightarrow{MD}$.

b)$\overrightarrow{AM}$ = $\overrightarrow{NC}$

$\overrightarrow{AM}$ = $\overrightarrow{AD}$+$\overrightarrow{DM}$ or $\overrightarrow{AD}$ = $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DM}$ = $\overrightarrow{NB}$ ainsi

$\overrightarrow{AM}$ = $\overrightarrow{BC}$ +$\overrightarrow{NB}$

= $\overrightarrow{NB}$ +$\overrightarrow{BC}$

= $\overrightarrow{NC}$

Donc $\overrightarrow{AM}$=$\overrightarrow{NC}$

CHAPITRE 9 : LES NOMBRE REELS

Exercice 4

Développons les expressions suivantes :

$\frac{3}{4}(8a - 4b) = 6a - 3b$

$24\left(\frac{2x}{9} - \frac{7y}{12}\right) = \frac{16x}{3} - 14y$

$-5(2a + 3) = -10a - 15$

$-3(2a - 4{,}2) = -6a^2 + 12{,}6a$

$(2a + 3b)(a - 2b) = 2a^2 - 6b^2 - ab$

Exercice 5

Développons les expressions suivantes :

$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

Exercice 7

Factorisation

A = $a(3{,}7 - 2{,}4)$

B= $a(1 - 7a^2$

C= $18(2a - 3b + 5c)$

D = $ba\left(\frac{2}{3}b - \frac{1}{4}a\right)$

E = $2x^2 y^2 (3x^2 - y)$

Exercice 10

Encadrement

$-4 < -3{,}15 < -3$; $-1 < -\frac{4}{7} < 0$

$31 < 31{,}95 < 32$; $-5 < -\frac{37}{8} < -4$; $6 < \frac{81}{13} < 7$

Exercice 13

1) Trouvons un encadrement de l' aire de la chambre

On a : $3m < l < 4m$

$10m \times 3m < L.l < 10m \times 4m$

$30m^2 < A < 40m^2$

2) Le nouvel encadrement de cette aire

On a: $3m < l < 4m$

$3m + 3m < l_1 < 4m + 3m$

$6m < l_1 < 7m$

$10m \times 6m < L.l_1 < 10m \times 7m$

$60m^2 < A' < 70m^2$

Exercice 16

Complétons le tableau par vrai ou faux

5∈ A	-3∉ A	10∈ A	0∈ A	7,5 ∈A	2 ∉A	18∈ A	20∉ A	8 ∉ A
Faux	Vrai	Vrai	Faux	Faux	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai

Exercice 19

$3^2 = 9$
$2^3 = 8$
$(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 729$
$(-5)^2 = (5)^2 = 25$
$0^{15} = 0$
$(-1)^{18} = ((-1)^2)^9 = 1^9 = 1$
$(-1)^{13} = -1$
$(-18)^3 = -(18)^3 = -5\,832$
$1^{13} = 1$
$4^{-2} = (4^2)^{-1} = 16^{-1} = 0{,}0625$
$2^{-5} = (2^5)^{-1} = 32^{-1} = 0{,}03125$
$(0{,}1)^{-1} = (10^{-1})^{-1} = 10^{-1 \times -1} = 10^1 = 10$
$9^0 = 1$

Exercice 20

$7^5 \times 7^{-3} = 7^{5-3} = 7^2 = 49$
$9^2 \times 9 = 9^{2+1} = 9^3$
$10^6 \times 10^7 = 10^{6+7} = 10^{13}$
$2^{-4} \times 2^{-1} = 2^{-4-1} = 2^{-5}$
$5^8 \times 5^{-10} = 5^{8-10} = 5^{-2}$

Exercice 21

21 720 000 est un entier, et 2 172 est aussi un entier. En revanche 217,2 n'est pas un entier.
$21\,720\,000 \times 10^n$ est un entier, pour $n > -5$. (n différent de -5)

Exercice 22

3^7 est un nombre positif.
$(-3)^{17}$ est un nombre négatif car 17 est un nombre impair.
$(-3)^{12}$ est un nombre positif car 12 est un nombre pair.
-3^9 est un nombre négatif et on peut remarquer que le signe moins n'est pas élevé à la puissance 9.
-3^{12} est un nombre négatif car le signe moins n'est pas élevé à la puissance 12.

