**Ministère des Enseignements Secondaires** **Année Scolaire : $2021-2022$**
**LYCEE DE NKOLBISSON** **Classe : $1^{ere}C$ ; Coef : $6$ ; Durée : $03h00$**
**DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES** **Examinateur : TSANGOU METSIM**

# PROBATOIRE BLANC $N^{\circ}1$

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES $(15,5\ points)$

### Exercice 1 : $(4,5\ points)$

**I-** **Mr NDEMOU** a interrogé $n$ élèves d'une classe de $1^{ere}$ par rapport à la ponctualité et l'assiduité. Il en ressort que $(n-17)$ élèves sont assidus ; $\frac{n}{3}-1$ sont ponctuels ; $8$ sont assidus et ponctuels et $11$ ne sont ni assidus, ni ponctuels. Déterminer l'effectif total de cette clase. **$0,5\ pt$**

**II-** On donne deux points $A$ et $B$ du plan tels que $AB=5cm$. Soit $I$ le milieu de $[AB]$. On note $G$ le barycentre du système $\{(A,1);(B,2)\}$ et $H$ celui du système $\{(A,2);(B,1)\}$.

**1)** Construire les points $G$ et $H$. **$0,5\ pt$**

**2)** Démontrer que $G$ et $H$ sont symétriques par rapport a $I$. **$0,25\ pt$**

**3)** Soit $(\Sigma)$ l'ensemble des points $M$ du plan tels que $(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}).(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})=\frac{299}{4}$.

**a)** Déterminer les réels $x$ et $y$ tels que pour tout point $M$ du plan, on ait : **$0,5\ pt$**
$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MG}$ et $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=y\overrightarrow{MH}$.

**b)** Montrer que pour tout point $M$ du plan, on a : $\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{MH}=MI^2-\frac{25}{36}$. **$0,5\ pt$**

**c)** Déterminer et construire $(\Sigma)$. **$0,5\ pt$**

**III-** On considère le nombre $\alpha=cos\frac{2\pi}{5}+cos\frac{8\pi}{5}$ et l'équation $(E)$: $x^2+x-1=0$.

**1-** Montrer que $\alpha=2cos\frac{2\pi}{5}$. **$0,25\ pt$**

**2-** Sachant que $\alpha$ est solution de l'équation $(E)$, déterminer la valeur exacte de $cos\frac{2\pi}{5}$. **$0,25\ pt$**

**3-** En déduire la valeur exacte de $cos\frac{\pi}{5}$. **$0,5\ pt$**

**4-** Résoudre dans $[0;2\pi[$, l'équation $4\cos(2x)=1+\sqrt{5}$. **$0,75\ pt$**

### Exercice 2 : $(4\ points)$

Dans le plan orienté, on considère un triangle direct $OAB$ rectangle et isocèle en $O$. On note $R_A$ et $R_B$ les rotations de centres respectifs $A$ et $B$ et de même angle $\frac{\pi}{2}$, et $S_O$ la symétrie de centre $O$. On place un point $C$, non situé sur la droite $(AB)$, puis on trace les carrés directs $BEDC$ et $ACFG$.

**1-** Faire une figure claire et soignée. **$0,5\ pt$**

**2-**

**a)** Déterminer $S_{(AO)}\circ S_{(AB)}$. **$0,5\ pt$**

**b)** Déterminer une droite $(\Delta)$ telle que $R_B=S_{(AB)}\circ S_{(\Delta)}$ **$0,25\ pt$**

**c)** Démontrer que $R_A\circ R_B=S_O$. **$0,25\ pt$**

**d)** Déterminer l'image de $E$ par $R_A\circ R_B$. **$0,25\ pt$**

**e)** En déduire que $O$ est le milieu du segment $[EG]$. **$0,25\ pt$**

**3-** On note $R_F$ et $R_D$ les quarts de tours directs de centres respectifs $F$ et $D$.

**a)** Etudier l'image de $C$ par la transformation $R_F\circ S_O\circ R_D$. **$0,5\ pt$**

**b)** Déterminer alors la transformation $R_F\circ S_O\circ R_D$. **$0,5\ pt$**

**4-** Soit $H$ le symétrique du point $D$ par rapport a $O$.

**a)** Démontrer que $R_F(H)=D$. **$0,5\ pt$**

**b)** Démontrer que le triangle $FOD$ est rectangle isocèle en $O$. **$0,5\ pt$**

## **Exercice 3 :** $(8\ points)$

On considère la fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}-\{-1\}$ vers $\mathbb{R}$ par : $h(x)=\frac{x-x^2}{x+1}$. On note $(C)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. L'unité graphique est le centimètre.

