

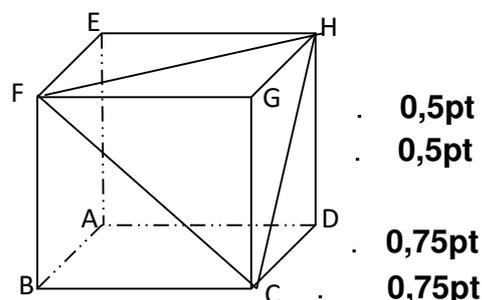
COLLÈGE François-Xavier VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC	AVRIL 2022
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : Première C	Durée : 3 heures	coefficient : 6

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)

EXERCICE 1: (04,75 points)

I- $ABCDEFGH$ est un cube (voir figure ci-contre)

- 1) a) Montrer que les droites (HC) et (FA) sont orthogonales.
- b) Montrer que la droite (BC) est orthogonale au plan (FEA) .
- 2) Déterminer les coordonnées des points C, F et H dans le repère orthonormé de l'espace $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
- 3) Donner une équation cartésienne du plan (CFH) .



II- Soit E un espace vectoriel de base $B = (\vec{i}, \vec{j})$ et f un endomorphisme de E dont la matrice dans la B est $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Les applications g et h sont aussi des endomorphismes de E définies par $g = f + id_E$ et $h = f - 2id_E$.

- 1) Montrer que $Ker\ g$ est une droite vectorielle dont on précisera une base $\overrightarrow{a_1}$ 0,75pt
- 2) Montrer que $Ker\ h$ est une droite vectorielle dont on précisera une base $\overrightarrow{a_2}$ 0,75pt
- 3) a) Montrer que $(\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2})$ est une base de E 0,25pt
- b) Ecrire la matrice de f dans la base $(\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2})$ 0,5pt

EXERCICE 2 : (02 points)

Une compagnie privée de transport aérien dessert les capitales de six pays. Le Cameroun (C) ; le Tchad (T) ; la France (F) ; le Benin (B) ; le Gabon (G) et le Nigéria (N). Le tableau ci-dessous donne le plan des vols directs existant dans le réseau de transport aérien de cette compagnie dans ces pays.

Étant à	B	C	N	G	T	F
Il est possible d'aller à	C	T, G, F	C	B	N	G, T

- 1) Dessiner un graphe permettant de modéliser ce réseau de transport aérien. 0,75pt
- 2) Ce graphe est-il complet ? justifier votre réponse. 0,5pt
- 3) Quel est le nombre de vols directs de cette compagnie ? 0,25pt
- 4) Sachant que chacun de ces pays possède un seul diplomate, Peut-on organiser des rencontres entre les diplomates du Cameroun, du Tchad, de la France, du Benin et du Nigeria de sorte que chaque diplomate rencontre uniquement 3 autres diplomates ? justifier votre réponse. 0,5pt

EXERCICE 3 : (06 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0; I; J)$. f est la fonction d'une variable réel x définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{si } x \leq 1 \\ x - 1 + \frac{4}{x-3} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . 0,25pt
- 2) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f . 1pt
- 3) a- Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point d'abscisse $x_0 = 1$. 1pt
- b- En déduire les équation des demi-tangentes à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$. 0,5pt
- 4) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de f sur chacun des intervalles où f est dérivable. 0,75pt

- 5) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation sur D_f . 1pt
- 6) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à la courbe de f au voisinage de $+\infty$. 0,25pt
- 7) Construire dans le repère orthonormé $(0; I; J)$, la droite (D) , la courbe de f ainsi que les demi-tangentes à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$. 1,25pt

EXERCICE 4 : (02,25 points)

ABCD est un carré de sens direct, de centre I et de coté 3cm.

- 1) Montrer que $C = \text{bar}\{(A, -1), (B, 1), (D, 1)\}$. 0,25pt
- 2) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
 $-MA^2 + MB^2 + MD^2 = 9$. 0,75pt
- 3) On considère les rotations $r_1 = r\left(B; \frac{\pi}{2}\right)$; $r_2 = r\left(C; -\frac{\pi}{2}\right)$
- a) Déterminer l'image de C par $r_1 \circ r_2$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de $r_1 \circ r_2$. 0,75pt
- b) En déduire et construire l'ensemble (Γ') image de (Γ) par l'isométrie $r_1 \circ r_2$. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5points)

Situation :

Monsieur Mouchigam est une Elite dans une localité du Cameroun. A son arrivé dans sa concession au village en avril 2022, il décide de primer les meilleurs élèves scientifiques. Apres observations des relevés de notes, il constate que 25 élèves ont eu au moins 10/20 en mathématiques, 35 en physiques et 45 élèves dans l'une ou l'autre des deux matières. La concurrence étant rude, monsieur Mouchigam décide de choisir simultanément 5 élèves parmi ceux ayant eu au moins 10/20 en maths exclusivement, 10 parmi ceux ayant eu au moins 10/20 en physique exclusivement et 7 parmi ceux ayant eu au moins 10/20 dans les deux matières exclusivement et il procède ensuite à la remise des prix.

Pour résoudre les problèmes d'eau dans sa localité, monsieur Mouchigam souhaite creuser un forage d'eau par l'intermédiaire d'une entreprise spécialisée. Cette entreprise devra creuser un puits de 11 mètres car la nappe d'eau est annoncée à 10 mètres de profondeur par un spécialiste. Les tarifs de l'entreprise sont les suivant : 50 000 FCFA pour le premier mètre creusé, 70 000 FCFA pour le deuxième mètre creusé, et ainsi de suite en augmentant le prix de chaque nouveau mètre creusé de 20 000 FCFA.

Monsieur Mouchigam possède également une usine faisant essentiellement dans l'agriculture et il souhaite choisir parmi les techniciens en agriculture de son village, 3 techniciens de maintenance chargé de la sécurité et de la maintenance des machines de l'usine. Pour cela, il a relevé le nombre de technicien du village suivant leurs âges et les résultats obtenus ont été regroupés dans le tableau ci-dessous.

âge	[20; 26[[26; 32[[32; 38[[38; 44[[44; 50[Total
Effectif	15	26	20	10	4	75

Dans les critères d'embauches, monsieur Mouchigam précise à son directeur des ressources humaines qu'il souhaite attribuer le poste de technicien de maintenance à des personnes dont l'âge correspond à la partie entière de l'âge médian des techniciens en agricultures.

Tâches :

- 1) Combien y a-t-il de choix possibles des élèves à primer par monsieur Mouchigam ? 1,5pt
- 2) Quel est le coût total du forage pour ce puits de 11 mètres de profondeur ? 1,5pt
- 3) Quel est l'âge des potentiels recrues au poste de technicien de maintenance ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt