

COLLEGE PRIVE LAIC YMELE

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Evaluation 2	Mathématiques	06	03h	1 ^{ère} C	2022/2023

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources (15,5 points)

EXERCICE 1 : Dénombrement (5,5 points)

A/ On considère dans \mathbb{R}^2 les vecteurs : $e_1 = (1; 2)$, $e_2 = (-2; 3)$ et $e_3 = (4; 1)$.

Soit $F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2, 3x + 2y = 0\}$ et $G = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2, x + y + 2 = 0\}$ deux sous ensemble de \mathbb{R}^2 .

1. a. Montrer que $\{e_1, e_2, e_3\}$ est une famille liée de \mathbb{R}^2 . 0,5pt
- b. Montrer que $\{e_1, e_2\}$ est une famille libre et génératrice de \mathbb{R}^2 . 0,75pt
- c. En déduire une base de \mathbb{R}^2 puis la dimension de \mathbb{R}^2 . 0,75pt
2. a. G est-il un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 ? 0,5pt
- b. Montrer que F est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^2 . 1pt

B/ 1. On considère le cercle (C) de centre $\Omega(0; 1)$ et de rayon $r = 2\sqrt{2}$. Soit $\vec{u}(-1; 1)$ un vecteur du plan. Déterminer les équations des tangentes à (C) dont un vecteur directeur est \vec{u} . 1pt

2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\text{Mes}(\widehat{MA}, \widehat{MB}) = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. 1pt

EXERCICE 2 : Trigonométrie (5 points)

A) 1. Définir cercle trigonométrique et y placer la mesure principale de $\frac{7\pi}{4}$. 0,75pt

On rappelle que : $\frac{7\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi$ et $\frac{7\pi}{4} = 2 \times \frac{7\pi}{8}$.

2. Démontrer que $\cos^2 \frac{7\pi}{8} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin^2 \frac{7\pi}{8} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$. 1pt

3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{8}$ et $\sin \frac{7\pi}{8}$ 0,5pt

4. Résoudre dans l'intervalle $]0; \pi]$, l'équation $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cos x + \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin x = \sqrt{2}$. 1pt

B) On considère le polynôme h défini par : $h(t) = t^2 - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)t + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

1. a) En remarquant que h peut se mettre sous la forme $h(t) = t^2 - St + P$ où S est la somme et P le produit des racines, donner les racines de h . 0,5pt
- b) En déduire l'ensemble solution de l'équation $h(t) = 0$. 0,25pt

2. On considère maintenant l'équation (E) : $\tan^2 x - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \tan x + \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$.

En se servant de la question 1), résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation (E). 1pt

EXERCICE 3 : Barycentre (5 points)

A/ L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B de sens direct tel que $AB = BC = 6\text{cm}$. On désigne par I le milieu du segment $[AB]$. Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure.

1. a) Construire sur cette figure le point P , barycentre du système de points pondérés $(A, 3)$ et $(B, 1)$. 0,5pt
- b) Construire sur cette figure le point G , barycentre du système de points pondérés $(A, 3)$, $(B, 1)$ et $(C, 4)$. 0,5pt

<http://sujetexa.com>

- c) Montrer que les points C , G et P sont alignés. 0,25pt
- d) Dans le plan est muni d'un repère orthonormé, on donne $A(2 ; 5)$, $B(-3 ; -2)$ et $C(2 ; -2)$.
Déterminer les coordonnées du point G . 0,5pt
2. On considère les points Q et N tels que $\overrightarrow{AQ} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.
Montrer que les droites (BQ) , (AN) et (PC) sont concourantes. 1pt
- B/ 1. Que signifie dénombrer ? Citer 4 outils graphiques du dénombrement. 0,5pt
2. Un sondage auprès de 140 élèves d'un collège a donné les résultats suivants :
45 élèves jouent au volleyball, 110 jouent au basketball et 38 jouent à la fois au volley et au basket.
- a. Représenter cette situation par un Diagramme de Carroll. 0,75pt
- b. Combien d'élèves ne pratiquent aucun sport ? 0,5pt
3. Combien de codes constitués de la lettre A et des chiffres 5 et 8 peut-on former ? 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux lignes de niveau, aux barycentres et aux équations pour estimer un budget.

Aux extrémités F et E d'une Tige de longueur 3 mètres sont accrochés deux seaux, l'un de 20kg et l'autre 5kg . Julio est un fabriquant de pavés et utilise ce dispositif (voir figure 1) pour remplir les fûts d'eau dans son chantier. Pour éviter des blessures à l'épaule à cause de la surface rugueuse de la perche, Julio décide de recouvrir d'un alliage en silicone, l'espace le plus long entre le point d'équilibre de la tige et une extrémité ; mais, il ne dispose que de 1300fcfa et le mètre de l'alliage en silicone coûte 390fcfa.

Pour les fêtes de fin d'année, son employeur, M. SOTO veut pavé sa cour de $30m^2$. Il demande à Julio de lui fabriquer selon ses exigences des pavés de forme triangle rectangle (voir figure 2)

d'aire $\mathcal{A} = 24cm^2$, de plus long côté de longueur 10 cm . Pour commencer le travail, M. SOTO donne 24500f à Julio pour la fabrication d'un moule triangulaire en aluminium dont le centimètre linéaire coûte 2505fcfa. Par ailleurs, pour

remédier au problème d'eau dont il fait face, Julio a demandé une avance 150 000fcfa à M. SOTO pour faire creuser un puits dans sa fabrique. Le puits est situé entre une borne P et une extrémité Q de sa parcelle. Les bords du puits sont le lieu des points M du plan tels que : $MP^2 + MQ^2 = 54$

avec $PQ = 10$ m. L'ingénieur que Julio a consulté pour creuser le puits lui demande 5500frs pour un mètre cube de terre creusé tout en le rassurant qu'il aura l'eau à 18 mètres de profondeur.

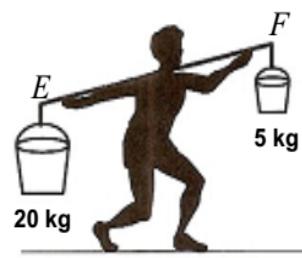


Figure 1

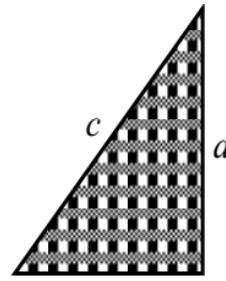


Figure 2

Tâches :

- La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de fabriquer le moule de forme triangulaire ? 1,5pt
- La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de faire creuser son puits. ? 1,5pt
- La somme d'argent dont Julio dispose lui permettra-t-il de s'acheter la quantité de silicone nécessaire ? 1,5pt

Jean Rostand a dit « Attendre d'en savoir assez pour agir en toute lumière, c'est se condamner à l'inaction. »
<http://sujetexa.com>