Exercice 23

$3^{25} = 3^8 \times 3^{17}$
$(2{,}5)^4 \times (2{,}5)^3 = (2{,}5)^7$

Exercice 24

► $a \times b \times c = 1$
$a \times b \times c \times a^2 = 1 \times a^2$
$a^3 \times b \times c = a^2$
► $a \times b \times c = 1$
$(a \times b \times c)^2 = 1^2$
$a^2 \times b^2 \times c^2 = 1$
$a^2 \times b^2 \times b \times c^2 = 1 \times b$
$a^2 \times b^3 \times c^2 = b$
► $a \times b \times c = 1$
$(a \times b \times c)^3 = 1^3$
$a^3 \times b^3 \times c^3 = 1$

$a^3 \times b^3 \times c^3 \times c = 1 \times c$

$a^3 \times b^3 \times c^4 = c$

CHAPITRE 10 :STATISTIQUE

Exercice 1

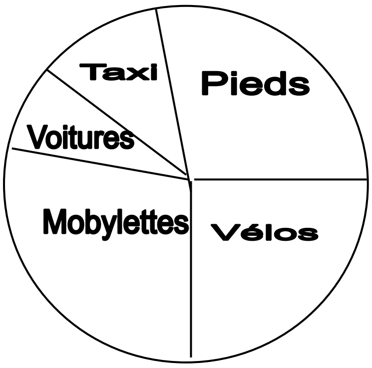
1) 45 Communications
2) 73 Communications
3) 13 communications

Exercice 2

1) la population étudiée est l'ensemble des 120 élèves du lycée, le caractère étudié est le moyen de transport utilisé par les élèves pour se rendre à l'école.
2) complétons le tableau.

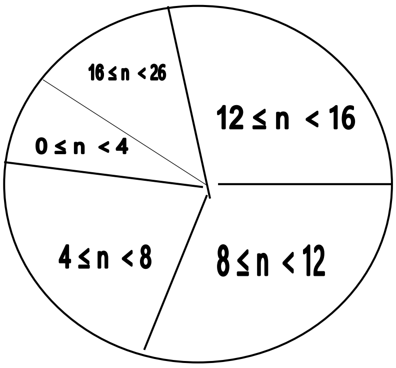
	Pieds	Vélos	Mobylettes	Taxi	Voitures
Effectifs	30	36	48	4	2
Fréquence en%	25	30	40	3 ,33	1,66

3) Diagramme circulaire



Exercice 10

1) La population étudiée est les élèves , le caractère étudié est les notes obtenues au devoir de mathématiques, l'effectif de la population est 80.
2) Diagramme circulaire.



CHAPITRE11 : APPLICATIONS

Exercice 4

Degré de chaque application polynôme

1) Le degré de f est 3
2) Le degré de g est 5

Exercice 5

Réduisons et ordonnons les polynômes suivant les puissances croissantes de x.

$A(x)=34x^2+33x^3-14x^7$

$B(x)= 12- 3x+3x^3+9x^4-2x^5$

C (x)= $-\frac{31}{6}+\frac{14x}{3}+2x^5$

D(x)=$2x+x^2-x^3+2x^4-5x^5$

Exercice 7

f (-2) = - 17

f $(-\frac{3}{2})$= - $\frac{55}{4}$

f (- $\frac{1}{3}$) = - $\frac{73}{9}$

f (0) = - 7

f(2) = - 5 ; f ($\frac{1}{2}$) = - $\frac{23}{4}$

Exercice 10

1) calculs

F (-1)=1 ; f(0)=0 ; f(1)=1

2) Valeurs possibles de x

a) x = 2 ou x = - 2
b) Pas de valeurs possibles de x car la valeur absolue d'un nombre est toujours positive.
c) x = 0

CHAPITRE 12 : DÉVELOPPEMENT - FACTORISATION – IDENTITÉS REMARQUABLES

Exercice 2

L'aire de la couronne est $\pi(R^2-r^2)$

Exercice3

Le périmètre est π(x+y) et l'aire est $\frac{1}{4}\pi$ x y

Exercice 14

1) développons réduisons et ordonnons A.

A = $2X^2$+7x-15

1) Factorisons B

B = (2x-3) (7x+6) + $2x^2$+7x-15

= (2x – 3) (7x + 6) +A

= (2x – 3) (7 x + 6) + (x + 5) (2 x -3)

B = (2 x – 3) (8 x + 11)

2) Calculs de B

Pour x = - 1; B = -15

Pour x = $\frac{3}{2}$; B= 0

Exercice 15

A = 6x

B = 4,8y

C = 3a + 1,8b

Exercice 16

D = 2x + 16 - x - 6 = x + 10 ;

E = 5x - 5 + 3x + 3 = 8x - 2 ;

F = x - 4x + 12 + 3x - 6 = 6.

Exercice 17

Réduisons déjà les expressions de A et de B puis ensuite, nous ferons l'application numérique :

$A = 5x - 5y + 5x + 5y = 10x$.

D'où : $A = 10 \times (-1) = -10$.

$B = 12x - 6y - 12x + 15y = 9y$.

D'où : $B= 9 \times 1/9 = 1$.

