

Par M. **NDIAPA EMMANUEL**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

*L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur deux pages !!!
La propreté et la clarté de votre copie est exigé...*

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)

Exercice 1 : (04 POINTS)

I. On considère dans \mathbb{R}^2 les vecteurs : $e_1 = (1 ; 2)$, $e_2 = (-2 ; 3)$ et $e_3 = (4 ; 1)$.
Soient $F = \{(x ; y) \in \mathbb{R}^2 / 2x + 3y = 0\}$ et $G = \{(x ; y) \in \mathbb{R}^2 / x + 3y - 2 = 0\}$ deux sous ensemble de \mathbb{R}^2 .

- 1°) a. Montrer que $\{e_1, e_2, e_3\}$ est une famille liée de \mathbb{R}^2 . 0.75Pt
1°) b. Montrer que $\{e_1, e_2\}$ est une famille libre et génératrice de \mathbb{R}^2 . 0.75Pt
1°) c. Que peut-on dire de la famille $\{e_1, e_2\}$? 0.25Pt
2°) a. G est-il un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 ? 0.5Pt
2°) b. Montrer que F est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 . 0.75Pt
II. A et B sont deux points distincts du plan. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $Mes(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$. 1Pt

Exercice 2 : (03 POINTS)

Au cours d'un championnat, une équipe de football joue 10 matches. Pour chacun de ces matches, l'équipe marque respectivement 3, 1 ou 0 point suivant le score du match.
On appelle << résultat >> à l'issue des 10 matches, tout 10-uplets d'éléments de l'ensemble $\{3, 1, 0\}$.

- 1°) Déterminer le nombre de résultats possibles. 0.5Pt
2°) Déterminer le nombre de résultats correspondant :
2°) a. à un total de 15 points. 0.5Pt
2°) b. à un total inférieur ou égal à 25 points. 1Pt
2°) c. à un total strictement supérieur à 3 points. 1Pt

Exercice 3 : (04 POINTS)

$ABCD$ est un carré de centre O et de côté 2cm . Soit $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, 2); (C, 3); (D, 7)\}$.

- 1°) a. Montrer que G appartient à la droite (BD) . 0.75Pt
1°) b. Montrer que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$. 0.5Pt
1°) c. Construire le point G . 0.25Pt
2°) On se propose de déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
 $3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$.
2°) a. Montrer que : $3AM^2 + 3CM^2 = 6OM^2 + 12$ et que : $2BM^2 + 2DM^2 = 4OM^2 + 8$. 1Pt
2°) b. Montrer que : $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow OM = \sqrt{2}$. 0.5Pt
2°) c. Montrer que le point A appartient à (Γ) et en déduire la nature exacte de (Γ) . 0.5Pt
2°) d. Construire soigneusement l'ensemble (Γ) . 0.5Pt

Exercice 4 : (04 POINTS)

Soit β un réel tel que $\tan\beta = \sqrt{2} - 1$.

1°) Calculer $\tan 2\beta$ et en déduire les valeurs exactes de β . 1Pt

2°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $\sqrt{2}\sin^2x + (2 - \sqrt{2})\cos^2x = 2\sin x \cos x$. 1Pt

3°) Placer sur le cercle trigonométrique, les points images des quatre solutions comprises dans l'intervalle $]-\pi ; \pi[$ (unité 3cm). 0.75Pt

4°) Quelle est la nature du quadrilatère obtenu ? 0.25Pt

5°) Montrer que l'aire de ce quadrilatère est : $\mathcal{A} = 9(\sqrt{2 - \sqrt{2}}) \text{ cm}^2$. 1Pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05 POINTS)

Situation

Pour déménager, une agence de location de véhicules propose trois types de camions à Nyangono. Pour tous ces trois camions :

- Nyangono loue chaque camion à 8 000 FCFA par heure (camion et chauffeur compris) pendant toute la durée du déménagement.
- Nyangono recrute un certain nombre de manœuvres qu'il paie à 2 000 FCFA chacun et par heure pendant toute la durée du déménagement.
- La durée des opérations de charge et décharge (avant et après le voyage) est inversement proportionnelle au nombre de manœuvres recrutés.
- Un seul manœuvre mettrait 2 heures pour les opérations de charge et décharge.

Le premier camion chargé met deux heures pour rejoindre le domicile de Nyangono ; le deuxième camion chargé met une demi-heure pour rejoindre le domicile de Nyangono et le chauffeur participe aux opérations de charges et décharge pour augmenter ses revenus. Le troisième camion chargé met deux heures pour rejoindre le domicile de Nyangono et Nyangono participe aux opérations de charges et décharges en vue de réduire ses dépenses.

Tâches :

1°) Déterminer le nombre de manœuvres pour lequel la dépense est minimale lorsque Nyangono choisit le premier camion. 1.5Pt

2°) Déterminer le nombre de manœuvres pour lequel la dépense est minimale lorsque Nyangono choisit le deuxième camion. 1.5Pt

3°) Déterminer le nombre de manœuvres pour lequel la dépense est minimale lorsque Nyangono choisit le troisième camion. 1.5Pt

Présentation générale de la copie du candidat : 0.5Pt