REPUBLIQUE DU CAMEROUN — *MINESEC - DRES - DOUALA IV*

Collège Polyvalent Bilingue TCHEUFFA FILS — *DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES*

Classe : $T^{le}D2$	**Evaluation** $N^o 3$	Épreuve de Mathématiques	Durée : $04h$	Année Scolaire : 2022/2023

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES **[15,5pts]**

Exercice 1. (05,5 points)

I) Le plan complexe est rapporté au repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 4i$ et $z_B = -3$.

1. Placer les points A et B dans le repère. [0,5pt]
2. Déterminer l'affixe du point C pour que le triangle ACB soit isocèle rectangle en C de sens direct. [0,5pt]
3. Soit (Γ) l'ensemble des points $M(z)$ tel que $|z_M - z_A| = 5$. Justifier que $B \in (\Gamma)$, puis déterminer la nature et les éléments caractéristique de (Γ). [0,75pt]
4. Soit S la similitude directe de centre $K(-4+2i)$ qui transforme A en B.
   (a) Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = -\frac{1}{2}iz - 5$. [0,75pt]
   (b) Déterminer le rapport et l'angle de S. [0,5pt]
   (c) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Γ') image de (Γ) par S. [0,5pt]

II-1) Linéariser $sin^4 x$. [0,75pt]

2.a) Déterminer sous forme algébrique les racines cubique de l'unité. [0,75pt]

b) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\left(\frac{z-i}{2}\right)^3 = 1$. [0,5pt]

Exercice 2. (03,75 points)

1. Déterminer la primitive F de f qui prend la valeur -1 en 0, où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - \frac{1}{2}sinx$. [0,5pt]
2. On considère la fonction numérique f définie sur $I = [1; 2]$ par $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$.
   (a) Étudier les variations de f sur I. [0,5pt]
   (b) Montrer que pour tout $x \in I$, on a $|f'(x)| \leq \frac{4}{9}$. [0,5pt]
3. On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n), \quad \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$
   (a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \in I$. [0,75pt]
   (b) Montrer en utilisant l'inégalité des accroissements finis que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{4}{9}|U_n - 2|$. [0,5pt]
   (c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_n - 2| \leq \left(\frac{4}{9}\right)^n$. [0,5pt]
   (d) En déduire que la suite (U_n) converge et déterminer sa limite. [0,5pt]

Exercice 3. (03 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne l'évolution du prix d'un kilogramme de cacao (en dizaine de FCFA) de 2010 à 2015.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Prix d'un Kg (y_i) en dizaine de FCFA	40	46	52	56	64	72

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à cette série.(Prendre en abscisse 1cm pour 1 rang et en ordonnée 1cm pour 5 dizaines de FCFA) [1pt]
2. Déterminer les coordonnées du points moyen G du nuage de points. [0,5pt]
3. Déterminer une équation de la droite de regression de y en x par la méthode des moindres carrées et tracer cette droite dans le repère précédent. [1pt]
4. Donner une estimation du prix d'un kilogramme de cacao en 2023. [0,5pt]

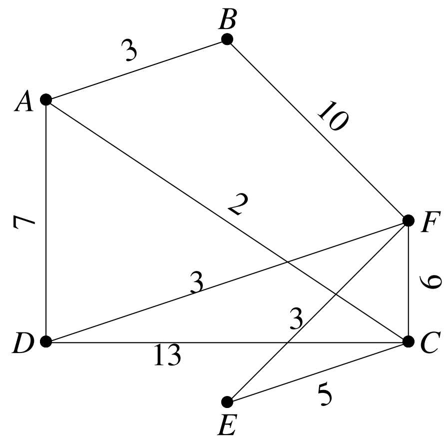
Exercice 4. (03 points)

1. On considère le graphe G ci contre.

a) Déterminer, à partir de ce graphe un exemple de graphe partiel, d'arbre. [0,5pt]

b) À quoi sert l'algorithme de : i) Prim ? ii) Dijsktra ? [0,5pt]

c) En utilisant l'algorithme de prim, déterminer un arbre couvrant de poids minimum du graphe G. [0,75pt]



2. On définit la suite de nombres complexes (z_n) par $z_0 = 1 - i$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $z_{n+1} = \frac{1}{2}iz_n$.

a) Écrire z_0 sous forme trigonométrique. [0,5pt]

b) On pose pour tout entier naturel n, $\theta_n = arg(z_n)$. Montrer que la suite (θ_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{2}$, puis exprimer θ_n en fonction de n. [0,75pt]

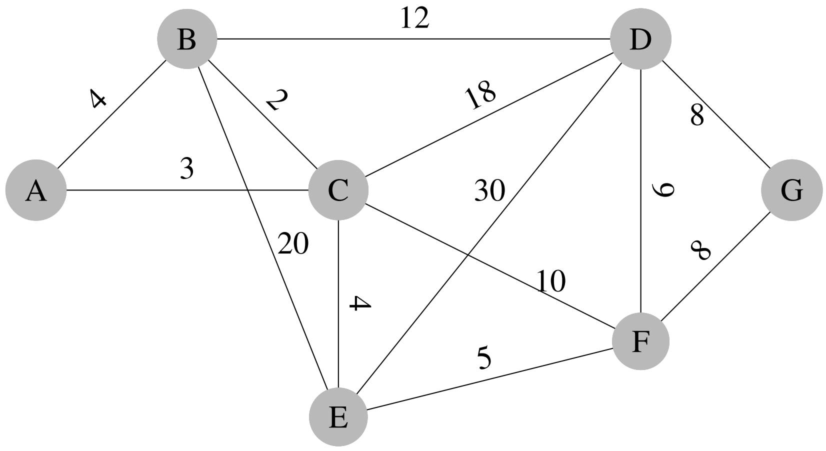
Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES **[04,5pts]**

Situation : WAFFO est un agent communautaire de vaccination. IL s'occupe d'un quartier G qui comptait 30 000 habitants en 2022. Ce quartier voit sa population croître de 10% chaque année. WAFFO compte renouveler cette vaccination en 2030. Ce vaccin coûte à l'État 200 Frs par personne vaccinée. Très souvent le tiers de la population de ce quartier est absent lors des vaccinations pour une raison ou une autre.

Pour se rendre dans ce quartier situé au point G sur le graphe ci-dessous, WAFFO doit partir de son domicile point A sur le même graphe. Les nombres sur les arêtes représentent la distance en km entre deux quartiers de cette ville. Le prix d'un km en taxi coûte 100 Frs. Il souhaite économiser au maximum.

Comme activité en parallèle, WAFFO dispose d'un grand domaine sur lequel il aimerait faire la culture de la banane. Dans le plan complexe $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 10 mètres, ce domaine a une forme triangulaire de sommets A, B

et C dont les affixes respectives des points A et B sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - (2+4i)z - 6 + 8i = 0$ et le point C est l'image du point A par la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. WAFO aimerait connaître l'aire de ce domaine afin de pouvoir évaluer le nombre de plants de bananiers nécessaire.



Tâches

1. Déterminer l'aire du domaine de WAFFO pour la culture de la banane. [1,5pt]

2. Déterminer la dépense minimale de WAFFO pour partir de chez lui pour le quartier K. [1,5pt]

3. Déterminer la dépense de l'État pour les personnes vaccinées en 2030 dans ce village [1,5pt]

Présentation : **[0,5pt]**