

MINESEC - DRESLT	Evaluation 2 du trimestre 1	Novembre 2022
LY. BY. BOJ	Coef :4	Durée :03 H
Classe : 1 ^{ière} TI	Epreuve de Mathématiques	Examineur : M. KAMDEU

Partie A : Evaluation des ressources (12,5 points)

Exercice 1 : (5 points)

A) On considère le polynôme p défini par : $p(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 5 + 20i$

z étant un nombre complexe.

- 1- Montrer que $1 + 2i$ est une racine de p (0,5 pt)
- 2- Trouver deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait $p(z) = (z - 1 - 2i)(z^2 + az + b)$. (0,75pt)
- 3- En déduire dans l'ensemble nombres complexes, les solutions de l'équation $p(z) = 0$. (0,75pt)

B) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$; on prendra 1 cm pour unité graphique.

1) Placer les points A, B et C d'affixes respectives $a = 1 + 2i$, $b = -2 - i$ et

$c = 4 - i$ dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (0,75pt)

2) Soit D le point d'affixe $2 + 3i$; montrer que A, B et D sont alignés. (0,5pt)

3) a) Calculer $\frac{b-a}{c-a}$, mettre le résultat sur la forme algébrique puis sous

la forme trigonométrique. (1pt)

b) En déduire la nature exacte du triangle ABC. (0,75pt)

Exercice 2 : (5 points)

1) Le but de cette question est de déterminer tous les couples $(a; b)$ d'entiers naturels solutions du système d'équations (S) : $\begin{cases} PPCM(a; b) = 60 \\ a + b = 27 \end{cases}$

a) Déterminer l'ensemble (D_p) des diviseurs positifs communs à 60 et 27. (0,5pt)

b) On pose $\delta = PGCD(a; b)$ et $\mu = PPCM(a; b)$.

Montrer que, (S) est équivalent au système

$$(S') : \begin{cases} \delta a' b' = 60 \\ \delta(a' + b') = 27 \end{cases} \text{ où } PGCD(a'; b') = 1 \quad (0,25pt)$$

c) En déduire que $\delta \in (D_p)$. (0,25pt)

d) Résoudre le système (S') dans $N \times N$ et en déduire tous les couples $(a; b)$ d'entiers naturels solutions de (S). (0,5pt x 2=1pt)

2) On pose pour tout $a \in N$, $B = \overline{1335}^a$. Donner l'écriture de B dans la base $a + 1$. (1pt)

3) a) Déterminer l'ensemble D_{48} des diviseurs entiers naturels de 48. (0,5pt)

b) En déduire l'ensemble des entiers naturels n tels que $A = \frac{3n^3 - 11n}{n+3} \in N$ (1,5pt)

Exercice 3 : (2,5pt)

- 1) Linéariser $\cos^3 \theta \sin^4 \theta$ (1pts)
- 2) a) Placer dans le plan complexe les points A, B, C, D d'affixe respectives $z_A = i\sqrt{3}$, $z_B = -i\sqrt{3}$, $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$, $z_D = \bar{z}_C$ (0,5pt)
b) Montrer que ces points sont acycliques. (1pt)

Partie B Evaluation Des Compétences (7,5 points)

A sa mise en retraite, papa Samuel envisage aménager trois sites champêtres qu'il vient d'acheter pour y faire des cultures de haricot, maïs et manioc. Après consultation des experts il en ressort que dans le plan le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ où les dimensions sont en Km.

- Le premier site sur lequel il envisage cultiver du haricot a la forme d'un disque dont le cercle passe par les points A et B et C d'affixes respectives z_A, z_B et z_C ou z_A et z_B sont solution dans C de l'équation (E1) : $(iz + 3i + 3)^2 - 2(iz + 3i + 3) + 2 = 0$, z_B étant la solution ayant la plus petite partie réelle et $z_C = 2z_B$
- Le deuxième site lequel il envisage cultiver le maïs a la forme d'un triangle EFG dont les affixes z_E, z_F , et z_G sont solutions dans C de l'équation (E2) : $z^3 + (-3 + 2i)z^2 + (7 - 12i)z - 21 + 18i = 0$ avec z_E la solution réelle.
- Le troisième site est l'ensemble E_3 des points M d'affixes z tels que ; $\left| \frac{z - z_R}{z - z_S} \right| = 2$ ou z_R et z_S sont les racines carrées de $3+4i$, z_R ayant pour partie réelle négative.

Il décide tout d'abord avant le début des travaux de les sécuriser à l'aide d'un grillage dont le mètre coûte 3500 FCFA.

- 1) Combien devra dépenser papa Samuel pour l'achat du grillage nécessaire du premier site ? Prendre $\pi = 3,14$ (2,5 pts)
- 2) Combien devra dépenser papa Samuel pour l'achat du grillage nécessaire du deuxième site ? (2,5 pts)
- 3) Combien devra dépenser papa Samuel pour l'achat du grillage nécessaire pour le troisième site ? (2,5 pts)