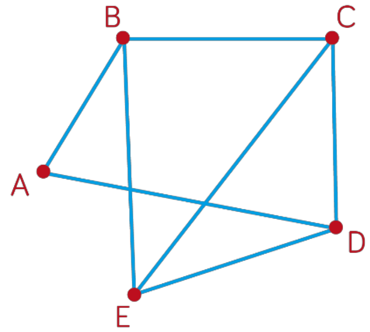
COLLEGE PRIVE LAIC YMELE

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Séquence 3	Mathématiques	04	4h00	TleD	2022/2023

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources (15 points)

Exercice 1: 4 .5 points



A/1. Définis : Graphe patiel d'un graphe G, sous graphe d'un graphe G, arbre. 0,75pt

2. Considérons le graphe G ci-contre.

a) A partir de ce graphe, donne un exemple de graphe patiel, de sous graphe, d'arbre et de clique. 1pt

b) A quoi servent : le BFS, les algorihmes de Dijsktra, Kruskal et Prim ? 0,5pt

c) En utilisant le BFS, montre que le graphe G est connexe. 0,5pt

B/ Le tableau ci-contre donne la repartition d'une population de 100 ménages selon les deux caractères X le nombre de pieces habités et Y le nombre d'enfants.

X \ Y	0	1	2	3	4	Total
1	6	2	1	0	0	9
2	5	12	8	1	1	27
3	2	7	15	11	3	38
4	0	1	8	14	3	26
Total	13	22	32	26	7	100

a) Calcule le coefficent de correlation entre X et Y. 1,5 pt

b) Un ajustement affine de la serie (X, Y) est-il justifié ? 0,25pt

Exercice 2: 5.25 points

A/1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [1; 2]$ par $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$.

Etudie les variations de f puis montre que pour tout $x \in I, |f'(x)| \leq \frac{4}{9}$. 0,75pt

2. On définit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+2}, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

a) Montre que : $\forall n \in \mathbb{N},\ U_n \in I$. 0,75pt

b) Montre que : $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - 2| \leq \frac{4}{9}|U_n - 2|$. 0,5pt

c) En déduis que : $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - 2| \leq \left(\frac{4}{9}\right)^n$. 0,5pt

d) En déduis que la suite (U_n) est convergente et donne sa limite. 0,5pt

B/ Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = x + 1 - \sqrt{|x - 1|}$.

1. Etudie la dérivabilité de g en 1. 0,75pt
2. Etudie les branches infinie de (C_g). 0,75pt
3. Détermine La primitive de g sur $]-\infty; 0]$ qui s'annule en -3. 0,75pt

Exercice 3 : 5.25 points

A/ Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}, \vec{v})$. Les points A,B C et D ont pour affixes respectives 1 ; $3i$; i et $-2 + i$.

1. Justifie qu'il existe une unique similitude S telle que $S(A) = B$ et $S(C) = D$. 0,25 pt
2. Détermine l'écriture réduite de S puis ses éléments caractéristiques . 1 pt
3. Soit M un point d'un cercle (C) de diamètre [AB]. La droite (MA) coupe en J la perpendiculaire à la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$ issue de B.
   Détermine le lieu géométrique du point J lorsque M décrit le cercle (C). 0,5 pt

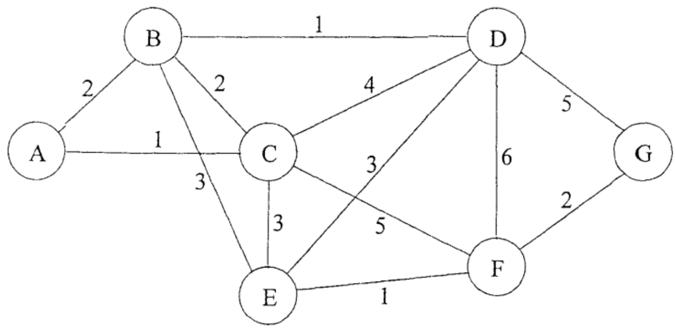
B/ Les questions 1 et 2 sont indépendantes. z désigne un nombre complexe non nul.

1. Détermine les racines troisièmes de l'unité puis donne les solutions de l'équation $\left(\frac{z-i}{2}\right)^3 = 1.$ 1 pt
2. Linéarise $\sin^3 x \cos^3 x$. 0,75 pt
3. Exprime $cos4x$ en fonction de $cosx$. 0,75 pt
4. Donne l'écriture trigonométrique de $1 + i + e^{i\frac{\pi}{8}}$. 0,5 pt
5. Détermine les valeurs de l'entier n pour que $\left(\sqrt{3} + i\right)^n$ soit un réel strictement positif. 0,5 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la théorie des graphes, aux fonctions ln, aux primitives et aux nombres complexes pour résoudre un problème de la vie.

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville. Les sommets A, B, C, D, E, F et G désignent les quartiers de cette ville. Une arête représente l'avenue reliant deux quartiers et est pondéré par la consommation en carburant entre deux quartiers.



Paul est un jeune maçon, il habite le quartier A.
Le matin, il souhaite se rendre dans l'un de ses chantiers situé au quartier G, mais ne dispose plus que de 7 litres d'essence dans le réservoir de sa voiture. Pendant qu'il réfléchit sur comment se déplacer pour ce quartier G, il reçoit un coup de fil d'un de ses frères qui travaille dans leur champ de pastèque situé au quartier D. Il lui rappeler d'acheter du fil barbelé pour sécuriser le pourtour de leur champ dont dans le plan complexe, une borne est place au point $A(7)$ et les trois autres bornes positionnées dans le plan sont les images des solutions de l'équation complexe $\left(\frac{z-4}{3}\right)^3 + \left(\frac{z-4}{3}\right)^2 + \left(\frac{z-4}{3}\right) + 1 = 0$ (Une unité de longueur vaut 2 mètres).

Après sa journée de travail, PAUL fais des achat au quartier B puis au moment de partir, il démarre sa voiture avec une accélération en km/h dont l'expression est donnée par $a(x) = \left(\frac{2x+3}{x+1}\right)^3 - 3$ où x est un réel positif désignant le temps.
A l'instant $x = 0$, sa voiture est au point de départ B et sa maison est située en A .
Si la vitesse à laquelle il arrive chez lui est inférieure à 30km/h, alors la voiture de PAUL a beaucoup consommé durant le retour. Dès lors, il doit carburer avant de sortir le matin. Après son départ du point B, il est arrivé à la maison après $2h$ de route.

Tâche :

1. PAUL doit –il carburer avant de sortir le matin ? 1,5 pt
2. Quelle est la quantité nécessaire de fil barbelé que Paul doit acheter s'il souhaite faire deux fois le tour de ce champ ? 1,5 pt
3. La quantité d'essence dont dispose Paul dans son réservoir peut-elle suffire pour arriver dans la ville G ? 1,5 pt

Présentation (absence de ratures, de fautes…) = 0,5pt

Zig Ziglar a dit ***« C'est votre attitude, bien plus que votre aptitude, qui détermine votre altitude. »***