

COSTI	EXAMEN	EVALUATION N°2	DUREE :	3H
COEF : 6	EPREUVE	MATHEMATIQUES	CLASSE :	1ereC
ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023	PROF	DJOUGUELA STEVE ACHILLE		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 points

EXERCICE 1 : 3.25 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (C) est le cercle d'équation cartésienne

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0. \text{ On donne les points } A(1; 0) \text{ et } B(3; -4)$$

- 1- Donner le centre E et le rayon r de (C). 0.5pt
- 2- Vérifier que le point A appartient à (C) puis écrire une équation de la tangente à (C) en A 0.75pt
- 3- Vérifier que le point B est extérieur à (C). 0.5pt
- 4- Soit m un réel. Donner une équation de la droite (D_m) passant par B et de coefficient directeur m 0.5pt
- 5- Déterminer la distance du point E à la droite (D_m) 0.5pt
- 6- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (D_m) est tangente à (C) 0.5pt

EXERCICE 2 4 points

$$\text{Soit } x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[\text{ tel que } \sin x = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

- 1- Déterminer $\cos 2x$ 0.5pt
- 2- En déduire la valeur de x 0.5pt
- 3- Montrer que pour tout réel x, $4 \sin x \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 3x$ 0.75pt
- 4- En déduire la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9} \sin \frac{4\pi}{9}$ 0.5pt
- 5- Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $2 \cos^2 x - \cos x \geq 0$ 1.25pt

EXERCICE 3 : 4 points

- 1- Soit ABC un triangle, P, Q et R des points tels que $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{8} \overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BR} = \frac{5}{6} \overrightarrow{BC}$
Démontrer que les droites (AR), (BP) et (CQ) sont concourantes 1pt
- 2- Soit ABD un triangle et M le milieu du segment [AD]. I et C des points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{4} \overrightarrow{DI}$. Démontrer que les points B, C et M sont alignés. 1pt
- 3- Soit A et B deux points distincts du plan tel que AB = 8cm.
Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :
 - $\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 = 16$ 0.75pt
 - $\sqrt{2} \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ 0.75pt
 - $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\|$ 0.5pt

EXERCICE 4 4.25pts

On considère les fonctions f, g, h et t définies par :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad ; \quad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad ; \quad h: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad ; \quad t: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sqrt{4 - x^2} \quad x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad (x; y) \mapsto (2x; 1 - x) \quad (x; y) \mapsto \left(\frac{1}{x}; \frac{1-x}{y}\right)$$

- 1- Donner l'ensemble de définition de f, g, h et t 1pt
- 2- Déterminer l'ensemble de définition de fog et de gof 0.5pt
- 3- Donner alors une écriture explicite de fog(x) et gof(x) 0.5pt

- | | |
|--|--------|
| 4- t est – elle une fonction ? une application ? justifier | 0.5pt |
| 5- Montrer que h est bijective et déterminer sa bijection réciproque h^{-1} | 0.75pt |
| 6- Déterminer le domaine de définition de hot puis donner l'écriture explicite de hot(x,y) | 1pt |

PARTIE B/ EVALUATIONS DES COMPETENCES 4.5 POINTS

Compétences à évaluer :

Résoudre une situation problème à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les équations trigonométriques et les lignes de niveaux

SITUATION

Une multinationale a acheté trois parcelles de terrain pour construire des aires de jeu.

- La parcelle 1 a la forme d'un trapèze dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $[0 ; 2\pi[$ de l'équation $4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$ (Prendre 1 unité pour 25m)
- La parcelle 2 a la forme d'un rectangle dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $] - \pi ; \pi]$ de l'équation $2\cos^2(2x) - 3\cos(2x) - 2 = 0$ (Prendre 1 unité pour 25m)
- La parcelle 3 est l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|-4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$
Où ABC est un triangle tels que $AB = AC = 5\text{dam}$ et $BC = 6\text{dam}$

Cette multinationale aimerait recouvrir ces trois parcelles de terrain avec du gazon synthétique qui coûte 15000FCFA le m^2

- | | |
|--|-------|
| 1- Quelle est la somme minimale à prévoir pour recouvrir la parcelle 1 | 1.5pt |
| 2- Quelle est la somme minimale à prévoir pour recouvrir la parcelle 2 | 1.5pt |
| 3- Quelle est la somme minimale à prévoir pour recouvrir la parcelle 3 | 1.5pt |