PARTIE A : (10 points)

1. **(a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2+x-2=0$. **1,25pt**
   (b) En déduire la résolution de l'équation $e^{2x}+e^x-2=0$. **1,25pt**
2. **(a)** Déterminer le couple (x,y) de réels tels que $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ x-2y=3 \end{cases}$ **1,25pt**
   (b) En déduire le couple (x,y) de réels tels que $\begin{cases} 2\ln x+3\ln y=-1 \\ \ln x-2\ln y=3 \end{cases}$ **1,25pt**
3. Un sac contient une boule verte, trois boules rouges et deux boules jaunes, toutes indiscernables au toucher. On y tire simultanément 2 boules au hasard. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   (a) A : « une des deux boule est verte ». **1pt**
   (b) B : « les deux boules sont de couleurs distinctes ». **1pt**
   (c) C : « au moins une des deux boules est jaune ». **1pt**
4. Pour lutter contre la **COVID-19** et prévenir les coupures d'eau, un chef d'établissement a installé une citerne dans le campus. La citerne est remplie à 7 heures. Chaque heure, après $7h$, 200 litres d'eau sont retirés de la citerne pour ravitailler les seaux robinets installés devant chaque classe.
   On désigne par U_0 le volume en litres de la citerne et par U_n le volume d'eau dans la citerne n heures après $7h$.
   (a) En prenant $U_0=2000$, calculer U_1 et U_2. **0,5pt**
   (b) Montrer que $U_{n+1}=U_n-200$. **0,5pt**
   (c) En déduire la nature de la suite (U_n), puis prouver que $U_n=U_0-200n$. **0,5pt**
   (d) Sachant que le volume de la citerne est 2000 litres, à quelle heure cette citerne sera vide ? **0,5pt**

PARTIE B : (10 points)

On considère la fonction numérique d'une variable réelle f définie par $f(x)=\dfrac{-x^2-2x+7}{2x+2}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé, unité graphique $1cm$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D de f. **0,5pt**
2. Déterminer les réels a,b et c tels que pour tout x de D, $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$. **1pt**
3. Déterminer les limites de f en $-\infty, +\infty, -1^+$ et -1^-. **2pts**
4. En déduire que la droite (L) d'équation $y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) et donner la deuxième asymptote à (C). **1,5pt**
5. Montrer que pour tout x de D, $f'(x)=\dfrac{-\left((x+1)^2+8\right)}{2(x+1)^2}$. **1pt**
6. Donner le sens des variations de f et dresser son tableau de variations. **1pt**
7. Construire soigneusement (C) et (L). **2pts**
8. Montrer que la fonction F définie par $F(x)=-\dfrac{(x-1)^2}{4}+4\ln(x+1)+\dfrac{1}{4}$ est la primitive de la fonction f sur $]-1;+\infty[$ qui s'annule en 0. **1pt**