COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2022-2023 Classe : PC

MINI SESSION FEVRIER 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES	Durée : 3H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,50 POINTS)

EXERCICE 1 : (06,00 POINTS)

I. ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 6\ cm$; $AC = 8\ cm$ et $BC = 10\ cm$.

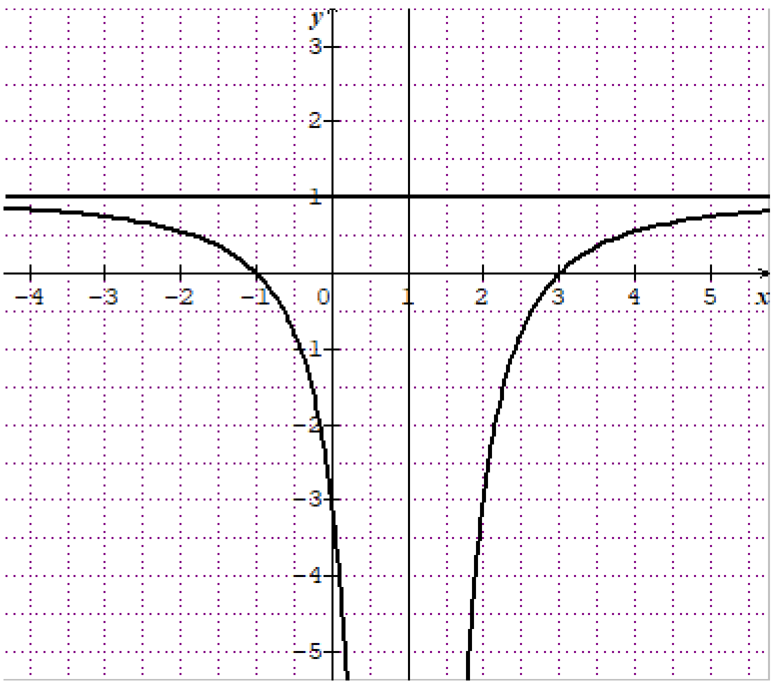
1. Construire le point G barycentre des points pondérés $(A; 1)$ et $(B; 2)$. **0,5pt**
2. En déduire une construction du point H barycentre des points pondérés $(A; 1)$, $(B; 2)$ et $(C; 3)$. **0,5pt**
3. Soit (E) l'ensemble des points M tels que : $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 294$.
   a) Montrer que (E) est équivalent à $MG^2 + MC^2 = 90$. **1,5pt**
   b) Montrer que $MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + \frac{CG^2}{2}$. **0,5pt**
   c) Déterminer, puis construire (E). **1pt**

II. Une urne contient six boules toutes indiscernables au toucher et numérotées 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 8. On tire successivement et avec remise trois boules de cette urne. On note a le numéro de la première boule tirée; b celui de la deuxième tirée et c le numéro de la troisième tirée. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère la fonction numérique f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{ax+c}{bx+1}$.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles, tels que la fonction f passe par le point $A(0; 3)$ et admette une asymptote horizontale d'équation $y = 2$. **1pt**
2. Déterminer le nombre de tirages tels que la fonction f soit strictement croissante. **1pt**

EXERCICE 2 : (06,00 POINTS)

La courbe ci-contre est celle de la dérivée d'une fonction rationnelle f.



1. Déduire de ce graphique :
   a) Le sens de variation de f sur son domaine de définition. **1pt**
   b) Déterminer l'abscisse des points de la courbe de f où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. **0,5pt**
2. Soit α un réel différent de 1. Démontrer que les tangentes à la courbe de f aux points d'abscisse α et $2 - \alpha$ sont parallèles. **0,5pt**
3. On suppose que pour tout réel $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$; où a, b et c sont des réels.
   a) Déterminer les réels a, b et c sachant que la courbe de f passe par le point $A(0; -5)$. **1,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de f . **1pt**

4. Justifier que la droite $(D): y = x - 1$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$. **0,5pt**

5. Construire soigneusement la courbe de f. **1pt**

<u>EXERCICE 3</u> : (03,50 POINTS)

A- On considère l'équation $(F): |\cos x| = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

1. Montrer que (F) est équivalente à $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **0,5pt**
2. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation (E). **0,5pt**

B- Soient g, h et j trois fonctions définies respectivement par : $\begin{cases} g(x) = \frac{x^2+x-a}{x-1}, x < 1 \\ g(x) = x^2 + b, x \geq 1 \end{cases}$; $h(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$

et $j(x) = \frac{\sqrt{|x^2-1|}}{2}$. On pose $x_0 = 1$

1. Déterminer les réels a et b pour que la fonction g soit continue en x_0. **1pt**
2. Après avoir justifié que h est prolongeable par continuité en $x_0 = 1$, déterminer son prolongement i par continuité en x_0. **1pt**
3. Justifier que la courbe de j admet une demi-tangente verticale au point $Q(1; 0)$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (04,50 POINTS)

SITUATION :

M. TAMBA est un chef d'entreprise Camerounais dans le secteur de la cacao culture. Dans le but d'avoir certaines informations dans son entreprise, il fait appel à un expert financier. Après analyse des données cet expert stipule que :

- Le coût moyen de production des déchets varie en fonction du nombre de tonnes de production des déchets et modélisé par la fonction C définie par $C(x) = \sqrt{x^2 + 12x - 5} - x$. Celui-ci est croissant et atteindra plus tard une valeur limite.
- Le bénéficie réalisé par cette entreprise est donné par la fonction B définie par $B(x) = -x^3 + 30x^2 - 192x + 1500$, avec $x \in [0; 20]$ où x est le nombre de tonnes de production.
- Pour se rendre dans sa plantation, il fait 50 km à bord de sa voiture. Le véhicule roule toujours à la vitesse constante v kilomètres par heure et sa consommation en carburant est de $(0{,}4 + 0{,}001v^2)$ litres par heure. Le prix d'un litre de carburante est 650 FCFA. Il souhaite que sa consommation soit minimale le long du trajet.

TÂCHES :

Tâche 1 : Quel est le nombre de tonnes de production de l'entreprise de M. TAMBA qui lui permet de réaliser un bénéfice minimum ? **1,5pt**

Tâche 2 : Quel est le seuil du coût de production des déchets de l'entreprise de M. TAMBA lorsque le nombre de tonnes de production prend des valeurs très grande ? **1,5pt**

Tâche 3 : Quel est le coût minimal du trajet de M. TAMBA lorsqu'il se rend dans sa plantation ? **1,5pt**