MINESEC
LYCÉE BILINGUE DE SAKDJE
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EXAMINATEUR : DGOUMTSOP TINDO T.

ANNÉE SCOLAIRE : 2022-2023
Session intensive de mars
CLASSE : 1^{ere} C
DURÉE : 3h; COEF : 6

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties obligatoires réparties sur deux pages. La qualité et la clarté de la redaction seront prises en compte dans l'appreciation de la copie de l'élève.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES :[15 points]

Exercice 1(3 points).

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en C tel que $BC = 2$ et $AC = 3$; I est le barycentre du système $\{(A, 2); (B, 5); (C, -3)\}$; J est le point du plan tel que $\overrightarrow{BJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1. Montrer que le point J est un barycentre des points B et C affectés des coefficients que l'on déterminera. $[0,5pt]$
2. Démontrer que les points A , I et J sont alignés. $[0,5pt]$
   - **a.** Placer les points I et J. $[0,5pt]$
   - **b.** Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (C) des points M du plan tels que $MA^2 + MJ^2 = 35$. $[1pt]$
   - **c.** Construire (C). $[0,5pt]$

Exercice 2(4 points)

I.
1. Vérifier que $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$. $[0,25pt]$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (1 + \sqrt{3})x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. $[0,75pt]$
3. **a.** En déduire la résolution dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ de l'équation
   $(E) : 2cos^2x + (1 + \sqrt{3})cosx + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ $[1pt]$

   b. Représenter sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de (E). $[0,5pt]$

II. Dans un plan vectoriel E muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j})$; on considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$ et l'endomorphisme f de E tel que $f(\vec{u}) = 3\vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{v}) = \vec{i} + 5\vec{j}$.

1. Montrer que $(\vec{u}, \vec{v})$est une base de E. $[0,25pt]$
2. Déterminer la matrice A de f dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$. $[0,75pt]$
3. Montrer que f est bijectif. $[0,25pt]$
4. Déterminer la matrice A^{-1} de la bijection réciproque f^{-1} de f dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$. $[0,25pt]$

Exercice 3 (3 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle OPQ isocèle en O tel que $(\widehat{\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}}) = \frac{\pi}{4}$. Soit I le point tel que QOI soit un triangle rectangle isocèle avec $(\widehat{\overrightarrow{QO}, \overrightarrow{QI}}) = -\frac{\pi}{2}$.

1. Faire une figure en prenant $OP = 5cm$. $[0,5pt]$
2. On appelle r la rotation de centre O qui transforme P en Q et r' la rotation de centre Q, d'angle $-\frac{\pi}{2}$. On pose $g = r'or$.
   - **a.** Déterminer les images par g de O et P. $[1pt]$
   - **b.** Démontrer que g est une rotation dont on précisera l'angle et le centre. $[1pt]$

c. Placer le point N centre de la rotation g et donner en justifiant la nature du quadrilatère $OPNQ$. [$0,5pt$]

Exercice 4(5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$,l'unité sur les axes est le centimètre. Soient $A(0,6)$, $B(-2,-4)$ et $C(-3,-3)$ trois points du plan.

I. 1. Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 102$. [$0,5pt$]

2. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Γ). [$0,5pt$]

II. Soit la fonction h définie par $h(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ pour tout réel $x \neq -1$, ou a, b et c sont trois réels.

Déterminer les réels a, b et c pour que la courbe de h passe par les points A, B et admet au point C une tangente parallèle à l'axe des abscisses. [$0,75pt$]

III. Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x^2+3x+6}{x+1}$ et (C_g) sa courbe représentative.

1. a. Déterminer les limites de g en $-\infty$, $+\infty$, -1^- et -1^+. [$1pt$]

b. En déduire une équation de l'asymptote verticale à la courbe (C_g). [$0,25pt$]

2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C_g). [$0,25pt$]

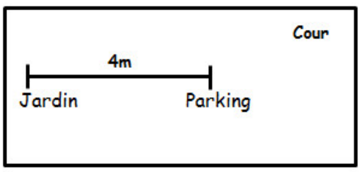
3. Etudier le sens de variation de la fonction g sur chacun des intervalles oú elle est définie. [$1pt$]

4. Construire la courbe (C_g) et la droite (D) dans le repère. [$0,75pt$]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : [5 points]

Monsieur Bouba désire aménager un point d'eau dans sa cour mais ses moyens sont limités. Pour cela il décide d'ouvrir un compte dans une microfinance où le taux d'intérêt annuel composé est de 5%. A l'ouverture du compte le 15 janvier 2010, il a versé une somme de 80000 frs. Le 16 janvier 2023, il a retiré tout son argent pour aménager ce point d'eau dans sa cour. Le point d'eau doit desservir le parking et le jardin distants de 4 mètres. Il souhaite que la distance qui sépare le point d'eau au parking soit 3 fois celle qui sépare le point d'eau au jardin.

Afin de pallier aux coupures d'eau, il a acheté un seau cylindrique dont la hauteur dépasse le rayon du disque de base de 10 cm. Ce sceau sera utilisé pour remplir une petite citerne cylindrique dont la hauteur et le rayon sont respectivement égaux à 8 fois et 9 fois le rayon du seau. Pour remplir cette citerne, il faut y verser exactement 216 seaux d'eau pleins.



Tâches :

1. Combien monsieur Bouba a retiré le 16 janvier 2023 pour ses travaux ? [$1,5pt$]
2. Aider le à déterminer et tracer les emplacements possibles du point d'eau ? [$1,5pt$]
3. Combien de litres d'eau de réserve dispose la famille de monsieur Bouba lorsque la citerne est remplie ? [$1,5pt$]

Présentation : [$0,5pt$]