DIOCESE DE BAFOUSSAM **ANNEE SCOLAIRE 2022/2023**

SECRETARIAT A L'EDUCATION **CLASSE : PC** **EVALUATION N°2**

COLLEGE SAINT JEAN BAPTISTE DE BANGANGTE **DUREE : 3 H** **COEF : 6**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : Évaluation des ressources

EXERCICE 01: (03,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On considère les fonctions f, g et k définies sur IR par $f(x)=\frac{2x}{x+1}$, $g(x)=x^2-5$ et $k(x)=f\circ g(x)$.

1- a) Montrer que la fonction f est bijective de $IR-\{-1\}$ vers $IR-\{2\}$. 0,75 pt

b) Définir la bijection réciproque f^{-1} de f. 0,25 pt

2- a) Déterminer l'ensemble de définition D_K de la fonction K. 0,5 pt

b) pour tout $x\in D_K$, démontrer que $k(x)=\frac{2x^2-10}{x^2-4}$ et étudier sa parité. 0,75 pt

3- Déterminer les réels α et β tels que $\forall x\neq -1$ $f(x)=\alpha+\frac{\beta}{x+1}$. 0,25 pt

4- Montrer que le point $\Omega(-1;2)$ est centre de symétrie de la courbe de f. 0,5 pt

5- Soit (H) l'hyperbole définie par $h(x)=-\frac{2}{x}$. Montrer que $f(x)=h(x+1)+2$ et déduire que la courbe (C_f) se déduit de l'hyperbole (H) par une transformation simple à déterminer. 0,5 pt

EXERCICE 02 : (05 points)

A- ABC est un triangle rectangle isocèle en A et direct. On désigne par I et J les milieux respectifs de [BC] et [AB]. On désigne également par r et r' les rotations de centres respectifs I et A, d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(IA)}oS_{(AB)}$. 0,5 pt

2- Déterminer la droite (Δ) tel que $r=S_{(\Delta)}oS_{(IA)}$. 0,5 pt

3- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f=ror'$. 0,5 pt

4- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $g=t_{\overline{AB}}oS_{(AC)}$. 0,5 pt

5- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $k=r'oh_{\left(A;\frac{1}{3}\right)}$. 0,5 pt

B- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. Soit (Δ) la droite d'équation $x-2y+1=0$ et le vecteur $\overline{u}(2;-1)$.

1. Déterminer l'expression analytique de la translation $t_{\overline{u}}$. 0,5 pt
2. On désigne par h l'homothétie de centre $A(1;2)$ et de rapport 2. Déterminer l'expression analytique de h. 0,5 pt

3. Montrer que l'expression analytique de $g = hot$ est $\begin{cases} x' = 2x+3 \\ y' = 2y-4 \end{cases}$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de g. 1 pt
4. Déterminer un équation cartésienne de la droite (Δ'), image de (Δ) par g. 0,5 pt

EXERCICE 03: (07 points)

On considère la fonction h définie par $h(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$ et $\mathcal{C}_h$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant $(S)\begin{cases} 4x+2y+z=-1 \\ 9x+3y+z=1 \\ -y-z=2 \end{cases}$. 1pt
2. On suppose que $\mathcal{C}_h$ passe par les points $A(2,-1)$ et $B\left(3,\frac{1}{2}\right)$ et admet en A une tangente de coefficient directeur 2.
   a- Montrer que le triplet (a,b,c) vérifie le système (S) et déduire les valeurs de a, b et c. 1pt
3. Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = x-2-\frac{1}{x-1}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
   a- Déterminer le domaine de définition de f. 0,25pt
   b- Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. 1pt
   c- Calculer $f'(x)$, étudier son signe et donner le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f. 1,25pt
   d- Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x-2$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$. 0,5pt
   e- Etudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à son asymptote oblique et déterminer s'ils existent les points de rencontre de $\mathcal{C}_f$ avec les axes du repère. 1 pt
   f- Construire avec soin la courbe $\mathcal{C}_f$ et ses asymptotes. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES: (04,5 points)

SITUATION :

La municipalité d'une ville dispose d'un domaine foncier sur lequel elle a construit quelques infrastructures de sport. Notamment une piste d'athlétisme définie par l'ensemble des points M du plan tels que $26 \leq MA^2 + MB^2 \leq 50$ avec $AB = 6$. Un terrain de foot sur une parcelle trapézoïdale dont les sommets sont les points du cercle trigonométrique, image des solutions de l'équation $4\sin^2 x + 2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\sin x - \sqrt{6} = 0$ sur $[0; 2\pi[$. Un club de sport est créé au sein de cette municipalité ; il comprend 25 membres, 18 membres pratiquent le football, 16 pratiquent l'athlétisme et 10 pratiquent le football et l'athlétisme. Le reste pratique uniquement le tennis.

NB : ***Prendre pour unité 10 mètres et $\pi = 3,14$.***

Tâches :

1- Sur quelle superficie est bâtie la piste d'athlétisme ? 1,5 pt
2- Sur quelle superficie est bâti le terrain de football ? 1,5 pt
3- Combien de membres du club pratiquent uniquement le tennis ? 1,5 pt