Exercice 18

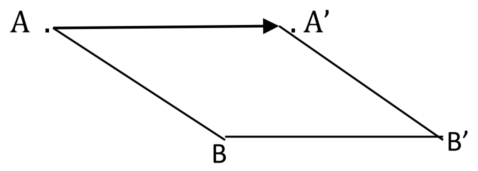
a) $4(x + y)$	b) $6(a + b)$	c) $3(4x + y)$	d) $7(x - y)$
e) $5(a + b - c)$	f) $4(4x - y)$	g) $x(y + 3)$	h) $a(b + 2)$
i) $y(2x + 1)$	j) $y(x - 5)$	k) $b(a - 6)$	l) $a(1 - 7b)$
m) $5x(a + 2)$	n) $4x(2n - 1)$	o) $6x(2 + 3b)$	p) $y^2(25y - 1)$
q) $7t(2 + 5t)$	r) $6x(4x^2 + 2x - 1)$		

Exercice 19

1. Calculons l'aire du carré de côté a : $2^2 = 4$ cm².
Calculons l'aire du rectangle : $4\times3 = 12$ cm².
Donc, l'aire bleue vaut: $4 + 12 = 16$ cm².
Calculons à présent l'aire du carré de côté a+2: $4^2 = 16$ cm².
Armelle a donc raison.
2. Pour un a quelconque:
L'aire du carré de côté a vaut : a^2 cm².
L'aire du rectangle vaut: $4\times(a + 1) = 4a + 4$ cm².
Donc, la somme des aires du carré de côté a et du rectangle vaut: $a^2 + 4a + 4$ cm².
L'aire du carré de côté a+2 vaut: $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$ cm².
La remarque d'Armelle est donc toujours vraie quelque soit la valeur de a.

CHAPITRE 13: TRANSLATION

Exercice 5



Le segment [A'B'] est l'image du segment [AB] car l'image d'un segment par une translation est un segment de même longueur.

CHAPITRE 15 : SECTIONS DE SOLIDES PAR UN PLAN

Exercice 1

Le volume total du cône

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 37{,}68\ m^3$

2) le volume du produit P1

$V_1 = 1{,}39 m^3$

Le volume du produit P2

$V_2 = 36{,}29 m^3$

Exercice 2

a) Volume du parallélépipède rectangle :

$V_1 = 1 \times 1{,}20 \times 0{,}80$

$V_1 = 0{,}96\ m^3$

b) Volume du prisme droit :

$V_2 = (1 \times 0{,}30 / 2) \times 1{,}20$

$V_2 = 0{,}15 \times 1{,}20$

$V_2 = 0{,}18\ m^3$

c) Volume de la maison :

$V_{maison} = V_1 + V_2$

$V_{maison} = 1{,}14\ m^3$

CHAPITRE 16 : EQUATION ET INEQUATIONS

Exercice 1

Le nombre est 6

Exercice 2

a) Ces entiers sont 31 ; 32 ; et 33

b) Démonstration

Soit n le plus petit des trois entiers consécutifs, n+1 l'entier intermédiaire et (n+1) +1 le plus grand.

La somme de ces trois entiers est n+n+1(n+1) +1 =3n+3=3(n+1)

Cette somme est un multiple de 3 elle est donc divisible par 3.

c) On n'aurait pas d'entiers naturels vérifiant cette condition.

Exercice 3

Il faut ajouter 5 cm.

Exercice 4

La longueur du rectangle doit être égale à 10,5cm.

Exercice 5

Ces deux frères avaient chacun 180 F.

Exercice 6

Soit x le nombre de garçons dans l'école.

Comme il y a quatre fois plus de filles que de garçons, il y a 4x filles dans l'école.

Au total, il y a 550 élèves dans l'école, d'où l'équation : 4x + x = 550

5x = 550

x = 550/5

x = 110

Il y a donc, dans cette école, 110 garçons, et 440 filles

Exercice 7

Soit x la première note de Béatrice.
Comme entre les deux notes, elle a progressé de quatre points, sa deuxième note est x + 4.
La moyenne de ces deux notes est : $\frac{x+(x+4)}{2}$
Or, nous savons que cette moyenne vaut 13. Nous pouvons donc écrire l'équation suivante:
$\frac{x+(x+4)}{2} = 13$
En multipliant cette égalité par 2, on obtient:
x + (x + 4) = 26
Donc : 2x = 26 - 4
Donc : 2x = 22
Donc : x = 11
Nous pouvons donc conclure :
Les deux notes de Béatrice sont : 11 et 11 + 4 = 15.
Nous pouvons vérifier que ces deux notes nous donnent bien une moyenne de 13 :
(11 + 15)/2 = 26/2 = 13.
Notre résultat est donc correct.

RECUEIL DE SUJETS DE DEVOIR

DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUES

EXERCICE N°1. (11pts)

1 – Ecrire sous la forme d'une puissance de 10.

