MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EXAMINATEUR : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2022-2023
SERIE : "C"
DURÉE : 8H00-11H00
COEF : 6
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PROBATOIRE BLANC N°3 SESSION DE MAI 2023

PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOUR12CES 15,5pts

EXERCICE 1. 3,5pts

On se propose de résoudre l'équation $x^3+3px+q=0$ $(p\,;q)\in \mathrm{IR}$ $tel\ que$ $4p^3+q^2\leq 0.$

1- Soit $\omega \in IR^*$ *Démontrer que les système suvants sont équivalents* $(S_1):\begin{cases} x=\omega\cos(\varphi)\\ x^3+3px+q=0\end{cases}$

$$(S_2):\begin{cases} x=\omega\cos(\varphi)\\ cos^3(\varphi)+\frac{3p}{\omega^2}cos(\varphi)+\frac{q}{\omega^3}=0\end{cases}.$$ 0,25pt

2- a) Démontrer que $\cos(3\varphi)=4cos^3(\varphi)-3\cos(\varphi)$. 0,5pt

b) En posant $\omega=2\sqrt{-p}$, démontrerque $\cos^3(\varphi)+\frac{3p}{\omega^2}\cos(\varphi)+\frac{q}{\omega^3}=0$ peut s'écrire $\cos(3\varphi)=\frac{q}{2p\sqrt{-p}}$

c) Démontrer que si $4p^3+q^3\leq 0$, *on a* $-1\leq\frac{q}{2p\sqrt{-p}}\leq 1.$ 0.25pt

3- Soit $a\in \mathrm{IR}_+$ *vérifiant* $\cos(a)=\frac{q}{2p\sqrt{-p}}$

a- Résoudre l'équation d'inconnu φ $\cos(3\varphi)=cos(a)$ [*on exprimera les solutions en fonction de* a] 0,25pt

b- Déduire trois solutions de l'équation $x^3+3px+q=0$. 0,25pt

4- Application : soit l'équation $(E):x^3+3x^2-6x+1=0$ en posant $X=x+c$

a- Montrer que **(E)** peut s'écrire sous la forme $X^3+3pX+q$. **Ou p** et **q** *son des nombre réels à déterminer* 1pt

EXERCICE 2 : 3pts

Soit **x** un nombre réelle, on donne $A(x)=cos^4(x)+\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{2\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{3\pi}{4}\right).$

1- **Montre que** $\cos^4(x)+\sin^4(x)=1-\frac{1}{2}\sin^2(2x).$ 0,5pt

2- **Déduire que** $\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1-\frac{1}{2}\cos^2(2x).$ 0,5pt

3- Montrer que $A(x)={}^3/_2.$ 0,5pt

4- Soit Equation $(\mathbf{E_{31}}):A(x)=\frac{3}{2}(cos(2x)+sin(2x)).$ 0,5pt

a- Montrer que $(\mathbf{E_{31}})$ est équivalente à l'équation $(E_{23}):\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1.$ 0,5pt

b- Résoudre $(\mathbf{E_{31}})$ dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$. 1pt

EXERCICE 3 : 5pts

On considère la fonction numérique de variable réelles x définis par $f(x)=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x-2}\right)$ et (C_f) sa courbe représentative

1- **D**éterminer le domaine de définitions *de* f et Calculer les limites de f aux bornes de Df. 1,25pt

2- Déduire les équations des asymptotes. 0,75pt

3- **C**alculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f. 1pt

4- Tracer soigneusement la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes 1pt

a- Déterminer suivant les valeurs du paramètre m le nombre et le signe de l'équation
$(E):mx^2-4m+6=0$, *dans l'intervalle* $[-1\,;\,1]$ 0,75pt

b- Déduire dans $]-\pi\,;\pi]$ **la** solution de l'équation $(E_{32}):msin^2(x)-4m+6=0.$ 0,5pt

EXERCICE 4 : 3,5pts

L'espace $\mathcal{E}$ est muni du repère orthonormée$(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$

On donne $\overrightarrow{OA}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k}$; $\overrightarrow{OB}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}+2\vec{k}$; $3\vec{e}_1=\sqrt{3}(\vec{\imath}-\vec{\jmath}+\vec{k})$; $2\vec{e}_2-\sqrt{2}(\vec{\imath}-\vec{k})=0$; $2\vec{e}_3=\sqrt{2}(\vec{\imath}+\vec{\jmath}).$

(Π) *le plan affine de repère* $(A;\ \vec{e}_2;\ \vec{e}_3)$ *et* (D) *la droite de repère* $(B;\ \vec{e}_1).$

1- Démontrer que (Π) est orthogonal a (P), *et determiner les coordonnées leur point d'intersection.* 1pt

2- (Q) *est un plan d'équation* $2x+2y+2z+12\sqrt{3}-12=0$ **et** (S) *l'ensemble des points* M *de l'espace tels que :* $2DM^2 - 3KM^2 = 66$ *avec* $K(1;\ -1;\ 1)$ *et* $D(-2;\ 0;\ -1)$.

