

Par M. **NDIAPA EMMANUEL**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

*L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur deux pages !!!
La propreté et la clarté de votre copie est exigé...*

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)

Exercice 1 : (04 POINTS)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(0 ; \vec{i} ; \vec{j})$. (C_f) désigne la courbe représentative d'une fonction numérique f à variable réelle définie par l'expression $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{2}{x}$.

- 1°) Justifier que l'ensemble D_f de définition de f est $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ et déterminer les limites aux bornes de cet ensemble. 1.25Pt
- 2°) Que peut-on alors dire de la droite d'équation $x = 0$? 0.25Pt
- 3°) Justifier que la droite d'équation $y = -\frac{x}{2}$ est asymptote oblique à (C_f) . 0.5Pt
- 4°) Déterminer $f'(x)$ pour $x \neq 0$, son signe et le tableau de variation de f . 0.75Pt
- 5°) Démontrer que l'origine 0 du repère est un centre de symétrie à (C_f) . 0.5Pt
- 6°) Tracer avec soin la courbe (C_f) . 0.75Pt

Exercice 2 : (03.5 POINTS)

A/ On tire simultanément 3 boules dans une urne qui contient 4 boules blanches et 5 boules rouges.

- 1°) Quel est le nombre de tirages que l'on peut ainsi obtenir ? 0.5Pt
- 2°) Parmi ces tirages, combine contiennent :
 - 2°) a. Uniquement les boules blanches ? 0.5Pt
 - 2°) b. Exactement une boule rouge ? 0.5Pt
 - 2°) c. Au moins une boule rouge ? 0.5Pt

B/ On voudrait former le bureau de classe de la PD d'un collège de la place. Ce bureau est constitué d'un chef et de son adjoint. 9 élèves postulant à ces postes. On admet qu'il n'y a pas de cumul.

- 1°) Combien de bureau possibles peut-on constituer ? 0.5Pt
- 2°) On suppose que n des 9 candidats sont des filles, n étant un entier naturel inférieur à 6.
 - 2°) a. Montrer dans ce cas que le nombre de bureau note $P(n)$ ayant exactement une fille est $P(n) = -2n^2 + 18n$. 0.5Pt
 - 2°) b. Calculer n si $P(n) = 40$. 0.5Pt

Exercice 3 : (03.5 POINTS)

A/ Soit P le polynôme défini par $P(x) = -2x^2 + 3x + 2$. On considère l'équation trigonométrique $(E) : \cos 2x + 3\sin x + 1 = 0$.

- 1°) Déterminer la forme canonique de $P(x)$. 0.25Pt
- 2°) En déduire que 2 et $-\frac{1}{2}$ sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $P(x) = 0$. 0.5Pt
- 3°) Montrer que pour tout réel x , on a $\cos 2x + 3\sin x + 1 = -2\sin^2 x + 3\sin x + 2$. 0.25Pt
- 4°) Résoudre l'équation (E) dans $[0 ; 2\pi]$. 0.5Pt

B/ On pose $A = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$ et $B = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$

1°) Montrer que : $A = \frac{1}{2}$ et $B = 0$. 0.5Pt

2°) En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}$. 0.5Pt

3°) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$, l'équation $\cos \frac{\pi}{12} \cos x = \frac{1}{4}$. 0.5Pt

4°) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$, l'inéquation $\cos x - \cos \frac{5\pi}{12} > 0$. 0.5Pt

Exercice 4 : (04 POINTS)

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $BC^2 = 32$. Soient I et G deux points du plan tels que I soit l'isobarycentre des points B et C et $4\vec{GA} - \vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$.

1°) Calculer les distances AB et AC . 0.5Pt

2°) Que représente G pour les points A, B et C ? 0.25Pt

3°) Montrer que G et I sont symétriques par rapport à A . 0.5Pt

4°) Construire en vraie dimension le triangle ABC et placer le point G . 0.5Pt

5°) Calculer les distances GA, GB et GC . 0.75Pt

6°) Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que : $4MA^2 - MB^2 - MC^2 = 32$.

a. Montrer que : $4MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2MG^2 + 4GA^2 - GB^2 - GC^2$. 0.75Pt

b. Déterminer et construire l'ensemble (E) . 0.75Pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05 POINTS)

Situation :

Un fermier voudrait lancer un élevage estimé à 3 000 000 FCFA. Dans la recherche des financements, un ami lui propose de placer les 1 000 000 FCFA représentant la totalité de ses économies dans une micro finance à un taux d'intérêt composé annuel de 15% pour financer entièrement son projet au bout de 8 ans. Il décide plutôt de placer ces économies dans une banque ALPHA à un taux d'intérêt annuel inscrit sur les documents de la banque. N'étant pas satisfait, il décide plutôt de placer ces économies dans une banque BETA, à un taux annuel supérieur de 2% au précédent. Ayant besoin de tout son argent pour commencer son projet, la banque BETA lui reverse alors après un an, la somme de 1 123 500 FCFA. Ne disposant pas de bêtes au départ, un partenaire lui donne à crédit, trois fois de suite et aux mêmes prix, des bêtes dont 60 poussins, 25 pourceaux et 10 chevreaux à 195 000 FCFA au premier tour ; 50 poussins, 20 pourceaux et 30 chevreaux à 245 000 FCFA au deuxième tour et enfin 60 poussins, 20 pourceaux et 20 chevreaux à 210 000 FCFA au troisième tour. Au moment de vérifier ses comptes, il ne retrouve pas tous ses documents financiers.

Tâches :

1°) Déterminer le prix unitaire de chaque espèce de bête que lui a donné le partenaire. 1.5Pt

2°) A quel taux le fermier a-t-il placé ses économies dans la banque ALPHA ? 1.5Pt

3°) La proposition de son ami pourra-t-elle permettre au fermier de financer entièrement son projet au bout de 8 ans ? 1.5Pt

Présentation générale de la copie du candidat : 0.5Pt