Ministère des enseignements secondaires
Office du baccalauréat du Cameroun

Session : Mars 2023
Examen : Baccalauréat
Série : D
Durée : 04 heures

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties obligatoires et est notée sur 40 points. Soignez votre rédaction

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES *30 points*

EXERCICE 1 : *8 points*

KAMGA joue à un jeu de deux parties dans lequel la probabilité de gagner la première partie est la même que la probabilité de gagner la deuxième partie. En revanche, si **KAMGA** gagne la première partie ; la probabilité qu'il gagne la deuxième partie est de 0,7. S'il perd la première partie, la probabilité de perdre la deuxième partie est de 0,9. On considère les événements A : « **KAMGA** gagne la première partie » et B : « **KAMGA** gagne la deuxième partie »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilité. **2 pts**

2. Calculer $p(A \cap B)$, la probabilité de gagner la première et la deuxième partie. **1 pt**

3. Montrer que $p(B)$ =0,4. **1 pt**

4. Sachant que **KAMGA** a gagné la deuxième partie, quelle est la probabilité qu'il ait gagné la première partie ? **1 pt**

5. Soit X la variable aléatoire qui associe le nombre de parties gagnées par **KAMGA** dans ce jeu.

a. Déterminer la loi de probabilité de X. **2 pts**

b. Vérifier que l'espérance mathématique de X est de 0,9. **1 pt**

EXERCICE 2 : *11 points*

I. 1. Trouver trois nombres complexes z_1, z_2 et z_3 tels que $\begin{cases} z_1 + z_2 = -3 + i \\ i\,\overline{z_2} = 1 - 2i \\ z_2 \times z_3 = -1 + 2i \end{cases}$ **3 pts**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne les points $A(1+2i)$, $B(-1+2i)$ et $C(1-i)$

a. Déterminer l'image A' du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. **1 pt**

b. Soit r la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Déterminer l'image du point C par r. **1 pt**

c. On considère la similitude s de centre A qui transforme B en C.

Déterminer le rapport et l'angle de s. **1 pt**

II. Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{(U_n)^2}{2U_n - 1}$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n > 1$. **1 pt**

2. On pose pour tout entier naturel n, $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n}$ et $W_n = \ln V_n$

a. Montrer que (W_n) est une suite géométrique de raison à déterminer. **1,5 pt**

b. Exprimer W_n, puis V_n et U_n en fonction de n. **1,5 pt**

c. Calculer $\lim_{n \to +\infty} U_n$. **1 pt**

EXERCICE 3 : 11 *points*

I. On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' + y = 0$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E). **1,5 pt**
2. En déduire la solution dans $\mathbb{R}$ dont la courbe passe par le point $A(0,1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses. **1,5 pt**

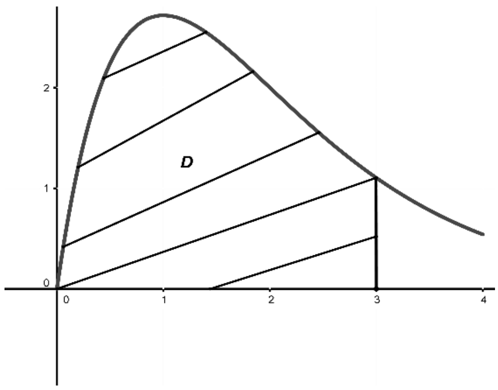
II. La fonction f est la fonction de la variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-x} & si\ x \leq 0 \\ f(x) = 1 - 2x + xln\,x & si\ x > 0 \end{cases}$

(C_f) désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan d'unité graphique 2cm.

1. Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. **1 pt**
2. Pour $x \leq 0$, déterminer le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses puis donner une équation de la tangente en ce point. **1 pt**
3. Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$. **2 pts**
4. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$. **1 pt**
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]6,7[$. **1 pt**
6. Soit $\lambda < 0$. Déterminer en fonction de λ l'aire de la portion du plan délimité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = 0$. **2 pts**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 10 points

Monsieur **GOUFAN** vient d'acquérir une parcelle de terrain pour ses activités agraires. Son ami SOM lui propose le terrain ci-contre (domaine D), délimité par une route dont une partie du tracé est représentée par la courbe de la fonction $f : \mapsto x\,e^{2-x}$; une route représentée par l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 3$. L'unité graphique 1cm pour 10 m sur les axes.



Par ailleurs, Monsieur **GOUFAN** a réservé un autre domaine pour la production de ses bananes. Le domaine bénéfique à la production des bananes est délimité par l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$. A et B étant deux points du plan complexe rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 10m et solutions de l'équation $z^2 - 2(1-i)\,z + 16 - 2i = 0$.

En outre, Monsieur **GOUFAN** a étudié la production en tonnes de sa plantation de bananes durant les six premiers mois, cela lui a permis d'obtenir le tableau suivant

Mois	1	2	3	4	5	6
Production en tonnes	12	13	15	19	21	22

Monsieur GOUFAN estime que si sa production atteint au moins les 30 tonnes alors il pourra considérer cette plantation comme un bon investissement.

1. Donner une estimation de l'aire de la parcelle du domaine D.

2. Donner une estimation de l'aire du domaine réservé à la production des bananes.

3. A partir de quelle année la production pourra être considérer comme un bon investissement ?