EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATION DES RESSOURCES : [15,5pts]

EXERCICE 1 : [05pts]

1- Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$: (E): $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; (I): $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ [1pt]

2-a- Calculer $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ [0,25pt]

b- Déterminer les racines du polynôme définie par : $p(x) = 4x^2 + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6}$ [0,75pt]

c- En déduire dans $[0 ; 2\pi]$ les solutions de l'équation (E) : $-4 \sin^2 x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cos x - \sqrt{6} + 4 = 0$ [1,5pts]

d- Placer sur le cercle trigonométrique les solutions de cette équation [0,75pt]

e- Calculer l'aire du polygone obtenu [0,75pt]

EXERCICE 2 : [02pts]

Trois élèves Danielle, Elda et Blanche sont appelés à effectuer un jeu qui consiste à tirer deux boules dans une urne qui contient 04 boules vertes, 04 boules rouges et 02 boules jaunes, toutes indiscernables au toucher.

- Danielle effectue un tirage simultané de 02 boules dans l'urne. elle gagne si elle tire au moins une boule verte.
- Elda effectue un tirage successif sans remise de 02 boules dans l'urne. Elle gagne si elle tire exactement deux boules de même couleur.
- Blanche effectue un tirage successif avec remise de 02 boules dans l'urne. elle gagne si elle tire des boules de couleurs différentes.

1- Déterminer le nombre de tirages possibles pour que Danielle gagne [0,75pt]

2- Déterminer le nombre de tirages possibles pour qu'Elda gagne [0,75pt]

3- Déterminer le nombre de tirages possibles pour que Blanche gagne [0,5pt]

EXERCICE 3 : [05pts]

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1}$. On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans un repère orthonormal (O, I, J) (unité graphique : 1cm).

1- Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition [1pt]

2-a- Déterminer la fonction dérivée f' de f . En déduire le sens de variation de f [0,75pt]

b- Dresser le tableau de variation de f [0,5pt]

3- Vérifier que pour tout réel x de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$. En déduire que la droite (D)

d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C_f) [0,75pt]

4- Etudier la position relative de (C_f) et (D) [0,5pt]

5- Montrer que le point $\Omega(\frac{1}{3})$ est centre de symétrie à (C_f) [0,5pt]

6- Construire (C_f) et (D) [1pt]

EXERCICE 4 : [03,5pts]

I- Soit l'équation (E) d'inconnue x définie : $x^2 + 2x + \cos\alpha = 0$ où le paramètre $\alpha \in]-\pi; \pi[$

1- Montrer que le discriminant de (E) est $\Delta = 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ [0,5pt]

2- Déterminer en fonction des valeurs de α les solutions dans $\mathbb{R}$ de (E) [1pt]

II- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère (C) l'ensemble des points

$$M(x; y) \text{ tels que : } \begin{cases} x = 3 - 10 \sin^2 \alpha \\ y = -2 + 10 \cos \alpha \sin \alpha \end{cases} (\alpha \in \mathbb{R})$$

1- Montrer que l'ensemble (C) des points de M vérifient le système : $\begin{cases} x = -2 + 5 \cos 2\alpha \\ y = -2 + 5 \sin 2\alpha \end{cases}$ [0,5pt]

2- Démontrer (C) est un cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon r [0,5pt]

3- Donner une équation cartésienne de (C) [0,25pt]

4- Vérifier que le point $A(3; -2)$ appartient à (C) , puis déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en A [0,75pt]

B-EVALUATION DES COMPETENCES : [04,5pts]

Les membres d'une coopérative agricole se sont réunis dans un Hôtel de la place pour voter le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'un espace piscicole et d'un parc. La réception de chaque membre à l'Hôtel a coûté 21800F (Nutrition, rafraichissement, transport...). L'espace piscicole est l'ensemble d'éliminé par les points M vérifiant la relation : $MA^2 + MB^2 = 1202$ avec $AB = 10m$. Le cout des travaux sera de 35500FCFA le m^2 . Le parc à aménager a la forme d'un triangle rectangle dont le coté le plus long mesure 65m et l'aire de ce parc est de 750 m^2 . La coopérative a pour projet de l'entourer avec deux rangés de fil barbelé tout en laissant une ouverture de 4m de long qui servira de portail. n mètre de fil barbelé se vend à 1450FCFA avec n le nombre verifiant $C_n^2 = 45$. Pour accroitre le patrimoine mobilier de la coopérative, elle décide l'achat de trois terrains 1, 2 et 3 qui coutent respectivement 123000F, 325000F et 136000F. Les membres de la coopérative sont repartis en trois groupes A, B et C. Le tableau ci-dessous indique ce que chaque membre du groupe doit contribuer pour ces achats.

	A	B	C
Terrain 1	9000F	12000F	21000F
Terrain 2	12000F	35000F	80000F
Terrain 3	7000F	13000F	31000F

TACHES :

1- Quel est le budget nécessaire pour l'aménagement de l'espace piscicole ? [1,5pts]

2- Quel est le budget nécessaire pour l'aménagement du parc ? [1,5pts]

3- Quel est le budget nécessaire pour la réception des membres de la coopérative à l'Hôtel ? [1,5pts]