A = 0,0001 ; B = $\frac{0,0001}{0,1}$; C = $\frac{0,01}{10^{-3}}$; D = $\frac{10^3}{0,01}$

2 – Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

A = 56 000 000 ; B = 157,38 ; C = 37,502 ; D = 1008,35

3 – Calculer et donner le résultat sous la forme de $a.10^P$ avec $A \in$ IZ et $P \in$ IZ.

a = $(45 \times 10^6) \times (2.10^{-6}$

b = 0,000 036 0,05 x 40 000 000

c = $42.10^{-3} - 58.10^{-2} + 7.10^{-1}$

EXERCICE N°2. (6pts)

1 – Calculer les expressions suivantes :

A = $\dfrac{1+\dfrac{1}{3}}{1-\dfrac{1}{3}}$ B = $\dfrac{1+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{4}}{\dfrac{5}{12}}$

2 – Trouver x dans les cas suivants :

a- $\dfrac{x}{3}=\dfrac{5}{e}$ b- $\dfrac{10}{7}=\dfrac{4}{x}$

EXERCICE N°3. (3pts)

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a = $\dfrac{63}{40}x\dfrac{25}{54}$; b = $\dfrac{2}{7}+\dfrac{6}{5}$; c = $\dfrac{-2}{45}x\dfrac{15}{28}$

DEVOIR N°2 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

1°/ Calculer : A = (-47 x 10^{-4}) x (15 x 10^{-3})

B = (11 x 10^{5}) x (-11 x 10^{-5})

C = (17 x 10^{8}) x (-7 x 10^{-9})

2°/ Calculer et donner le résultat sous la forme a.10^{P}
a et P étant des entiers relatifs.

D = 17 x 10^{-3} – 10 x 10^{-3}

E = -13 x 10^{4} + 13 x 10^{4}

F = 25 x 10^{-4} – 2 x 10^{-5} – 0,5 x 10^{-6}

Exercice 2.

1°/ Simplifier :

G = $\dfrac{522}{-2610}$, H = $\dfrac{2424}{24}$, I = $\dfrac{-21x3x11}{-2x11x9x7}$

2°/ Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible (simplifiée)

J = - $\dfrac{75}{-50}$ + $\dfrac{-49}{98}$, K = $\dfrac{60}{15}$ + $\dfrac{-125}{25}$ + $\dfrac{-32}{-8}$

Exercice 3.

1°/ Compléter les rectangles vides par une des propriétés suivantes :

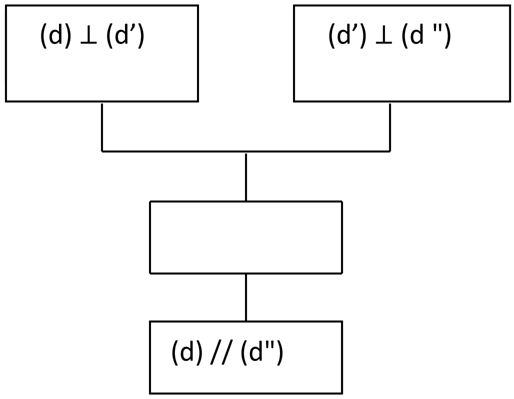
P_1 = si (d) // (D) et (D) // (Δ) alors (d) // (Δ)

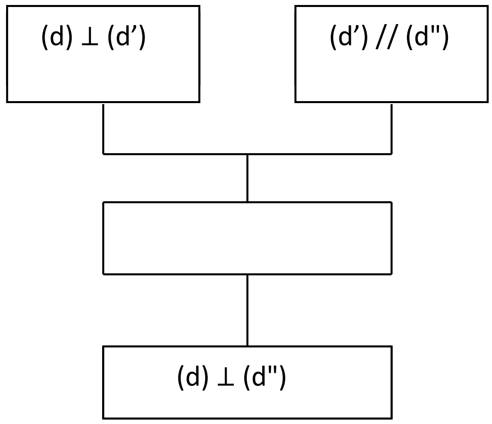
P_2 = si (d) coupe (D) et (D) // (Δ) alors (d) coupe (Δ)

P_3 = Axiome d'Euclide

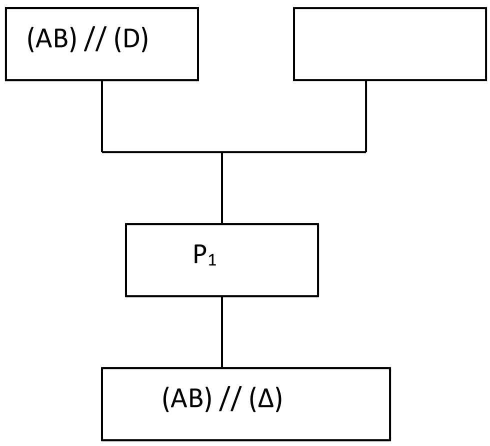
P_4 = si (d) // (D) et (Δ) ⊥ (d) alors (Δ) ⊥ (D)

