

EXERCICE 1 : (5 points)

Soit le polynôme P défini par $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$.

1. Vérifier que 1 est une racine de P . 0,5pt
2. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $2x^2 - 5x - 3 = 0$. 1pt
3. Déterminer toutes les solutions de l'équation $P(x) = 0$. 1,5pt
4. (a) Développer et réduire l'expression $(x-1)(x-3)(2x+1)$. 0,5pt
(b) En déduire les solutions de l'équation $2e^x + 2e^{-x} + 3e^{-2x} = 7$. 1,5pt

EXERCICE 2 : (6 points)

Une boîte contient dix boutons, tous indiscernables au toucher dont n (où n est un entier naturel non nul) étant de couleur verte et le reste, de couleur bleue. Une couturière choisit au hasard et de manière simultanée deux boutons parmi les dix.

1. Montrer que le nombre de possibilités d'avoir deux boutons de couleurs différentes est $P(n) = -n^2 + 10n$. 1pt
2. Déterminer alors n pour que $P(n)$ soit égal à 16. 1pt
Dans toute la suite, on prendra $n = 6$.
3. Calculer la probabilité de tirer deux boutons de même couleur. 1pt
4. Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de boutons de couleur verte choisis.
 - 4.1 Donner les différentes valeurs possibles de X . 0,75pt
 - 4.2 Donner la loi de probabilité de X . 1,5pt
 - 4.3 Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X . 0,75pt

PROBLEME : (9 points)

f est la fonction définie par $f(x) = \ln(x+e) + 2$, (C) la courbe de f dans un plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Donner sous forme d'intervalle, l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Calculer les limites de f en $+\infty$, et à droite en $-e$. 1pt
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes du repère. 1pt
4. Déterminer le sens des variations de f . 0,5pt
5. Dresser le tableau des variations de f . 1pt
6. Donner les coordonnées du vecteur de translation qui transforme la courbe de \ln en (C) . 1pt
7. Construire dans un même repère la courbe de \ln et (C) . 2pts
8. Soit F la fonction définie pour tout réel $x > -e$ par $F(x) = (x+e)\ln(x+e) + x$.
 - (a) Calculer $F'(x)$. 1pt
 - (b) Soit G la primitive de f , qui prend la valeur 3 en 0.
Déterminer $G(x)$ pour tout réel $x > -e$. 1pt