

Épreuve de mathématiques

Probatoire Blanc 1 : Session de Mars 2023

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

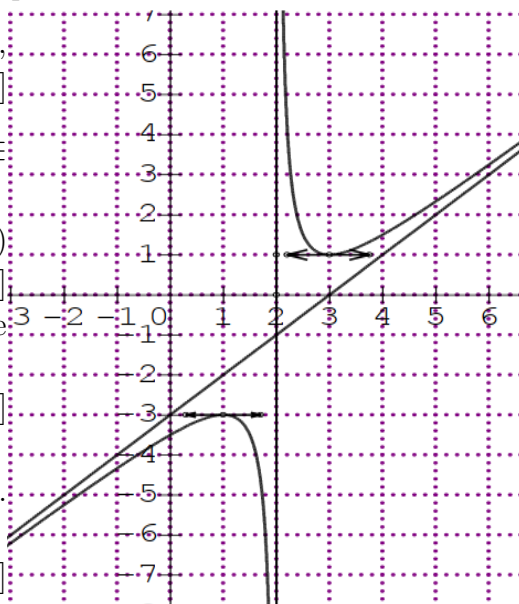
Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :

1. A l'aide du graphe, donner les limites de f en $+\infty$, en $-\infty$, en $2_<$ et en $2_>$. [1pt]
2. On suppose que $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$, où $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.
 - i) Déterminer graphiquement $f(1), f(3)$ et $f'(3)$ où f' est la fonction dérivée de f . [0, 75pt]
 - ii) Montrer que le triplet $(a; b; c)$ vérifie le système :

$$\text{suivant : } (S) : \begin{cases} 9a + 3b + c = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ a + b + c = 3 \end{cases} \quad [0, 75pt]$$
 - iii) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) ci-dessus. [0, 75pt]
 - iv) Déterminer l'expression de $f(x)$. [0, 25pt]
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f . [0, 5pt]
4. Reproduire la courbe de f et tracer dans le même repère la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $g(x) = |f(x)|$. [1pt]



Exercice 2 : (5 points)

I) Une urne contient n boules blanches et 3 boules noires. On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1. Déterminer le nombre de tirage possible. [0, 5pt]
2. Déterminer le nombre de tirage possible contenant au moins une boule blanche. [0, 5pt]
3. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles le nombre de tirage comportant des boules de même couleur soit égale à la moitié du nombre de tirage comportant des boules de couleurs différentes. [1pt]

II) On considère les suites (U_n) et (V_n) respectivement définies par

$$\begin{cases} U_0 = -5 \\ U_n = \frac{2}{3}U_{n-1} - 1, n \geq 1; V_n = 2U_n + 6, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 . [0, 5pt]
2. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme V_0 . [0, 75pt]
3. Déterminer V_n et U_n en fonction de n . [0, 5pt]
4. Calculer la somme $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ en fonction de n . [0, 5pt]

5. En déduire en fonction de n la somme $T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. [0.75pt]

Exercice 3 : (5 points)

Le plan vectoriel réel E est muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. On désigne par f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe le vecteur $f(u) = [(\sqrt{2}\cos t - 1)x + y\cos t]\vec{i} + [-2x\cos t + (\sqrt{2}\cos t + 1)y]\vec{j}$, où $t \in \mathbb{R}$.

1. Définir les mots suivants : endomorphisme et automorphisme. [0.5pt]
2. Donner la matrice A de f dans la base B en fonction de t . [0.5pt]
3. Déterminer les valeurs de t pour lesquelles f n'est pas un automorphisme. [1pt]
4. On pose $t = \frac{\pi}{2}$ et dans la base B , on note $\vec{e}_1(-1, 2)$, $\vec{e}_2(1, -1)$.
 - a) Déterminer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$. [0.5pt]
 - b) Vérifier que $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de E . [0.25pt]
 - c) Ecrire $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$. [0.5pt]
 - d) Déterminer la matrice de f dans la base B' . [1pt]
 - e) Déterminer la matrice de $f \circ f$ dans la base B' . [0.75pt]

Partie B : ÉVALUATION DES COMPETENCES(5 points)

Utiliser les équations et systèmes d'équations pour résoudre un problème de la vie.

Situation :

Kelly et **Paola** sont toutes deux élèves d'une classe de première. Pour les congés de pâques leur classe décide d'organiser une excursion. Pour cela, la classe doit louer un bus pour le transport.

- Si le groupe d'élèves est seul alors il paye 103500 FCFA. Mais si le professeur titulaire et ses 2 collègues les accompagnent alors ils devront payer 96000 FCFA à raison d'une réduction de 300 FCFA par ticket de voyage. Cependant chaque participant dispose de 2200 FCFA pour son transport.
- Afin d'avoir l'argent nécessaire pour faire partie de l'excursion, **Kelly** et **Paola** décident de faire un petit job : défricher un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle dont le côté le plus petit mesure 30m et le périmètre de ce champ est de 120m. Dix mètre-carrés de défrichage étant estimé à 1500 FCFA. Les deux amies espèrent pouvoir s'offrir chacune un sac de voyage de 8000FCFA avec l'argent de ce travail.
- Le défrichage de ce champ s'effectue en deux (02) jours. Chaque soir après le travail, **Kelly**, **Paola** et leur amie **Laura** se rendent dans un restaurant pour refaire le plein d'énergie. Le premier soir, **Kelly** commande 2 beignets, une orange et un bol de bouillie, puis paie 325 FCFA. **Paola** débourse 675 FCFA pour 4 beignets et 3 oranges et un bol de bouillie tandis que **Laura** débourse 400 FCFA pour un beignet, 2 oranges et 3 bols de bouillie. Le deuxième soir, n'ayant plus que 1100FCFA, les trois amies décident de prendre un plat pour trois constitué de 7 beignets, 4 oranges et 3 bols de bouillie.

Tâches :

1. La somme d'argent dont dispose chaque participant à cette excursion pour son transport est-elle suffisante? [1, 5pts]
2. La somme d'argent dont disposent Kelly et Paola après le défrichage leur permettra-t-elle de s'offrir les deux sacs? [1, 5pts]
3. La somme d'argent dont dispose les trois amies le deuxième soir du Défrichage suffira-t-elle pour prendre un plat pour trois personnes? [1, 5pts]

Présentation : 0, 5point

Bonne chance!!!