Ministère des Enseignements Secondaires
LYCEE BILINGUE DE FOKOUE
B.P : 05 FOKOUE
Département de Mathématiques

Année Scolaire 2022/2023
Evaluation séquentielle N°3
Classe : Tle D
Durée : 4h ; Coef : 04

Examinateurs : TEDJOU BIENVENU(PLEG)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATIONS DES RESSOURCES : $[15{,}5pts]$

EXERCICE 1 : $[04pts]$

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $\ln\left(\frac{x-2}{2x-1}\right) < 0$; b) $2\ln(x+1) = \ln(x-1) + \ln(x+3)$; c) $3(lnx)^2 - 2lnx - 16 \leq 0$ $[1{,}5pt]$

2- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :(S_1):$\begin{cases} lnx - 2lny = ln2 \\ \frac{e^x}{e^y} = \left(\frac{1}{e^y}\right)^3 \end{cases}$ (S_2):$\begin{cases} e^{x+ln2} + e^{y+ln5} = 16 \\ e^{x+ln3} + e^{y+ln3} = 15 \end{cases}$ $[1{,}5pt]$

3- Déterminer les primitive des fonctions : $f(x) = \frac{4}{x} - \frac{1}{xlnx}$ et $g(x) = 4sin3x + \frac{x^3}{x^4+1}$ $[1pt]$

EXERCICE 2 : $[04pts]$

Le pan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0;\vec{u};\vec{v})$

1- Soit g la transformation d'expression analytique : $\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases}$

a- Déterminer l'écriture complexe de g $[0{,}5pt]$

b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g $[0{,}75pt]$

c- Déterminer l'image du lieu des points M du plan d'affixe z tels que $|\bar{z} - 3i| \leq 2$ $[0{,}5pt]$

2- Lineariser $cos^3(x)sin^3(x)$ $[0{,}75pt]$

3- Soit $\theta \in [0;\pi[$. déterminer la forme exponentielle puis trigonométrique de $z = 2 + 2cos\theta + 2isin\theta$ $[0{,}75pt]$

4- Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Resourdre dans $\mathbb{C}^2$ le système : $\begin{cases} z + iz' = cos\theta - isin\theta \\ iz + z' = -sin\theta + icos\theta \end{cases}$ $[0{,}75pt]$

EXERCICE 3 : $[03pts]$

On considère les suites $(U_n)_{n\in N}$ et $(V_n)_{n\in N}$ définie par :$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}(U_n)^2 \end{cases}$ $et\ V_n = ln(\frac{3}{2}U_n)$

1- Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison dont-on précisera la raison $[0{,}75pt]$

2- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n $[0{,}5pt]$

3- Calculer la limite U_n $[0{,}25pt]$

4- Pour tout entier naturel n, on pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}\ et\ T_n = U_0 \times U_1 \times \ldots \times U_{n-1}$

a- Démontrer que : $S_n = (1 - 2^n)ln2$ $[0{,}5pt]$

b- Justifier que : $T_n = (\frac{2}{3})^n e^{S_n}$ $[0{,}5pt]$

5- Exprimer T_n en fonction de n $[0{,}5pt]$

PROBLEME : $[04{,}5pts]$

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (3e^x - x - 4)e^{3x}$. On admet qu'il existe un nombre réel b et un seul dans l'intervalle $I = [0,1]$ tel que $h(b) = 0$

1- Justifier que dans I, l'équation $h(x) = 0$ est équivalente à l'équation $x = \ln\left(\frac{x+4}{3}\right)$ $[0{,}75pt]$

2- On considère la fonction f définie sur l'intervalle I par $f(x) = \ln\left(\frac{x+4}{3}\right)$

a- Montrer que, pour tout $x \in I, f(x) \in I$ $[0{,}5pt]$

b- Montrer que, pour tout $x \in I, |f'(x)| \leq \frac{1}{4}$ $[0{,}75pt]$

3- On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'éléments de I definie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - b| \leq \frac{1}{4}|u_n - b|$ $[0,75pt]$

b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, |u_n - b| \leq (\frac{1}{4})^n$ $[0,75pt]$

c- En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et préciser sa limite $[0,5pt]$

d- Déterminer le plus petit nombre entier naturel p tel que u_p soit une valeur approchée de b à 10^{-4} $près$ $[0,5pt]$

B- EVALUATIONS DES COMPETENCES : $[04,5pts]$

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. L'unité est le mètre. Le médecin principal du centre médical d'arrondissement de fokoue (CMA-FOKOUE) veut construire un jardin dont les sommets sont solutions de l'équation $[z^2 + (-20 + 40i)z - 300 - 1200i = 0][z^2 + (40 - 20i)z + 300 - 1200i = 0]$. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le mètre coute $1\,500F$. le terrain de M. DUPLEX est un domaine $ABCD$ ou les sommets A,B et C ont pour affixe respectives $-1 + i$; $1 + 5i$ et $3 - i$. Le point D est l'image du point C par similitude directe de centre B qui transforme A en C. M. DUPLEX voudrait construire sur ce terrain une école primaire et pour cela il a besoin de recouvrir toute la superficie de ce terrain avec les pavés. un pavé coute $1\,500F$ et peut recouvrir une superficie de $0,25m^2$. La cellule de crise du suivi de la pandémie du COVID 19 du centre médical d'arrondissement de fokoue (CMA-FOKOUE) a publié les données du tableau ci-dessous ou x_i est le nombre de cas confirmés et y_i le nombre de guérisons Pour les mois de février à juillet 2022 et rappelant que le nombre de guérisons dans cette ville en octobre 2022 était de 27. ANGE élève en classe de Tle D voudrait par la méthode des moindre carrées estimer le nombre de cas confirmés durant ce mois d'octobre 2022

Mois	février	Mars	Avril	Mai	Juin	juillet
x_i	465	480	495	510	525	540
y_i	26	27	29	31	32	35

TACHES :

1- aider ANGE à donner cette estimation du mois d'octobre 2022 $[1,5pts]$

2- quel montant doit prévoir M.DUPLEX pour couvrir entièrement son terrain? $[1,5pts]$

3- quel montant doit prévoir le médecin pour entourer totalement son jardin ? $[1,5pts]$