

<b>MINESEC</b>		Classe : Terminale D et TI
Complexe Scolaire <b>BISTA</b>		Date : Novembre 2022
Département : Mathématiques		Durée : 4 heures
Matière : Mathématiques		Evaluation N°2

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 Points)

### EXERCICE 1 7,5 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+1}$ . Soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

#### PARTIE A

##### Etude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = x^3 + 3x - 2$

- 1) Dresser le tableau de variation de  $g$ . 1pt
- 2) Montrer qu'il existe un réel  $\alpha$  unique tel que  $g(\alpha) = 0$ . Vérifié que  $0,59 < \alpha < 0,60$  0,75pt
- 3) En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . 0,5pt

#### PARTIE B

##### Etude de la fonction $f$

- 1) Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition 0,5pt
- 2) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$$
 0,5pt
- 3) Etudier le sens de variation de la fonction  $f$  0,5pt
- 4) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ . 0,75pt
- 5) Montrer que pour tout réel  $x$   

$$f(x) = x - \frac{x-1}{x^2+1}$$
 0,25pt
- 6) En déduire que la courbe  $(C_f)$  admet une asymptote oblique (D) aux voisinages de  $-\infty$  et  $+\infty$  0,5pt
- 7) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe  $(C_f)$  au point d'abscisse 1. 0,5pt
- 8) Tracer les droites (D) et (T) ainsi que la courbe  $(C_f)$ . 1,75pt

### EXERCICE 2 4points

Afin d'organiser ses investissements, un hôtel réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres. Une analyse établit un lien entre le taux d'occupation (en pourcentage) et le montant de la publicité (en milliers de FCFA)

Frais de publicité ( $x_i$ )	20	15	25	17	24	16	22	25
Taux d'occupation ( $y_i$ )	42	31	52	35	40	30	50	55

- 1) Construire le nuage des points associé à cette série statistique 1,5pt
- 2) Déterminer les coordonnées des points moyen  $G_1$  et  $G_2$  des 4 premiers points et des 4 derniers 1pt
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(G_1G_2)$  1pt
- 4) Déterminer une estimation du taux d'occupation des chambres de cet hôtel si les dépenses de publicité s'élèvent à 60 000FCFA. 0,5pt

### EXERCICE 3 3,5 points

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 6} \end{cases}$$

- 1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$  0,5pt
- 2) Démontrer par récurrence que la suite  $(U_n)$  est croissante 1pt
- 3) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n \leq 3$  1pt
- 4) En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente 0,25pt
- 5) Déterminer la limite de la suite  $(U_n)$  0,75pt

### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 Points)

M. KOMEDJOU a ouvert trois comptes en fin Février 2022 pour la préparation des inscriptions en début du mois d'Octobre 2023 dans un institut supérieur de ses trois enfants Georges, Baya et Fabrice. Ces enfants seront inscrits respectivement en première, deuxième et troisième année de pensions respectives 350 000FCFA, 375 000FCFA et 500 000FCFA.

- Dans le premier compte logé dans une association villageoise, il dépose la somme de 200 000FCFA en fin Février 2022. A la fin de chaque mois, ce montant augmente de 5% par rapport au mois précédent. M. KOMEDJOU compte payer la pension de Georges avec la totalité du montant consolidé en début du mois d'octobre 2023.

- Dans le second compte qui est son propre coffre-fort, il dépose la somme de 50 000FCFA en fin Février 2022. A la fin de chaque mois, il dépose la somme de 25 000FCFA déduite de son salaire mensuel. M. KOMEDJOU compte payer la pension de son fils Fabrice en début du mois d'Octobre 2023 à l'aide de la somme contenue dans ce coffre-fort.

- Par ailleurs, M. KOMEDJOU fait un travail parallèle dont la rémunération au premier mois (fin Février 2022) est de 80 000FCFA et pour les autres mois, il y a une augmentation fixe de 8 000FCFA. Cette somme est déposée dans le troisième compte (appelé compte personnel). Tout le montant cumulé en début du mois d'Octobre 2023 dans ce compte permettra à M. KOMEDJOU de payer la pension Baya.

#### Taches :

- 1) M. KOMEDJOU pourra-t-il payer la pension de son fils Georges ? 1,5pt
- 2) M. KOMEDJOU pourra-t-il payer la pension de son fils Fabrice ? 1,5pt
- 3) M. KOMEDJOU pourra-t-il payer la pension de son fils Baya ? 1,5pt

Présentation 0,5pt