

MINESEC		Classe : Terminale D/TI
Complexe Scolaire BISTA		Date : Mars 2023
Département : Mathématiques		Durée : 4 heures
Matière : Mathématiques		Coefficient : 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15 points

EXERCICE 1 5pts

- I) Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^3 - 3z^2 + (3 + 3i)z - 6 + 2i$.
- 1) Montrer que $-i$ est une racine de P . 0,5pt
 - 2) Déterminer les nombres a et b tel que $P(z) = (z + i)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
 - 3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0,75pt
- II) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -i$; $z_B = 2i$ et $z_C = 3 - i$.
- 1) Déterminer le module et un argument de $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. 0,75pt
 - 2) En déduire la nature du triangle ABC . 0,25pt
- III) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère la transformation s du plan dans le plan qui à tout point M d'axe $z = x + iy$ associe le point M' d'axe $z' = x' + iy'$ tel que $z' = (1 - i)z + 2 - i$.
- 1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de s . 1pt
 - 2) Déterminer l'expression analytique de s . 0,5pt
 - 3) Soit la droite $(D): x + 5y = 0$. Déterminer l'image de (D) par s . 0,75pt

EXERCICE 2 4pts

- I) On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = -e^{3U_n - 3} \end{cases}$
- 1) Calculer U_1 et U_2 (on donnera les valeurs approchées à 10^{-3} près). 0,5pt
 - 2) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, -1 \leq U_n \leq 0$. 0,75pt
- II) Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher dont 5 boules blanches, 3 boules rouges et 1 boule jaune. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne. On considère les événements A : « les boules tirées ont la même couleur » et B : « les boules tirées ont des couleurs différentes deux à deux ».
- 1) Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$. 1pt
 - 2) Soit X la variable aléatoire qui à l'issue du tirage associe le nombre de couleurs obtenues.
 - a) Démontrer que la loi de probabilité de X est : 0,75pt

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{11}{84}$	$\frac{58}{84}$	$\frac{15}{84}$

- b) Déterminer l'espérance mathématiques de X . 0,5pt
- c) Déterminer la variance et l'écart type de X . 0,5pt

EXERCICE 3 6pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

- I) Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.
- 1) Déterminer la fonction dérivée g' de g puis étudier les variations de g . 0,75pt
 - 2) Calculer $g(1)$, puis démontrer que $\forall x \in]0; 1[, g(x) < 0$ et $\forall x \in [1; +\infty[, g(x) \geq 0$. 0,75pt

- II) Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 - \frac{2\ln x}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan de repère orthonormé (O, I, J) .
- 1) Calculer les limites de f aux bornes de $]0; +\infty[$. 0,5pt
 - 2) a) Montrer que la droite $(D): y = 2x - 1$ est une asymptote à (C_f) . 0,25pt
 - b) Etudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (D) . 0,5pt
 - 3) Déterminer la fonction dérivée f' de f et montrer que $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$. 0,75pt
 - 4) En déduire de 3) les variations de f et dresser son tableau de variations. 0,75pt
 - 5) Construire (D) et (C_f) dans le même repère. 1pt
- III) Déterminer la primitive de f sur $]0; +\infty[$ qui prend la valeur 3 en 1. 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

5 points

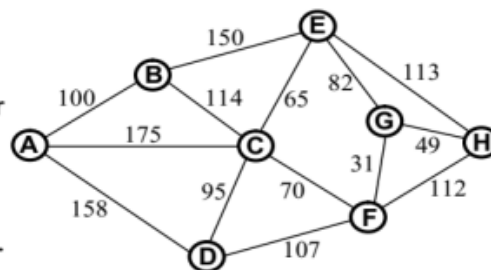
SITUATION :

Une société fabrique et commercialise les produits cosmétiques. Les relevés, en millions de FCFA des

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau ci-dessus. Le directeur commercial veut investir davantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de FCFA.

Le directeur commercial de cette société rend visite à ses fournisseurs. Il se rend du site A au site H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son assistant dresse un un graphe qui schématise les trajets, en km , entre les six villes de la région, notées B, C, D, E, F, G et les deux sites A et H .



Un expert en finances et ami du directeur commercial, ayant obtenu les chiffres sur l'évolution financière de la société fait une modélisation des frais publicitaires par la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = 3x - x \ln(0,5x)$ (en millions de FCFA) où x désigne le nombre de mois d'existence de la société.

Tâches :

1. Détermine, en utilisant la méthode des moindres carrés, le montant d'argent à investir dans la publicité afin d'atteindre le chiffre d'affaires mensuel de 100 millions de FCFA. 1,5pt
2. Détermine l'itinéraire le plus court reliant les deux sites A et H et indique sa longueur. 1,5pt
3. A partir de quel mois la société va enregistrer une baisse des frais publicitaires ? 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt