MINESEC

D.R.O----D.D.M

Lycée technique de TAYIM

Département de Mathématiques

Année scolaire 2022/2023
Classe : Tle MAGE
Evaluation sommative:2
Durée : 2h trim1
Coefficient : 04

Epreuve de mathématiques : (20pts)

Exercice1 : (05pts)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1cm.

1- *Résoudre dans IC l'équation* : $z^2 + 4i\sqrt{3}z - 16 = 0$. 1pt

2- *On considère les points P et Q d'affixes respectives* $p = 2 + 2i\sqrt{3}$ *et* $q = -2 + 2i\sqrt{3}$.

   a) *Ecrire chacun des nombres p et q sous la forme trigonométrique.* 1pt

   b) *Ecrire le nombre* $\frac{p}{q}$ *sous la forme exponentielle et en déduire la nature du triangle OQP.* 1pt

3- *On considère la transformation f du plan qui à tout point M d'affixe Z, Associe le point M' d'affixe Z' tel que* $Z' = e^{i\frac{\pi}{3}}Z$.

   a) *Détermine l'affixe du point R image de P par f .* 0.5pt

   b) *Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.* 1pt

   c) *Représente les points P et R dans le repère* $(O, \vec{u}, \vec{v})$. 0.5pt

EXERCICE2 (03pts)

A/ L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 1 = 0$.

1. Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon r.

2. **(a)** Vérifier que le point $A(-1, 0, 2)$ appartient à (S).

   (b) Donner une équation du plan tangent à (S) en A.

3. Soit (P) le plan d'équation $z = 2$.

   (a) Calculer la distance du point Ω au plan (P).

   (b) Montrer que l'intersection de (S) et (P) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

PROBLEME : (12pts) l'exercice comporte 02 parties indépendantes.

A- *On définit la fonction f sur* $]1; +\infty[$ *par* $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}}$ *et on désigne par* **(Cf)** ***sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.***

   1- *Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.* 1.5pt

   2- *En déduire que l'équation* $f(x) = 0$ *admet dans* **] 1 ; 2 [** *une unique solution* α. 1pt

   3- *Etudier les branches infinies de* **(Cf)** *en +∞.* 1pt

   4- *Montrer que f admet une bijection réciproque* $\boldsymbol{f^{-1}}$ *dont on précisera le domaine de définition et le sens de variation.* 1pt

   5- *Construire dans un même repère les courbes* **(Cf)** *et* **(Cf $^{-1}$).** 2pts

B- *On donne sur IR les fonctions f et g définies par* $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ *et* $g(x) = x^3 - 3x - 4$

   1- *Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.* 1,5pt

   2- *Démontrer que l'équation* $g(x) = 0$ *admet sur IR une unique solution.* 0.75pt

   3- *En déduire le signe de g(x) sur IR.* 0,75pt

   4- *Démontrer que le signe de f ' (x) sur* $IR\backslash\{-1; 1\}$ *est celui de* $xg(x)$. 1pt

   5- *En déduire le signe de f ' (x) sur* $IR\backslash\{-1; 1\}$ *et dresser le tableau de variation de f sur* $IR\backslash\{-1; 1\}$. 1,5pt

« Ton travail acharné d'aujourd'hui prépare ton repos de demain! »