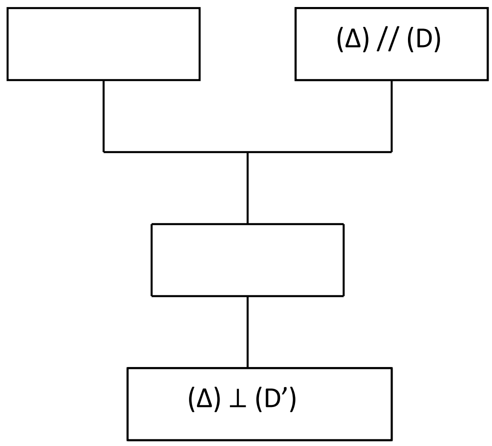
P_5 = si (d) ⊥ (D) et (D) ⊥ (Δ) alors (d) // (Δ).





2°/ Compléter les parties effacées des déductogrammes ci-dessous sachant que P1 et P4 sont les propriétés de la question 1°).





DEVOIR N°3 DE MATHEMATIQUES

Exercice I. (6 points)

1) Ecrire sous forme $a.10^P$ les expressions

A = 5 800 000 B = -0,000016

2) Calculer, en utilisant les puissances de 10

$C = 12.10^2 \times 5.10^5$ $D = -16.10^6 \times 22.10^{-4}$

$E = 45.10^{-3} - 30.10^{-3}$ $F = 318.10^{-2} + 25.10^{-1}$

Exercice II. (5 points). Trouver la valeur de x

1°) $x + 7 = 22$ 2°) $x - 10 = 3$ 3°) $10^{-5}.x = 10^{-3}.10^5$

4°) $10^{-7}.(10^2)^3.x = 10^{-4}$ 5°) $x + 8.10^{-2} = 85.10^{-3}$

Exercice III. (4 points)

Compléter les phrases puis faire une figure dans chaque cas.

1) si (d) // (D) et (D) $\perp$ (Δ) alors ……………………….

2) si……………. et (D_2) // (D_3) alors (D_1) // (D_3)

Exercice IV. (5 points)

1) Tracer deux droites parallèles (D_1) et (D_2) sans suivre les lignes de la feuille.

2) Tracer ensuite une droite (D_3) sécante à (D_1).
Que peut-on dire des droites (D_2) et (D_3) ? Justifier.

3) Sur la même figure, tracer une droite $(D_4) \perp (D_2)$.
Que peut-on dire des droites (D_4) et (D_1) ? Justifier.

DEVOIR N°4 DE MATHEMATIQUES

I – Activités numériques

Exercice 1 : (6 pts)

1 – Simplifier :

$A = \frac{124}{66}$; $B = \frac{11x4x15}{44x33x5}$; $C = \frac{23}{2323}$

2 – Trouver x dans les cas suivants :

$\frac{30}{18} = \frac{x}{15}$; $\frac{2}{x} = \frac{3}{6}$; $\frac{x}{-27} = \frac{3}{x}$

Exercice 2. (4 pts)
Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{3}{4}} \qquad B = \frac{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$$

$$C = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \qquad D = \frac{1}{1-\frac{1}{3-\frac{3}{2}}}$$

II – Activités géométriques

Exercice 1. (6 pts)

On donne sur une droite graduée (D) les points A(-2) ; B(3) C(-5) et D(5).

1) Tracer (Δ) puis placer les points A, B, C et D.

2) Calculer les distances AB ; AD ; BC et DC

3) Soit I le milieu de [AB] et J milieu de [CD]

a) Calculer x_I et x_J.

b) Placer les points I et J sur la droite (Δ).

Exercice 2 : (4 pts)

On donne sur un axe les points A, B et M tel que M est le milieu de [AB].

1) Trouver x_B sachant que $x_A = 12$ et $x_M = -6$

2) Trouver x_A sachant que $x_B = \frac{3}{2}$ et $x_M = -\frac{1}{2}$

3) Trouver x sachant que $x_A = x-2$; $x_M = \frac{3}{2}$ et $x_B = 2x + 6$.

DEVOIR N°5 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

Tracer une droite (D) sans suivre les lignes de la feuille.

Tracer une droite (D_1) perpendiculaire à (D) ;

Tracer une droite (D_2) perpendiculaire à (D_1) puis une droite (d) perpendiculaire à (D_2). Les droites (D), (D_1) ; (D_2) et (d) étant toutes distinctes, démontrer que (d) est perpendiculaire à (D).

Exercice 2.

