DEPARTEMENT DES SCIENCES MATHEMATIQUES			CETI NINA GIANETTI		
EPREUVE	**CLASSE**	EVALUATION	**DUREE**	COEF	**DATE**
Mathématiques	TLE D ET TI	N°3	**03H**	04	**21 janvier 2023**

Partie A : Evaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 (5 points)

1.a. Démontrer par récurrence que ∀ ∈ IN* on a : $1^3+2^3+3^3+4^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ $0{,}5\ pt$

b. En déduire le calcul de la somme $T=9^3+10+11^3+12^3+\cdots+17^3$ $0{,}5\ pt$

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ tracer la courbe représentative de la fonction u définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ par : $u(x)=\frac{2x+1}{x+2}$ $0{,}5\ pt$

2. Soit (un) la suite définie par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}\end{cases}$

a. Représenter sur l'axe des abscisses du repère précèdent les termes : u_1, u_2, u_3. $0{,}75pt$

b. Montrer que la suite (u_n) est croissante. $0{,}5\ pt$

c. Montrer que pour tout entier naturel $n, 0\le u_n<2$. $0{,}25\ pt$

d. En déduire que la suite (u_n) est convergente. $0{,}25\ pt$

3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n=\frac{1+u_n}{2-u_n}$

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison. $0{,}5\ pt$

b. Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n. $0{,}5\ pt$

c. En déduire la limite de (u_n) quand n tend vers +∞. $0{,}25\ pt$

4. On pose $S_n=v_0+v_1+v_2+v_3+$ .... $+v_n$.

Exprimer S_n en fonction de n et déterminer sa limite quand n tend vers +∞. $0{,}5\ pt$

Exercice 2 (2,25 points)

Sur huit exploitations agricoles d'une même région ,on a mesuré la taille de l'exploitation en hectare (ha) et le bénéfice annuel en Francs . Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous .

Taille X	1	2	4	1	3	4	3	2
Bénéfice Y	2	5	7	-1	8	9	7	3

1) Déterminer les coordonnées du point moyen G . **0,5pt**

2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire. **0,5pt**

3) Un ajustement linéaire est-il approprié ? Justifier votre réponse. **0,5pt**

4) Déterminer une équation de la droite de régression de $y\ en\ x$. **0,5pt**

5) Quel serait le bénéfice d'une exploitation de $2{,}5\ ha$? **0,25pt**

Exercice 3 (3,5 points)

1. f est une fonction defini de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{3x^2-6x+5}{(x-1)^2}$

a. Déterminer deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre réel x ≠ 1, $f(x)=a+\frac{b}{(x-1)^2}$ 0,5pt

b. En déduire une primitive de f sur $]1\,;+\infty[$ 0,5pt

c. Déterminer la primitive de f sur $]1\,;+\infty[$ prenant la valeur 8 en 3 0,5pt

2. Calculer les limites aux bornes de son ensemble de définition de la fonction définie par $g(x)=x+ln(x+1)$ 1pt

3.Resoudre le système $\begin{cases} \ln(xyz)=2 \\ \ln\left(\frac{x^2y}{z^3}\right)=-5 \\ \ln\left(\frac{x}{yz}\right)=0 \end{cases}$ 1pt

4) Résoudre l'équation $ln(x+1) + ln(2x-1) = ln2$ 0,5pt

Exercice 4 (3,75 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ deux nombres complexes.
Soit r la transformation du plan qui a tout point (x, y) associe le point $M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 \end{cases}$

1. a) Donner l'écriture complexe de r. 1pt

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de r. 1pt

2. Soit h l'application du plan dans le plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par z' tel que :$z' = -2z + 3i$.
Montrer que h est une homothétie de centre $\Omega(0;1)$. 0,75pt

3. On considère $s = h \circ r$
Déterminer l'écriture complexe, la nature et les éléments caractéristiques de s. 1pt

Partie B : Evaluation des compétences (4,5 points)

Thomas souhaite dès le 1er juillet 2021 louer pendant quatre ans (48 mois),un appartement dont le loyer est payé selon une formule qu'elle aura le loisir de choisir parmi les deux propositions suivantes :
Formule1 : le 1er mois elle doit payer 80.000f et le mois d'après, elle paye une somme égale au loyer du mois précédent augmenté de 1500f, ainsi de suite
Formule 2 : le 1er mois elle doit payer 70.000f et le mois d'après, elle paye une somme égale au loyer du mois précédent augmenté de 2% de ce dernier, ainsi de suite.
Pour préparer son aménagement, Sandrine a besoin d'une somme minimale de 300.000f issus des fonds obtenus du placement (à intérêts composés mensuel de 4 %) d'un capital C_0=160.000f qu'elle a fait dans une micro finance de la place le 1er Mars 2022.L'une des chambres à coucher de cet appartement a une fenêtre dont la fermeture se fait en utilisant un système de plaques de verres teintées superposée (à l'effet de réduire l'intensité de la lumière qui y pénètre) En traversant l'une de ces plaques, un rayon lumineux perd 23% de son intensité lumineuse.

Tâche 1: Aider Thomas à choisir la forme la plus avantageuse pour payer son loyer
Tâche2:Le montant dont disposera Sandrine en fin Juin 2023 lui permettra-t-il d'aménager en
toute quiétude?
Tâche 3: Déterminer le nombre minimum de plaques qu'un rayon doit avoir traversé pour que
son intensité sortante soit inférieure ou égale au quart de son intensité entrante.

Présentation : **0,5pt** **Examinateur** : MENOUNGA THIERRY

≪ QUAND C'EST DUR, SEULS LES DURS AVANCENT !!! ≫