

COLLEGE PRIVE LAIC YMELÉ

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Evaluation 2	Mathématiques	06	03h	1 ^{ère} C	2022/2023

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources (15,5 points)

EXERCICE 1 : Dénombrement (5,5 points)

A/ On considère dans \mathbb{R}^2 les vecteurs : $e_1 = (1; 2)$, $e_2 = (-2; 3)$ et $e_3 = (4; 1)$.

Soit $F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2, 3x + 2y = 0\}$ et $G = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2, x + y + 2 = 0\}$ deux sous ensemble de \mathbb{R}^2 .

1. a. Montrer que $\{e_1, e_2, e_3\}$ est une famille liée de \mathbb{R}^2 . 0.5pt
- b. Montrer que $\{e_1; e_2\}$ est une famille libre et génératrice de \mathbb{R}^2 . 0.75pt
- c. En déduire une base de \mathbb{R}^2 puis la dimension de \mathbb{R}^2 . 0.75pt
2. a. G est-il un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 ? 0.5pt
- b. Montrer que F est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 . 1pt

B/ 1. On considère le cercle (C) de centre $\Omega(0; 1)$ et de rayon $r = 2\sqrt{2}$. Soit $\vec{u}(-1; 1)$ un vecteur du plan. Déterminer les équations des tangentes à (C) dont un vecteur directeur est \vec{u} . 1pt

2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. 1pt

EXERCICE 2 : Trigonométrie (5 points)

- A) 1. Définir cercle trigonométrique et y placer la mesure principale de $\frac{7\pi}{4}$. 0,75pt
On rappelle que : $\frac{7\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi$ et $\frac{7\pi}{4} = 2 \times \frac{7\pi}{8}$.
2. Démontrer que $\cos^2 \frac{7\pi}{8} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin^2 \frac{7\pi}{8} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$. 1pt
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{8}$ et $\sin \frac{7\pi}{8}$. 0,5pt
4. Résoudre dans l'intervalle $]0; \pi]$, l'équation $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos x + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin x = \sqrt{2}$. 1pt
- B) On considère le polynôme h défini par : $h(t) = t^2 - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)t + \frac{\sqrt{3}}{3}$.
1. a) En remarquant que h peut se mettre sous la forme $h(t) = t^2 - St + P$ où S est la somme et P le produit des racines, donner les racines de h . 0,5pt
b) En déduire l'ensemble solution de l'équation $h(t) = 0$. 0,25pt
2. On considère maintenant l'équation $(E) : \tan^2 x - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \tan x + \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$.
En se servant de la question 1), résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation (E) . 1pt

EXERCICE 3 : Barycentre (5 points)

A/ L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B de sens direct tel que $AB = BC = 6\text{cm}$. On désigne par I le milieu du segment $[AB]$. Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure.

1. a) Construire sur cette figure le point P , barycentre du système de points pondérés $(A, 3)$ et $(B, 1)$. 0,5pt
- b) Construire sur cette figure le point G , barycentre du système de points pondérés $(A, 3)$, $(B, 1)$ et $(C, 4)$. 0,5pt

<http://sujetexa.com>

- c) Montrer que les points C, G et P sont alignés. 0,25pt
- d) Dans le plan est muni d'un repère orthonormé, on donne $A(2; 5), B(-3; -2)$ et $C(2; -2)$.
Déterminer les coordonnées du point G . 0,5pt
2. On considère les points Q et N tels que $\overrightarrow{AQ} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.
Montrer que les droites $(BQ), (AN)$ et (PC) sont concourantes. 1pt
- B/ 1. Que signifie dénombrer ? Citer 4 outils graphiques du dénombrement. 0,5pt
2. Un sondage auprès de 140 élèves d'un collège a donné les résultats suivants :
45 élèves jouent au volleyball, 110 jouent au basketball et 38 jouent à la fois au volley et au basket.
a. Représenter cette situation par un Diagramme de Carroll. 0,75pt
b. Combien d'élèves ne pratiquent aucun sport ? 0,5pt
3. Combien de codes constitués de la lettre A et des chiffres 5 et 8 peut-on former ? 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux lignes de niveau, aux barycentres et aux équations pour estimer un budget.

Aux extrémités F et E d'une Tige de longueur 3 mètres sont accrochés deux seaux, l'un de 20kg et l'autre 5kg. Julio est un fabricant de pavés et utilise ce dispositif (voir figure 1) pour remplir les fûts d'eau dans son chantier. Pour éviter des blessures à l'épaule à cause de la surface rugueuse de la perche, Julio décide de recouvrir d'un alliage en silicone, l'espace le plus long entre le point d'équilibre de la tige et une extrémité ; mais, il ne dispose que de 1300fcfa et le mètre de l'alliage en silicone coûte 390fcfa.

Pour les fêtes de fin d'année, son employeur, M. SOTO veut paver sa cour de $30m^2$. Il demande à Julio de lui fabriquer selon ses exigences des pavés de forme triangle rectangle (voir figure 2)

d'aire $\mathcal{A} = 24cm^2$, de plus long côté de longueur 10 cm. Pour commencer le travail, M. SOTO donne 24500f à Julio pour la fabrication d'un moule triangulaire en aluminium dont le centimètre linéaire coûte 2505fcfa. Par ailleurs, pour

remédier au problème d'eau dont il fait face, Julio a demandé une avance 150 000fcfa à M. SOTO pour faire creuser un puits dans sa fabrique. Le puits est situé entre une borne P et une extrémité Q de sa parcelle. Les bords du puits sont le lieu des points M du plan tels que : $MP^2 + MQ^2 = 54$

avec $PQ = 10 m$. L'ingénieur que Julio a consulté

pour creuser le puits lui demande 5500frs pour un mètre cube de terre creusé tout en le rassurant qu'il aura l'eau à 18 mètres de profondeur.

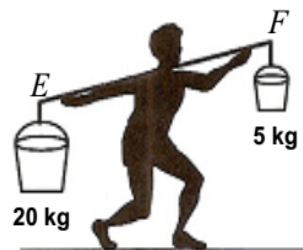


Figure 1

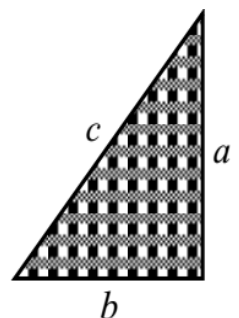


Figure 2

Tâches :

1. La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de fabriquer le moule de forme triangulaire ? 1,5pt
2. La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de faire creuser son puits. ? 1,5pt
3. La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de s'acheter la quantité de silicone nécessaire ? 1,5pt

Jean Rostand a dit « Attendre d'en savoir assez pour agir en toute lumière, c'est se condamner à l'inaction. »
<http://sujetexa.com>