Compléter par $\perp$ ou //

a) (d_1) // (d_2) et (D) // (d_2) avec (D) …………….. (d_1)

b) (d_1) $\perp$ (d_2) et (D) // (d_2) donc (D) …………… (d_1)

c) (d_1) // (d_2) et (D) $\perp$ (d_1) donc (D) …………….. (d_2)

d) (d_1) $\perp$ (d_2) et (D) $\perp$ (d_2) donc (D) ……………… (d_2)

Exercice 3.

1) Sur une droite graduée (unité de longueur : 1 cm), placer les points suivants : A(4) ; O(0) ; B(-2) ; C($\frac{9}{2}$) et D (- $\frac{7}{2}$)
2) Calculer les distances suivantes : OB ; AC ; DC.
3) Calculer l'abscisse du point E milieu de [CD]

Exercice 4.

Recopier et compléter chaque phrase par le mot « opposé » ou « inverse ».

a) les nombres $\frac{-5}{47}$ et $\frac{-47}{5}$ sont………………..

b) les nombres $\frac{-11}{15}$ et $\frac{11}{15}$ sont………………..

c) les nombres –7 et $\frac{-1}{7}$ sont…………………..

DEVOIR N°6 DE MATHEMATIQUES

Exercice I. (6 points)

Calculer puis simplifier

A = $\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$ B = $\frac{7}{9} \times \frac{9}{14}$ C = $\frac{5-9+10}{3+6-18}$ D = $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{14}{6}}$

E = $\frac{\frac{-81}{12}}{9}$ F = $\frac{-212}{\frac{11}{-7}}$ G = $\frac{15}{-56} \times \frac{3}{40} \times \frac{-56}{6} \times \frac{40}{15}$

Exercice III. (4 points)

Calculer puis simplifier

A = $(\frac{-1}{2})^5 \times (\frac{-1}{2})^{-3}$ B = $(\frac{2}{-5})^{-3}$ C = $\frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}$

Exercice III. (6 points)

1°/ Tracer une droite graduée (unité 1 cm) puis placer les points A, B, C et D tels que $x_A = +2$, $x_B = -3$; $x_C = -5$ et $x_D = \frac{+9}{2}$.

2°/ Calculer les distances AB ; AC ; BD et CA.

3°/ Soit I le milieu de [BD]. Calculer x_I.

Exercice IV. (4 points)

Calculer sans faire une figure !
On donne sur un axe les points A(-23) , B(x) et M(13).
1°/ Déterminer x pour que M soit le milieu de [AB]
2°/ Déterminer x pour que A soit le milieu de [BM]

DEVOIR N°7 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

Simplifier et donner le résultat.

$$A = \frac{25(6\times10^{-1})^2}{15\times(5\times10^{-1})^3} \qquad B = \frac{\left(\frac{3}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}}{\frac{9}{4}}$$

Exercice 2.

1 – Donner la forme fractionnaire des nombres suivants.
A = 2,$\underline{65}$; B = -1,$\underline{257}$ et C = 2,9$\underline{54}$
2 – On donne les nombres rationnels suivants
x = 3,714 et f = 1,84
Donner un encadrement d'ordre 2 de leur somme et de leur produit.

Exercice 3.

1/ Donner un encadrement de –x dans les cas suivants.
$-3 \leq x < 0$ et $-3,1 \leq x \leq 2$
2/ Donner l'approximation décimale par excès d'ordre 4 des nombres suivants.
-12,72 ; $\frac{36}{7}$; $\frac{22}{7}$

Exercice 4.

1/ Dans un repère (O I J) d'axes perpendiculaires, placer les points A(-3 ; -1) ; B(2, -3) C(5 ; 1)
a) Calculer les coordonnées du point M milieu de [AC]
b) D est un point tel que [AC] et [BD] aient le même milieu M.
Calculer les coordonnées de D et placer D sur la figure.
c) En déduire la nature de ABCD
2/ Soit N milieu de [AB]
a) Calculer les coordonnées de N.

b) Donner la nature de MNBC.

DEVOIR N°8 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$A = \left(\frac{11}{20}\right) \times (-4)$

$C = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{5}}}$

$B = \frac{\frac{5}{3} - \frac{1}{4} + 2}{4}$

$D = \left(\frac{-3}{2}\right)^{-3}$

$E = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{-4}{15}\right)^2 \times 5^3}$

$F = \frac{1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}$

Exercice 2.

Soit le point O milieu du segment [EF].

1) On donne $x_E = 5$ et $x_O = 7$, calculer x_F
2) On donne $x_F = -4$ et $x_O = 2$, calculer x_E.

Exercice 3.

1) Construire un parallélogramme ABCD tel que AB = 7 cm et AD = 4 cm.
2) Soit M le milieu de [AB], tracer la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe [AC] en K.
3) Montrer que K est le milieu de [AC].
4) Tracer la parallèle à (DC) passant par K. Elle coupe [AD] en F. Montrer que F est le milieu de [AD]
5) En déduire que les droites (MF) et (BD) sont parallèles.

DEVOIR N°9 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

1°/ Trouver l'écriture décimale illimitée périodique de $\frac{19}{7}$ et $-\frac{27}{7}$.

2°/ Donner un encadrement avec les approximations décimales d'ordre 2 de $\frac{19}{7}$ et $-\frac{27}{7}$.

3°/ Trouver une écriture sous forme de fraction de $2,\underline{257}...$ et de $-132,3...$

Exercice 2.

1°/ Calculer $A = 3^4 \times 3^{-7}$

$B = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

$C = (-13)^{-3} \times (-13)^{-4}$

2°/ Calculer $D = \frac{8^{-5}}{8^{--4}}$ $F = \frac{3^2 \times 7^2}{7^{-3} \times 3^{-3}}$ $E = \frac{15^3}{5^4}$

Exercice 3.

ABC est un triangle.

D est le milieu de [BC]

M est le milieu de (AD)

E et F sont les projetés de D et C sur (AB) parallèlement à (CM).

a) Faire la figure
b) En utilisant le triangle BFC, démontrer que E est le milieu de [BF]
c) En utilisant le triangle ADE, démontrer que F est le milieu de [AE].
d) En déduire que BE = EF = FA.

DEVOIR N°10 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

1) Dans un plan muni d'un repère (O, I, J), placer les points suivants :

   A(4 ; -2) ; B(0 ; 2) ; C(2 ; 4) et D(6 ; 0).

2) a- Calculer les coordonnées du point E milieu du segment [AC].

   b- Calculer les coordonnées du point F milieu du segment [BD].

   c- Que remarque-t-on ?

3) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 2.

1) Donner une approximation décimale d'ordre 3 par défaut de :

   a = $\frac{27}{7}$; b = $\frac{18}{11}$

2) Encadrer les nombres suivants par des approximations décimales d'ordre 2 :

   c = 6,4219 et e = -74,140.

Exercice 3.

Trouver une écriture fractionnaire des nombres rationnels suivants :

m = $-0,\underline{4205}$.... ; n = $25,11\underline{62}$....

DEVOIR N°11 DE MATHEMATIQUES

I – Activités numériques

Exercice 1 : (4 pts)

1 – Développer et simplifier les expressions suivantes :

A = 5 (2x + 3y) + 4 (3x - 2y)

B = 3 (a + b – 5) –2 (-3a – 2a – 8)

2 – Factoriser

C = 12a + 9b – 6c

$D = 15 - 10b - 3a + 2ab$

Exercice 2. (5 pts)

a) Un nombre Z vérifie : $2,23 < Z < 2,24$

Donner un encadrement à 10^{-2} près de $2Z + 1$; $-3Z - 1$; $\frac{2Z-3}{2}$;

b) x et y sont deux nombres réels tel que $x \leq y$.

Démontrer que : $2x + 3 \leq 2y + 3$

$7 - 5x \geq 7 - 5y$

II – Activités géométriques

Exercice 1. (5 pts)

Construire un parallélogramme ABCD puis les points K tel que C soit le milieu de [DK] ; H tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CH}$; J tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HJ}$.

1) Démontrer que DBKH est un parallélogramme.
2) Démontrer que $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{HJ}$.

Exercice 2. (6 pts)

Construire un pentagone régulier ABCDE inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

a) Quel est l'angle au centre
b) Quel est l'angle du polygone
c) La figure admet-elle combine d'axes de symétries ? Tracer les en couleur.
d) Calculer le périmètre du pentagone.

DEVOIR N°12 DE MATHEMATIQUES

Exercice I. (4 points)

Calculer

$A = 4^5 \times 4^{-3}$ $B = (-9)^{-2} \times (-9)^{-1}$ $C = \frac{11^{-5}}{11^{-6}}$

$D = (\frac{3}{2})^5 \times (\frac{3}{2})^{-7}$

Exercice II . (6 points)

1) Donner l'écriture fractionnaire des nombres.

$A = 2,\underline{27}$ $B = 64,\underline{583}$ $C = -12,\underline{38}$

2) On donne $5 < x < 10$.
   Déterminer un encadrement de $x - 5$; $-4x$ et $\frac{2x-8}{4}$

Exercice III. (4 points)

1) Tracer un triangle quelconque ABC puis placer le point I milieu de [BC].
2) Tracer une droite (D) à l'extérieur du triangle puis construire les projetés respectifs E, F, G des points B, I, C sur (D) parallèlement à (AB)
3) Que peut-on dire de F pour le segment [EG] ? Justifier.

