

PROBATOIRE BLANC N°2 SESSION 2023**PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14, 5pts]****EXERCICE 1 QCM. Choisir la bonne réponse (0,5 + 0,75 + 0,25 + 0,5) pts**

1- W_n est une suite géométrique de raison $\frac{-1}{2}$ et de 1 ^{er} terme $\frac{1}{2}$. $S_n = \sum_{k=0}^n W_k$ est :	a) $\frac{1}{3}(1 - (\frac{1}{2})^n)$	b) $\frac{1}{3}(1 - (-1)^n)(\frac{1}{2})$	c) $\frac{1}{3}(1 - (-1)^{n+1})(\frac{1}{2})^{n+1}$
2- pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{1 + \sin(4x)}$ est égale à	a) $ \cos(2x) - \sin(2x) $	b) $ \sin(2x) + \cos(2x) $	c) $ \sin(2x) - \cos(2x) $
3- Combien de codes possibles peut-on former comportant 3 chiffres consécutifs et 2 lettres distincts ou non à partir de {0, 2, 3, 5, P, R, O, B, A, }.	a) $C_4^3 \times A_4^2$	b) $4^2 \times A_4^3$	c) $C_4^2 \times 4^3$
4- $\forall x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \sqrt{4x^4 + 12x^2 + 9}$ est égale à	a) $2x + 3$	b) $ 2x^2 + 3 $	c) $ x \sqrt{4x^2 - 12 + \frac{9}{x^2}}$

EXERCICE 2 [5pts]

Le plan vectoriel euclidien E est rapporté à une base orthonormée $(\vec{i}; \vec{j})$. On désigne par f l'endomorphisme de E qui a tout vecteur

$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe les vecteurs $f(\vec{u}) = [(\sqrt{2}\cos\theta - 1)x + y\cos\theta]\vec{i} + [2x\sin\theta + (\sqrt{2}\cos\theta + 1)]\vec{j}$. $\theta \in \mathbb{R}$.

- Déterminer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$. Puis déduire la matrice de f dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. [0, 75pt]
- a. pour quelles valeurs de θ , f n'est pas isomorphisme . [0, 75pt]
b. représenter les valeurs de θ ainsi trouver sur le cercle trigonométrique. [0, 25pt]
- on suppose que $\theta = \pi/4$. Pour $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$, donner l'expression de $f(\vec{u})$. [0, 5pt]
- Pour tout réel λ , on associe le sous-ensemble F_λ de E tels que $F_\lambda = \{\vec{u} \in E; f(\vec{u}) = \lambda\vec{u}\}$.
a- Montrer qu'un vecteur $\vec{u} \in F_\lambda$ si et seulement si son couple de coordonnées $(x; y)$ est solution du système

$$\begin{cases} -\lambda x + \frac{\sqrt{2}}{2}y = 0 \\ \sqrt{2}x + (2 - \lambda)y = 0 \end{cases}$$
 [0, 5pt]
b- Déterminer λ pour qu'il existe au moins un vecteur non nul appartenant à F_λ [0, 5pt]
- On désigne par F l'ensemble des vecteurs $A\vec{u}$ de E tels que $f(\vec{u}) = (1 - \sqrt{2})\vec{u}$ et par G l'ensemble des vecteurs $\vec{v}$ tels que $f(\vec{v}) = (1 + \sqrt{2})\vec{v}$.
a- Montrer que F et G sont deux droites vectorielles de respectivement par les vecteurs

$$\vec{a} = -(1 + \sqrt{2})\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} \text{ et } \vec{b} = -(1 - \sqrt{2})\vec{i} - \sqrt{2}\vec{j}.$$
 [1pt]
b- Soient les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} + (\sqrt{2} - 2)\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})\vec{i} + \vec{j}$
i- Montrer que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base puis Montrer que $\vec{e}_1 \in F$ et que $\vec{e}_2 \in G$. [1pt]
ii- Déduire la matrice de f dans la base $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ [0, 25pt]

EXERCICE 2. [3pts]

CIEL est un car de centre Ω et de sens direct $CI = 4\text{cm}$. $\text{mes}(\widehat{CE}, \widehat{CI}) = -\pi/4$.

- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques $g = S_{(IL)} \circ S_{(CE)}$. [0, 75pt]
- Soit r la rotation qui transforme L en E et I en C , déterminer son centre et son angle. [0, 5pt]
- Soit h l'ensemble des points M du plan tels que $h(M') = M$: $4\vec{M'}\vec{\Omega} = 2\vec{MC} - \vec{IM} + 2\vec{EM} - \vec{LM}$.
a- Montrer que h est une homothétie dont on déterminera son centre et son rapport. [0, 5pt]
b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f = r \circ h$. [0, 75pt]
c- Déterminer et construire J et L l'image respective de C et I par f . [0, 5pt]

EXERCICE 5. [5, 5pts]

I- Soit (ψ) l'ensemble des points M du plan définie par : $(\psi): 25x^2 + 25y^2 - 64 = 0$.

1- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (ψ) . [0, 5pt]

II- On considère la fonction numérique de variable réelles x définis par $f(x) = \frac{x^2+4}{-4x}$ et (C_f) sa courbe représentative

1- Déterminer le domaine de définition de f . et Calculer les limites de f aux bornes de D_f . [1pt]

2- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f . [1pt]

3- Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = \frac{-x}{4}$ est une asymptote oblique. [0, 5pt]

4- Étudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (Δ) . [0, 5pt]

5- a) Déterminer l'équation (Δ') de la tangente à (C_f) au point $x_0 = 1$ et montrer qu'elle est aussi tangente à (φ) . [0, 5pt]

b) Existe il des points de (C_f) où la tangente à (C_f) est parallèle à (D) ? Justifier votre réponse. [0, 5pt]

6-a) Soit fonction h définie par : $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = f(|x|)$ tracer dans le même repère la courbe (C_f) , (ψ) et (C_h) dans le même repère [0, 5pt]

b) Déterminer suivant les valeurs du paramètre m le nombre et le signe de l'équation $(E): x^2 + 4mx + 4 = 0$ [0, 5pt]

PARTIE B : ÉVALUATIONS DES COMPETENCES : [4, 5pts]

Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion de statistique, d'introduction à la théorie de graphes pour résoudre le problème courant.

Mr. Maxwell et Mr. Kaka sont chargés d'enregistrer les dossiers des élèves candidats à l'examen du probatoire. Ils ont alors classé les données (tailles)

Taille (Cm)	[145; 155[	[155; 165[	[165; 175[	[175 ; 185[
Effectifs(n_i)	50	100	75	25

des candidats inscrits dans le tableau ci – contre :

Mr. Maxwell est chargé de poser les photos sur les dossiers. Mr. Kaka quant à lui est chargé de mettre les cachets sur les dossiers. Incapacité de faire ce travail en une seule journée, ils décident donc que, pour le premier jour :

- Mr. Maxwell va poser les photos sur les dossiers de tous les candidats qui ont une taille supérieure à la taille moyenne.

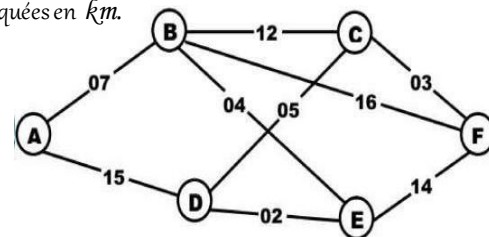
- Mr. Dairou va mettre cachets sur les dossiers de tous les candidats qui ont une taille supérieure à 151cm et

inférieure à 172cm. Une fois que les dossiers sont prêts, Mr. Dairou est chargé de les acheminer à Garoua pour être

timbrer. Il part donc à 8h30 du lycée bilingue de Ngong (situé au point A du graphe ci – contre), pour se rendre à

GAROUA (point F). Il emprunte une moto qui se déplace à la vitesse de 60km/h. Il espère arriver à la Garoua avant

10h30. NB : Sur le graphe ci-dessous, les distances entre deux points quelconques sont indiquées en km.



Tache 1. Combien de dossiers seront traités par Mr. Maxwell le premier jour ? 1pt

Tache 2. Combien de dossiers seront traités par Mr. Kaka le premier jour ? 1,5pt

Tache 3. Après avoir déterminé les différents trajets que peut emprunter Mr. Dairou, préciser lui le trajet le plus rapide pour arriver à l'heure à Garoua (en précisant sa durée en minute). 2pts

« Quand vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen »