

COSTI	EXAMEN	CONTROLE CONTINU N°3	DUREE :	4H
COEF : 4	EPREUVE	MATHEMATIQUES	CLASSE :	TleD
JANVIER 2023	PROF	DJOUGUELA STEVE ACHILLE		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15.5 points

EXERCICE 1 : QCM 3.5 points

Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses te sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondante à la réponse juste.

NB : réponse juste 0.5pt réponse fausse -0.25pt pas de réponse 0pt

- L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \ln(2x^3 - 3x)$ est :
a- $D_f = [0 ; 1.5] \cup [1.5 ; +\infty[$; b) $D_f =]-\infty ; 0[\cup]1.5 ; +\infty[$; c) $D_f = [1.5 ; +\infty[$; d) $D_f =]0 ; 1.5[\cup]1.5 ; +\infty[$
- La résolution du système $(S) : \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ \ln(xy) = \ln 10 \end{cases}$ dans $\mathbb{R}^2$ a pour ensemble solution :
a- $S = \{(5; 2)\}$; b) $S = \{(5; 2); (2; 5)\}$; c) $S = \{(-2; -5); (-5; -2)\}$; d) $S = \{(-2; -5)\}$
- L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln(x+2) = 1 + \ln(x+3)$ est :
a- $S = \emptyset$; b) $S = \left\{\frac{3e+2}{e-1}\right\}$; c) $S = \left\{-3e - \frac{2}{e+1}\right\}$; d) $S = \left\{\frac{3e+2}{e+1}\right\}$
- L'écriture simplifiée de l'expression $\ln\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$ est :
a- $2\sqrt{3}$; b) $\ln 1$; c) $-\ln 2$; d) $\ln 2$
- L'inéquation $\ln\left(\frac{2x-3}{5x+1}\right) \leq 0$ a pour ensemble solution :
a- $S =]-\infty ; -\frac{4}{3}[\cup]\frac{-1}{5} ; +\infty[$; b) $S =]-\infty ; -\frac{4}{3}[\cup]\frac{-1}{5} ; +\infty[$; c) $S =]-\infty ; -\frac{1}{5}[\cup]\frac{3}{2} ; +\infty[$; d) $S = \left[\frac{-1}{5} ; \frac{3}{2}\right]$
- La primitive de la fonction $f(x) = 3x^2\sqrt{x^3 + 1}$ sur $] -1 ; +\infty[$ est :
a- $F(x) = \frac{2}{3}(x^3 + 1)^{\frac{3}{2}}$; b) $F(x) = \frac{3}{2}(x^3 + 1)^{\frac{3}{2}}$; c) $F(x) = \frac{2}{3}(x^3 + 1)^{\frac{1}{2}}$; d) aucune réponse
- La limite de la fonction $f(x) = x - 1 - \ln(2x - 1)$ lorsque x tend vers $+\infty$ est
a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0 ; d) aucune réponse

EXERCICE 2 4 points

On donne dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, I, J) , les points C, H et A d'affixes respectives $c=1$; $h=4-3i$ et $a=2+i$

- Donner la nature exacte du triangle CHA. 0.75pt
- Soit (L) l'ensemble des points M du plan tel que $|z - 3 + i| = \sqrt{5}$
a- Montrer que les points C, H et A appartiennent à (L) . 0.75pt
b- Déterminer et construire (L) 0.5pt
- Soit R la transformation du plan d'écriture complexe réduite $Z' = \frac{1}{2}iZ + 1 - \frac{1}{2}i$
a- Donner la nature et les éléments caractéristiques de R 1pt
b- Déterminer l'affixe du point A' image de A par R 0.25pt
c- Déterminer et construire l'image (L') de l'ensemble (L) par R 0.75pt

EXERCICE 3 3 points

I- Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{(x-3)^2}$

- Déterminer a, b et c tels que $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ 0.75pt

2- En déduire la primitive F de la fonction f qui prend la valeur 5 en 2 **0.75pt**

II- On considère les fonctions $f(x) = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x$ et $g(x) = 2x\sin 2x$

1- Exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ **0.75pt**

2- En déduire la primitive de g qui s'annule en π **0.75pt**

PROBLEME 5 points

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x - 4 + \frac{1}{4}\ln x$

1- Dresser le tableau de variation de f **1pt**

2-

a) Montrer que la courbe de f coupe l'axe des abscisses en un unique point d'abscisse a. **0.5pt**

b) Donner un encadrement de a d'amplitude 0.1 **0.5pt**

3- Soit g la fonction définie sur $I = [3 ; 4]$ par $g(x) = 4 - \frac{1}{4}\ln x$

a- Montrer que $f(x) = 0$ équivaut à $g(x) = x$ **0.5pt**

b- Montrer que pour tout x appartenant à I, $g(x)$ appartient à I **0.5pt**

c- Démontrer que pour tout x appartenant à I, $|g'(x)| \leq \frac{1}{12}$ **0.5pt**

4- Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 3$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = g(U_n)$.

a- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, U_n appartient à I. **0.5pt**

b- Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - a| \leq \frac{1}{12} |u_n - a|$ **0.5pt**

c- En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - a| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^n$ **0.5pt**

d- Justifier que (U_n) converge et donner une valeur approchée de sa limite à 0.01 près **0.5pt**

PARTIE B EVALUATIONS DES COMPETENCES 4.5 Points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. L'unité est le mètre. Mr DTSA a un jardin triangulaire dont un sommet est repéré par son affixe $2+3i$ et les deux autres sont solutions de l'équation complexe $z^2 + (2 + 3i)z - 2(1 - 2i) = 0$. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le mètre coute 1000FCFA.

Le terrain de madame DNG est un domaine ABCD où les sommets A,B et C ont pour affixes respectives $-1 + i$, $1 + 5i$ et $3 - i$. Le point D est l'image du point C par la similitude directe de centre B qui transforme A en C. Madame DND voudrait recouvrir son domaine de pavé d'aire **0.2m²** chacun. Chaque pavé étant vendu à 150FCFA.

Mr DTSA a regroupé dans un tableau la production moyenne y en tonne de son jardin en fonction du nombre d'années. Par calculs, il désire estimer la production en tonne de son jardin la 15^e années si le couple (x, y) formé du rang de l'année de la production en tonne correspondante est solution de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés

Années(x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production (y_i)	3	4	5.1	6	7.5	8	9.4	10.5	11.5	13

TACHES

1- Aide Mr DTSA à estimer sa production la quinzième année et préciser si cette estimation est fiable **1.5pt**

2- Quelle est la dépense totale de doit effectuer Mde DND pour recouvrir son domaine **1.5pt**

3- Quelle est la dépense totale à effectuer par Mr DTSA pour entourer son jardin **1.5pt**