Exercice IV. (6 points)

1) Tracer un repère (O, I, J) du plan.
2) Placer les points A(-2 ; 1) B(3 ; 3) C(2 ; -1) D(-3 ; -3) dans ce repère.
3) Tracer le quadrilatère ABCD en reliant les points A, B, C et D précédemment placés.
4) Quelle est sa nature ? Justifier.

DEVOIR N°13 DE MATHEMATIQUES

Exercice n°1

1/ Développer : $A = (3a + 4b)(2a-b)$
$B = (c - 2d)(2c - 3 + a)$

2/ Factoriser : $C = ax^3 + bx^2$
$D = 9x^6 + 12x^3$
$E = ac + ad + bc + bd$

Exercice 2.

a, b, c et d sont quatre nombres tels que $a \leq b$ et $c \leq d$
Démontrer que $a + c \leq b + d$
En déduire que $7a + 2 \leq 7b + 3$

Exercice 3.

A, B, C, D, E, F sont six points tels que :
D est milieu [AB] ; E milieu [AC] ; (DE) et (BC) sont parallèles ; E est milieu de [DF]
1/ Faire la figure
2/ Démontrer que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{BC}$

DEVOIR N°14 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

Un enquêteur interroge des commerçants du marché de Kaya sur la distance qu'ils ont parcouru pour venir dans ce marché. Voici leurs réponses en Km :

1 ; 3 ; 0 ; 1 ; 5 ; 5 ; 2 ; 3 ;

4 ; 2 ; 2 ; 2 ; 5 ; 0 ; 1 ; 1 ;

4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 2 ; 2 ; 1 ; 3 ;

5 ; 2 ; 4 ; 4 ; 2 ; 4 ; 4 ; 4

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est l'effectif de cette population ?
3) Quel est le caractère étudié.
4) – Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?
5) – Compléter le tableau suivant :

Distance parcourue	0	1	2	3	4	5
Nombre de commerçants						
Fréquence						
Angle						

Exercice 2.

Réduire les sommes suivantes en utilisant la relation de chasles.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{HG}$

Exercice 3.

Citer deux nombres réels non rationnels.

DEVOIR N°15 DE MATHEMATIQUES

Exercice I. (4 points)

Construire un pentagone régulier.

Exercice II. (6 points)

1) Tracer un triangle quelconque ABC puis construire les points E et F tels que :
$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$

2) Simplifier les écritures vectorielles
$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
$\vec{v} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{NO}$
$\vec{w} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{IH}$

Exercice III. (4 points)

Développer, réduire et ordonner les polynômes.

A = (x + 3) (x – 5) B = (3x – 6) (2x + 1)
C = (2x – 1) (5x – 4) D = $(3x – 4)^2$

Exercice IV. (6 points)

Factoriser les polynômes

A = 5(x – 3) – 2 (x – 3) D = 25 + 20x + $4x^2$
B = (2x + 1) (x - 3) + (4x – 8) (2x + 1) E = $9x^2$ - 12x + 4
C = x^2 - 16 F = $4x^2$ - 9

DEVOIR N°16 DE MATHEMATIQUES

Activités Numériques

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$A = \dfrac{\frac{1}{3}+\frac{4}{5}}{2+\frac{9}{7}}$; $B = \dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{4}}}$; $C = (4 - \frac{3}{4})(\frac{5}{3} - \frac{1}{8} - \frac{5}{6})$

D = $(2 + \frac{1}{5})(\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + 3 - \frac{19}{8})$; E = $\frac{5x(-6)}{7x(-15)}$ F = $\frac{5}{21} + \frac{4}{3} - \frac{9}{7}$;

G = $\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{9}{20}}$; H = $\frac{-3}{5} + \frac{7}{15}$

Exercice 2.

Calculer les puissances ci-dessous en donnant le résultat sous forme de fraction.

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$; $\left(\frac{-7}{4}\right)^{-3}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; $\left(\frac{9}{7}\right)^{-1}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$; $\left(\frac{11}{4}\right)^2$;

$\left(\frac{\frac{1}{7}}{2}\right)^2$; $\left(\frac{\frac{1}{7}}{2}\right)^{-2}$

…/…

Activités Géométriques

Exercice 1.

Sur un axe (droite graduée) placer les points A, B, C, D d'abscisses respectives (-2) ; 4 ; 6 ; (-4)

1) Calculer les distances AB, AC, BD, CD
2) Calculer les abscisses de I milieu de [AD] ; J milieu de [CB] ; M milieu de [AC] ; N milieu de [CD].

Exercice 2.

Soient A, B et I trois points d'un axe tels que I est le milieu de [AB].

Calculer l'abscisse de A ou B dans les cas suivants :

1) I (0) ; B (-7)

2) I (-3) ; A (-5,5)

3) I $(\frac{5}{4})$; B (3)

4) I $(\frac{9}{4})$; A $(-\frac{3}{2})$