Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : PROBATOIRE BLANC
Série : C/E Session : MAI 2023
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 6

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

L'espace $\mathscr{E}$ est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les points $A(3,1,-1)$ et $B(1,2,0)$; le plan (P) d'équation cartésienne $x+y-2z-6=0$; (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que $x^2+y^2+z^2-2x-4y-1=0$ et (Q) le plan tangent à (S) au point A.

1. Détermine les coordonnées du point B' projeté orthogonal du point B sur le plan (P). **0,75pt**
2. Détermine la nature et les éléments géométriques de (S). **0,5pt**
3. Montre que $(P)\cap(S)$ est un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre et le rayon. **0,5pt**
4. **(a)** Ecris une équation cartésienne du plan (Q). **0,5pt**
   (b) Vérifie que les plans (P) et (Q) sont sécants. **0,25pt**
   (c) Donne une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$, intersection de (P) et (Q). **0,5pt**
5. On définit dans le plan vectoriel E de base $\mathscr{B}=\left(\vec{j},\vec{k}\right)$ l'endomorphisme f par :
   $f\left(\vec{j}\right)=\vec{j}-2\vec{k}$ et $f\left(\vec{k}\right)=-2\vec{j}+4\vec{k}$.
   (a) Donne la matrice de f, puis justifie que f n'est pas un automorphisme. **0,5pt**
   (b) Détermine le noyau $\ker f$ et l'image $\operatorname{Im} f$ de f ; donne une base de chacun d'eux. **1pt**
   (c) Démontre que tout élément de E s'écrit de manière unique comme somme d'un élément de $\ker f$ et d'un élément de $\operatorname{Im} f$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3,5 points)

I) ABC est un triangle équilatéral de centre de gravité O et de sens direct. On désigne par I le milieu du segment $[AC]$ et J le milieu du segment $[BI]$. (Δ) est la droite parallèle à (AC) passant par J.

1. Fais une figure. **0,5pt**
2. **(a)** Caractérise la transformation $S_{(\Delta)}\circ S_{(AC)}$. **0,5pt**
   (b) Montre que $t_{\overrightarrow{AB}}=t_{\overrightarrow{AI}}\circ S_{(\Delta)}\circ S_{(AC)}$. **0,5pt**

II) On considère la suite (W_n) définie par $W_{n+1}=b(c)^n+bn+a$ où (a,b,c) est le triplet $(1,2,4)$. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose $U_n=b(c)^n$ et $V_n=bn+a$.

1. Montre que (U_n) est une suite géométrique et (V_n) une suite arithmétique. **1pt**
2. Montre que pour tout $n\in\mathbb{N}, W_{n+1}=2^{2n+1}+2n+1$. **0,25pt**
3. Exprime $S_n=W_0+W_1+W_2+\cdots+W_n$ en fonction de n. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (3 points)

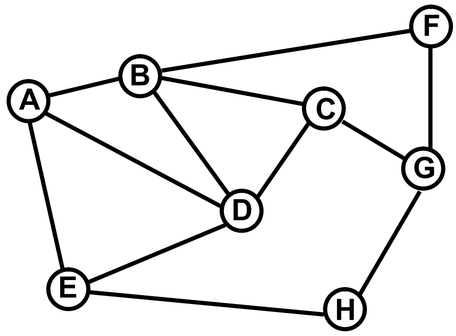
Soit les fonctions f et g définies respectivement par $f(x)=x^3$ et $g(x)=x^3-3x^2+3x+1$.
($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}'$) leurs courbes représentatives respectives dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

http://sujetexa.com

1. Montre que ($\mathscr{C}$') est l'image de ($\mathscr{C}$) par la translation de vecteur $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$. **0,5pt**
2. **(a)** Ecris une équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$') au point O. **0,5pt**

   (b) Détermine la position de ($\mathscr{C}$') par rapport à (T). **0,75pt**
3. Construis soigneusement (T), ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}$'). **1,25pt**

EXERCICE 4 : (3,5 points)



I) Une compagnie aérienne utilise huit aéroports que l'on nomme A,B,C,D,E,F,G et H. Entre certains de ces aéroports, la compagnie propose des vols dans les deux sens. Cette situation est représentée par le graphe $\mathscr{G}$ ci-contre :

1. Le graphe $\mathscr{G}$ est-il complet ? Justifie. **0,5pt**
2. Donne l'ordre du graphe $\mathscr{G}$ puis le degré de chacun des sommets. *(On présentera le résultat sous forme d'un tableau)*. **1pt**
3. Détermine le nombre minimal de vols qu'un voyageur doit prendre pour aller de B à H. **0,5pt**

II) Soit θ un nombre réel.

1. Démontre que $\cos^4\theta+\sin^4\theta=\frac{1}{2}\left(1+\cos^2 2\theta\right)$. **0,5pt**
2. Résous dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $(E):\cos^4\theta+\sin^4\theta=\frac{5}{8}$. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

M. BELL a travaillé pendant 30 ans comme agent de liaison dans une entreprise des biens et services de la ville d'Edéa. Il raconte avec beaucoup d'ironie que son premier salaire mensuel était insignifiant et qu'il a fini par l'appeler S_0. Dans les accords que M. BELL a eus avec son patron, il devait obtenir une augmentation fixe sur son salaire mensuel chaque année. Dans ses souvenirs, M. BELL sait que son salaire à la dixième année était de 53.000 FCFA et avant son départ à la retraite, le comptable de l'entreprise lui a présenté le cumul de tous ses salaires pendant les trente années, soit un montant total de $23.040.000$ FCFA.

Une fois la retraite actée, M. BELL a reçu une prime de bonne séparation d'un montant de $1,5$ millions de FCFA qu'il a immédiatement placé dans une banque à un taux annuel connu de tous les épargnants. Après 2 ans, M. BELL sait qu'il a un capital de $1.749.600$ FCFA dans cette banque.

Afin de regagner son domicile personnel qu'il vient de construire, M. BELL loue un camion à 8.000 FCFA par heure (camion et chauffeur compris) et recrute un certain nombre de manœuvres qu'il paie à 2.000 FCFA chacun par heure pendant toute la durée de son déménagement. Un seul manœuvre mettrait $2h$ pour les opérations de charge et de décharge ; le camion chargé met $2h$ pour rejoindre le domicile de M. BELL.

<u>Tâches</u> :

1. Détermine le montant de l'épargne de M. BELL après la première année. **1,5pt**
2. Détermine le montant du premier salaire de M. BELL. **1,5pt**
3. Détermine la dépense minimale que fera M. BELL pour aménager dans son domicile. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt

http://sujetexa.com