DEPARTEMENT DES SCIENCES MATHEMATIQUES			CETI NINA GIANETTI		
EPREUVE	**CLASSE**	EVALUATION	**DUREE**	COEF	**DATE**
Mathématiques	TLE D ET TI	N°4	**03H**	04	**Février 2023**

Partie A : Evaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 (5,5 points)

I. Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays. On estime que 7% des bovins sont atteints. On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie et on établit que :
• Quand le test est positif, l'animal est malade dans 95% des cas ;
• Quand le test est négatif, l'animal est cependant malade dans 2% des cas.
On note M l'évènement " être malade" et T l'évènement " avoir un test positif".
On note $P(T) = x$.
1. Faire un arbre pondéré qui traduit cette situation. **0.75 pt**
2. a) Montrer que $P(M) = 0,02 + 0,93x$. 0,75pt
(b) En déduire la valeur exacte de x. 0,5pt
c) Un animal est atteint par la maladie. Quelle est la probabilité que son test ait été négatif ? 0,5pt
II. On lance deux fois de suite un dé parfait dont les faces portent respectivement les numéros 1, 2, 3, 4, 5 *et* 6. X est la variable aléatoire qui à un résultat obtenu, associe $|a - b|$ où a et b sont les numéros obtenus respectivement au premier et au deuxième lancer de ce dé.
1. Donner les valeurs possibles de X, puis en déduire la loi de probabilité de X. **1.5 pt**
2. Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X. **1.5 pt**

Exercice 2 (4 points)

1. On considère la fonction* définie sur$[0;+\infty[$ par : $f(x) = ln(1 + x)$.
a. Montrer que * est strictement croissante sur $[0;+\infty[$. **0,5 pt**
b) Calculer $f(0)$. 0,25pt
c) En déduire que pour tout $x \geq 0$, $f(x) \geq 0$. 0,5pt
d) Montrer que pour tout $x \geq 0, ln(1 + x) \leq x$. 0,75pt
2.On considère la suite (U_n) définie par : U_0= 1 et U_{n+1}= $ln\ (1 + U_n)$.
a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , U_n> 0. 0,5pt
b) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} \leq U_n$. 0,5pt
c) Déduire des questions précédentes que la suite (U_n) converge. **0,5 pt**
3. On désigne par l la limite de la suite (U_n) .On admet que $f(l) = l$
Déterminer la valeur de l 0,5pt

Exercice 3 (5,5 points)

I On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x - x - 2$
1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$ 0,5pt
2. Etudier les variations de et dresser son tableau des variations. 0,75pt
3. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre, notée $\propto$, est telle que $-1,6 <\propto< -1,5$ 0,5pt
b) En déduire le signe de suivant les valeurs de x 0,5pt
II- On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2cm.
1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ 0,5pt
2. Montrer que $f'(x) = e^x \times g(x)$ 0,5pt
3. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau des variations. 0,75pt
3. Montrer que $f(\propto) = -\frac{\propto^2+2\propto}{4}$ et en déduire un encadrement de $f(\propto)$. 1pt
4. Représenter $\mathscr{C}_f$. 0,5pt

Partie B : Evaluation des compétences (5 points)

DEFFO et OLOMO sont deux grands commerçants d'une ville A. La **Figure 1** ci-dessous est la carte du réseau routier d'une ville du Cameroun sur laquelle on a précisé la consommation en carburant entre deux quartiers. DEFFO n'a plus assez d'argent sur lui et son tableau de bord indique qu'il y'a encore 21 litres d'essence dans le réservoir de son véhicule. Cependant, il doit impérativement livrer une marchandise dans la ville F avant la fin de la journée. OLOMO quant à elle a des livraisons à faire dans 8 supermarchés (partant du supermarché S au supermarché E) d'une autre ville X dont les liaisons possibles sont données par la **Figure 2** ci-dessous. Les poids sur les arêtes représentent la durée moyenne en heures de parcours dudit trajet. Ne disposant que de 13 heures pour faire ces livraisons dans cette ville avant de passer à la prochaine, OLOMO cherche à connaître le trajet qu'il devra emprunter pour terminer ces huit livraisons à temps. A la fin de leurs livraisons, DEFFO a regroupé dans le tableau ci-dessous la production moyenne en tonne y d'un jardin de sa société en fonction du nombre d'années pendant 10 ans, par des calculs, il désire estimer la production en tonne de ce jardin la quinzième année si le couple $(x ; y)$ formé de l'année x et de sa production y est solution de l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

Année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production (y_i)	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

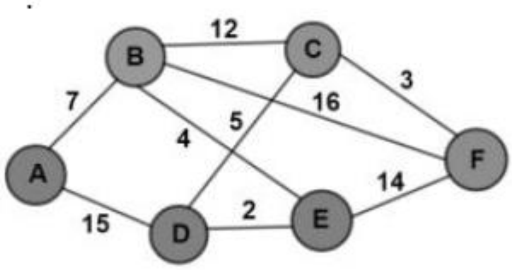

Figure 1.

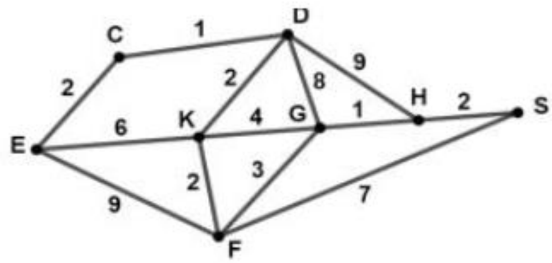

Figure 2.

Tâche 1: DEFFO pourra-t-il arriver dans la ville F avec cette quantité de carburant ? 1,5pt
Tâche 2: Quel itinéraire doit prendre OLOMO pour terminer sa livraison à temps ? 1,5 pt
Tâche 3: Aider DEFFO à déterminer sa production la quinzième année. 1,5pt

Présentation : **0,5pt** **Examinateur** : MENOUNGA THIERRY

« QUAND C'EST DUR, SEULS LES DURS AVANCENT !!! »