**1-** Etudier les variations de $h$ et dresser son tableau de variation. $\mathbf{1,5\ pt}$

**2-**

**a)** Déterminer les réels $a,b$ et $c$ tels que pour tout réel $x$ différent de $-1$, $h(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$. $\mathbf{0,5\ pt}$

**b)** En déduire que $(C)$ admet une asymptote oblique $(D)$ et préciser son équation. $\mathbf{0,5\ pt}$

**c)** Etudier les positions relatives de $(C)$ et $(D)$. $\mathbf{0,5\ pt}$

**d)** Montrer que le point $\Omega(-1;3)$ est centre de symétrie de $(C)$. $\mathbf{0,5\ pt}$

**3-** Montrer que $(C)$ admet deux tangentes $(T_1)$ et $(T_2)$ en deux points parallèles a la droite d'équation $y=x+1$. Préciser les abscisses de ces points. $\mathbf{0,75\ pt}$

**4-** Construis l'asymptote verticale, $(D)$, $(T_1)$, $(T_2)$ et $(C)$. $\mathbf{1\ pt}$

**5-** Soit $g$ la fonction définie par $g(x)=h(-x)$. Construire $(C_g)$ la courbe de la fonction $g$ dans le même repère que $(C)$. $\mathbf{0,75\ pt}$

**6-** Utiliser la courbe $(C)$ de $h$ pour déterminer en fonction du paramètre réel $m$ l'existence, le nombre et le signe des solutions éventuelles de l'équation $(E_m)$: $-x^2+(1-m)x-m=0$. $\mathbf{0,75\ pt}$

**7-** $ABCD$ est un carré de coté $1$. $M$ est un point du segment $[AB]$. Soit la demi-droite portée par la droite $(BC)$ d'origine $C$ et ne contenant pas $B$. On place le point $N$ tel que $CN=AM$. La droite $(MN)$ coupe $(DC)$ en $P$. On pose $AM=x$.

**a)** Réaliser une figure et montrer que $PC=\frac{x-x^2}{x+1}$. $\mathbf{0,75\ pt}$

**b)** En déduire la valeur de $x$pour laquelle la distance $PC$ est maximale et préciser cette valeur maximale. $\mathbf{0,5\ pt}$

# Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES

**Situation :**

**M. TSANGOU** patron de l'entreprise « **Geekhardware**» décide a l'occasion des fetes de fin d'année, une tombola. Le comité chargé de cette tombola concoit un jeu qui consiste a tirer successivement et sans remise deux boules d'une urne contenant $7$ boules dont $3$ boules noires numérotées $0;4$ et $3$ puis $4$ boules blanches numérotées $0;2;7$ et $3$ indiscernables au toucher. On désigne par $a$ et $b$ les numéros resêctifs du premier et du deuxieme tirage et on considere la fonction $g$ définie par : $g(x)=\frac{8+x^3}{x+2}+ax\ si\ x<-2$ ; $g(x)=x^2+\frac{1}{2}x+3\ si\ x>-2$ et $g(-2)=2a+b$. Un joueur gagne lorsqu'il tire deux boules portant des réels pour lesquels la fonction numérique $g$ est continue en $-2$.

**M. NDEMOU** a été employé dans cette entreprise. Apres plusieurs années de travail, l'entreprise connait des difficultés et décide de réduire l'effectif de son personnel. **M. NDEMOU** est ainsi licencié et bénéficie de ses droits d'un montant de $4.000.000 FCFA$. Il ouvre un compte dans une coopérative qui applique un taux d'intérêt de $x\%$ a la fin de chaque triumestre. Il y place la totalité de ses droits en attendant de réfléchir sur un projet qui lui sera rentable. Apres $6$ mois, il consulte son compte et releve un montant de $4.161.600\ FCFA$.

**M. NDEMOU** achete avec l'argent retiré a la coopérative un terrain rectangulaire d'aire de $529m^2$ et de périmetre minimal dont il ignore les dimensions.

## Taches :

**1-** Déterminer le taux d'intérêt appliqué dans la coopérative apres un trimestre. $\mathbf{1,5\ pt}$

**2-** Déterminer les dimensions du terrain de M. NDEMOU. $\mathbf{1,5\ pt}$

**3-** Déterminer le nombre de tirages pouvant permettre a un joueur de gagner. $\mathbf{1,5\ pt}$

**<u>SITUATION</u> :**

Le tableau ci-dessous donne la répartition des $100$ ouvriers d'une société industrielle de la place en fonction de leur âge :

| Âge | $[18;22[$ | $[22;26[$ | $[26;30[$ | $[30;34[$ | $[34;38[$ | $[38;42[$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'ouvriers | $17$ | $23$ | $x^2$ | $18$ | $12$ | $x$ |

Le chiffre d'affaires de cette société est de $100.000.000$ **FCFA** au 1er janvier $2020$ et augmente chaque année de $5\%$.

A l'occasion des fêtes de fin d'année, cette société organise une tombola. Le comité chargé de cette tombola conçoit un jeu qui consiste à tirer successivement et sans remise deux boules d'une urne contenant $7$ boules dont $3$ boules noires numérotées $0; 4$ et $3$ puis $4$ boules blanches numérotées $0; 2; 7$ et $3$ indiscernables au toucher. On désigne par $a$ et $b$ les numéros respectifs du premier et du deuxième tirage et on considère la fonction $g$ définie par $g(x) = \dfrac{8+x^3}{x+2} + ax$ si $x < -2$ $g(x) = x^2 + \dfrac{1}{2}x + 3$ si $x > -2$ et $g(-2) = 2a + b$. Un joueur **gagne lorsqu'il tire deux boules** portant des réels pour lesquels la fonction numérique $g$ est continue en $-2$.

**Tâches :**

1. Détermine l'âge moyen des ouvriers de cette société. **1,5pt**
2. Détermine le nombre de tirages pouvant permettre à un joueur de gagner. **1,5pt**
3. Détermine le chiffre d'affaires de cette société en $2028$. **1,5pt**