



L'épreuve comporte deux (02) parties obligatoires une évaluation des ressources et une évaluation des compétences. La bonne présentation, le soin apporté aux graphes, la clarté et la précision des raisonnements ont une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES/15.5pts

EXERCICE 1 (3pts)

- I) Soit le plan complexe est muni d'un repère orthogonal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
- 1) On veut résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^3 + 4z^2 + 2z - 28 = 0$
 - a) Déterminer deux réels a et b tels que l'équation (E) s'écrive $(z - 2)(z^2 + az + b) = 0$
 - b) Résoudre (E) . (0.5pt)
 - 2) On note (H) l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe $z = x + iy$ vérifiant $z^2 - 4 = 4 - \bar{z}^2$
 - a) Montrer que M appartient à (H) si et seulement si $x^2 - y^2 = 4$ (0.5pt)
 - b) Soit A, B et C des points d'affixes respectives $2, -3 - i\sqrt{5}$ et $-3 + i\sqrt{5}$ Vérifier que A, B et C appartiennent à (H) . (0.5pt)
- II) Soit les polynômes $p(z) = z^2 - (3 + 5i)z - 2 + 6i = 0$ et $f(z) = z^3 - (3 + 7i)z^2 - 12(1 - i)z + 12 + 4i$
- 1) Déterminer les racines carrées de $-8 + 6i$ (0.5pt)
 - 2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ (0.75pt)
 - 3) Montrer qu'il existe un nombre imaginaire pur z_0 tel que $f(z) = 0$ (0.75pt)
 - 4) Montrer que $f(z) = (z - 2i)P(z)$. (0.5pt)
 - 5) Déduire les solutions de l'équation $f(z) = 0$. (0.5pt)

EXERCICE : 2 (3.5pts)

- I) Soit la fonction f définie sur $I = [0, 1]$ par $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$.
- 1) Résoudre l'équation $f(x) = x$ (0.25pt)
 - 2) Montrer que $f(I) \subset I$. (0.5pt)
 - 3) montrer que pour tout x de I $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (0.5pt)
 - 4) En déduire que pour tout x de I $|f(x) - 1| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (0.5pt)
- II) On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 \in I \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - 1| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} |u_{n-1} - 1|$ (0.75pt)
 - 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - 1| \leq \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^n |u_0 - 1|$ (0.75pt)
 - 3) Déduire que (u_n) est convergente. (0.25pt)

EXERCICE : 3 (6pts)

Soit g la fonction définies $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1) Etudier les variations de g (0.75pt)
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près (0.75pt)
- 3) En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$ (0.25pt)
- 4) Soit la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .
 - a) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1pt)
 - b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ (0.5pt)
 - c) En déduire les variations de f (0.75pt)
 - d) Montrer que pour tout $x \in D$, (C) admet trois asymptotes dont on précisera les équations (0.75pt)
- 5) Soit h la restriction de f sur $I = [\alpha; +\infty[$
 - a) Montrer que h réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera. (0.5pt)
 - b) Dresser le tableau de variation de h^{-1} (0.5pt)
 - c) Calculer $h(\frac{1}{2})$ en déduire $(h^{-1})'(\frac{5}{6})$ (0.5pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCE/4.5pts

Une entreprise basée dans la localité de Kai-Kai présente l'évaluation de la production d'un certain type de pièces et des frais de publicité correspondants, dans le tableau suivant :

Production en millier (x_i)	260	280	260	310	300	350	340
Frais de publicité en millions de FCFA(y_i)	17	16	17	19	22	23	26

Cette entreprise possède une grue qui peut lever des charges pour une longueur de la flèche précise. Ainsi le tableau ci-dessous donne la charge maximale m_i en tonnes qu'une grue peut lever pour une longueur l_i (en mètres) de la flèche.

l_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35
m_i	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4

L'entreprise décide de faire une clôture sur son site coutant 35000FCFA le mètre. Le site a la forme rectangulaire dont les dimensions sont la partie réelle et imaginaire du nombre complexe solution de l'équation : $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = -176 - 80i$.

- 1) En utilisant la méthode des moindres carrées, estimer les frais de publicité de Cette entreprise pour une production de 510000 Pièces. (1.5pt)
- 2) Donner une estimation par la méthode MAYER de la charge maximale que peut lever une grue avec une flèche de 26 m de long. (1.5pt)
- 3) Déterminer le montant à dépenser par l'entreprise pour la construction de la clôture. (1.5pt)

« Seuls les paresseux aiment se plaindre »