

COMPOSITION DU MOIS DE NOVEMBRE 2022

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES. Classe de Première D: DUREE : 3H00

EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1 Equations polynomiales de degré 2 et 3 /6pts

Soit l'équation (E) : $x^4 + 10x^3 + 24x^2 + 10x + 1 = 0$

1a) Montrer que 0 n'est pas solution de (E) /0,5pt

b) Montrer que (E) est équivalente à l'équation (E') ou (E') : $x^2 + 10x + 24 + \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$ /0,5pt

2) On pose $X = x + \frac{1}{x}$

a) Montrer que $X^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ /0,5pt

b) Montrer que si x est solution de (E') alors X est solution de (E'') : $X^2 + 10X + 24 = 0$ /0,5pt

3) Résoudre (E'') dans \mathbb{R} puis déduire les solutions de (E). /1,5pt

4) On considère le polynôme P défini par : $p(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 3$,

On désigne par a, b, c les racines distinctes du polynôme P.

On pose $X = a + b + c$, $Y = ab + bc + ac$, $Z = abc$; Calcule les valeurs de X, Y et Z. /1,5pt

5) Résous dans \mathbb{R} , l'inéquation $\sqrt{4-x} \leq x - 2$ /1pt

EXERCICE 2 Systèmes linéaires dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 /3,5pts

1. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants : /2pts

$$S1 \begin{cases} x + y = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ xy = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases} \quad \left(\text{Remarquer que } \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right)^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \right); \quad S2 \begin{cases} (\sqrt{2}-3)x + \sqrt{3}y = -1 \\ (\sqrt{2}+3)x + \sqrt{3}y = 2 \end{cases}$$

2. Résoudre dans \mathbb{R}^3 par la méthode du pivot de Gauss le système suivant : $\begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ -x + 2y + 4z = 8 \\ 3x + 5y - z = -2 \end{cases}$

EXERCICE 3 Trigonométrie et équations /4pts

On se propose de déterminer les réels $\alpha \in [0; 2\pi]$ solutions de l'équation

(E) : $\tan^2 x + 4 \tan x + 1 = 0$

1) Montre que $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ puis déduire l'expression de $\tan(x-y)$ /1pt

2) On donne $a = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$ et $b = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}$. Donne l'écriture de a et b sous la forme irréductible /0,5pt

3) Déduis des questions précédentes que : $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -2 - \sqrt{3}$ et $\tan\left(\frac{-\pi}{12}\right) = -2 + \sqrt{3}$ /1pt

4) Résous dans \mathbb{R} l'équation $X^2 + 4X + 1 = 0$ /0,5pt

5) En déduire les solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'équation (E) /1pt

EXERCICE 4**Dénombrement****/2pts**

Monsieur Feudjio possède son armoire 4 pantalons dont deux noirs et deux bleus ; six chemises dont 3 blanches, 2 bleus et une jaune. Au moment de s'habiller, survient une panne d'électricité. Monsieur Feudjio, pressé, enfle un pantalon et une chemise sans se préoccuper de la couleur de ses vêtements.

- 1) Combien a-t-il de manières de s'habiller ? /0,5pt
- 2) Combien a-t-il de manières ou façons de s'habiller sachant qu'il porte :
 - a) Une chemise blanche /0,5pt
 - b) Un pantalon noir /0,5pt
 - c) Un pantalon bleu et une chemise jaune /0,5pt

EVALUATION DES COMPETENCES**/4,5pts**

Monsieur JJJ est un opérateur économique. Il possède un centre de loisirs dans lequel on pratique au moins un des 3 sports : le football, le handball et le volleyball. Il y a 106 adhérents dont 10 pratiquent les 3 sports à la fois ; 40 pratiquent le football ; 50 pratiquent le handball et 66 pratiquent le volleyball. On sait aussi qu'il y a autant d'adhérents qui pratiquent seulement le football que ceux qui pratiquent à la fois le handball et le volley uniquement ; le nombre d'adhérents qui pratiquent à la fois le volley et le football uniquement est la moitié de ceux qui pratiquent seulement le handball ; le nombre d'adhérents qui pratiquent le volley seulement est le triple de ceux qui pratiquent à la fois le handball et le football uniquement. Pour faire ses comptes, il souhaite trouver combien les adhérents qui pratiquent seulement un seul sport payent chaque mois, sachant que ceux qui pratiquent seulement le football, seulement le handball et seulement le volleyball payent respectivement 2500F ; 2000F et 3000F par mois.

Par ailleurs, pour la détente de ses clients, Monsieur JJJ souhaite bâtir dans son centre une piscine ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont les images des solutions sur le cercle dans $[0; 2\pi[$ de l'équation : $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sin x - \sqrt{6} = 0$ et dont le mètre carré coûte 5000F. Le stade de volleyball de Mr JJJ est de forme rectangulaire de superficie 360 m^2 et tel que si on augmente la longueur et la largeur de 6m chacune alors sa superficie deviendra 630 m^2 . Il souhaite entourer ce terrain avec du fil barbelé dont n mètres coûtent 7650fr et où n est solution de l'équation $\sqrt{n-2} = n - 4$.

Tâches

- 1) Détermine combien les adhérents qui pratiquent un seul sport payent chaque mois /1,5pt
- 2) Détermine le budget nécessaire pour clôturer le stade de volleyball /1,5pt
- 3) Détermine le budget à prévoir par le conseil pour construire la piscine /1,5pt

En mathématiques, « évident » est le mot le plus dangereux. Si vous aimez les mathématiques alors elles seront faciles pour vous