- **a-** Préciser la nature et les éléments caractéristiques de **(S).** 0,5pt
- **b-** Démontrer que **(Q) et (S)** sont tangentes en un point **T** dont on déterminera ses coordonnées. 1pt

3- **On** désigne par $\mathcal{W}$ l'ensemble des vecteurs de l'espace $\mathcal{E}$ muni de la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$.

Soit $(F) = \{\vec{u}(x;y;z) \in \mathcal{W}/x - 2y - z = 0\}$.

- **a)** Montrer que *(F)* est un sous espace vectoriel réel de $\mathcal{W}$. 0,5pt
- **b)** Déterminer la base et la dimension **de (F).** 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES : 4,5pts

_***Maxwell ; Kaka et Dairou*** sont trois agriculteurs qui disposent chacun un terrain dans lequel ils font les cultures. ***Maxwell*** a un terrain de forme rectangulaire $ABCD$ de ***50m*** *sur* ***30m,*** ce terrain il fait la culture du soja sur une parcelle triangulaire ECF et **la** culture de la tomate sur la parcelle quadrilatère de superficie ***900m²*** ***(Voir figure 1).***
Kaka quant a lui il a un terrain de forme circulaire de diamètre $PS = 10dam$, sur ce terrain il fait la culture du riz de diamètre $PQ=10t$ *décamètres* et de la culture de blé sur la parcelle circulaire de diamètre QS ***(voir fig 2),*** **et** la superficie de la partie non cultivée du terrain de ***Kaka*** est égale à la moitié de la superficie du cercle de diamètre PS.
Et ***Dairou*** a un terrain carré $IJKL$ de côté ***80m,*** sur ce terrain il fait la culture de plantain sur la parcelle **carré IMNO,** la culture de manioc sur la parcelle triangulaire JON et la culture de cacao sur la partie Trapézoïdale $KLMN$ ***(voir fig 3).*** Les parcelles de manioc de cacao ont une superficie de ***2700m².***
Chacun de ses agriculteurs décident de déficher une partie de leur parcelle réservée a la culture. Pour cela ils contactent le même défricheur ***Karmassou*** et celui-ci demande **500FCFA/m²** .

Tâche 1 : combien ***Maxwell*** *doit payer* ***Karmassou*** *pour défricher l'espace réservée pour la culture de* ***plantain*** *?*

Tâche 2 : combien ***Kaka*** *doit payer* ***Karmassou*** *pour défricher l'espace réservée pour la culture de* ***soja*** *?*

Tâche 3 *: combien* ***Dairou*** *doit payer* ***Karmassou*** *pour défricher l'espace réservée pour la culture de* ***riz*** *?*

Présentation : 0,5pt

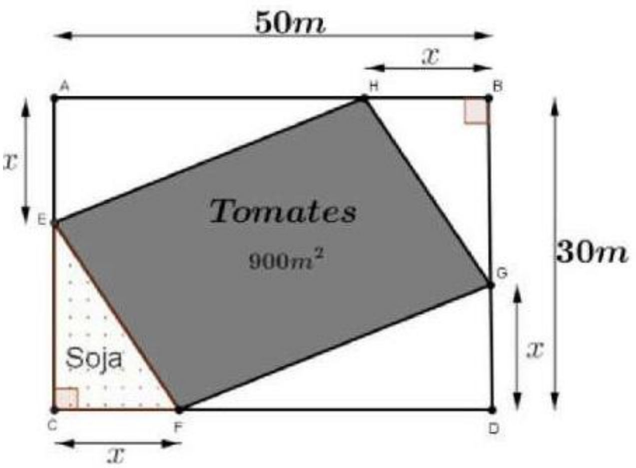

Figure 1 : Terrain de Tamo

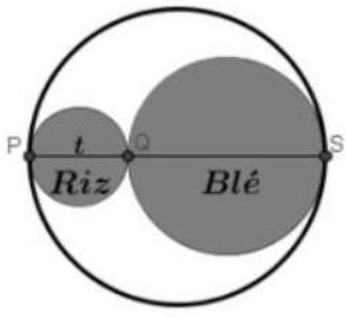

Figure 2 : Terrain

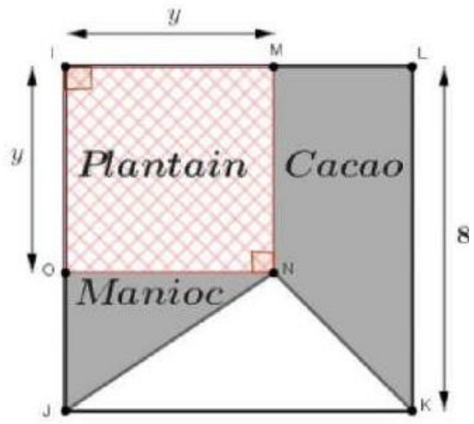

Figure 3

« Quand vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendants l'examen »