

LYCEE TECHNIQUE D'EDEA					
Examen	Epreuve	Coef.	Durée	Classe	Année Scolaire
Evaluation 3	Mathématiques	4	3h	T ^{le} IH	2022/2023

EXERCICE 1 : 5 Points

1. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = -2x^3 - x^2 + 5x - 2$ où $x \in \mathbb{R}$.
- (a) Vérifier que 1 est une racine de P . **0,5pt**
- (b) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$. **0,75pt**
- (c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(E) : -2x^3 - x^2 + 5x - 2 = 0$. **1,25pt**
- (d) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'équation
 $(E') : -2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 + 5 \ln x - 2 = 0$.
2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $(S) : \begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ x + y = 5 \end{cases}$. **1pt**
3. En déduire la résolution dans \mathbb{R}^2 du système $(S') : \begin{cases} \ln x^2 + \ln y^5 = 19 \\ \ln x^4 + \ln y^4 = 20. \end{cases}$ **1,5pt**

EXERCICE 2 : 5 Points

1. Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$.
- (a) Déterminer les réels α, β et γ tels que pour tout $x \neq 2$,
 $g(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x - 2}$. **0,75pt**
- (b) Déterminer les primitives G de g sur l'intervalle $]2; +\infty[$. **0,75pt**
- (c) En déduire la primitive G_0 de g sur l'intervalle $]2; +\infty[$ qui s'annule en 3. **0,5pt**
2. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant : $\begin{cases} 3x + 2y + z = 650 \\ x + 2y + z = 550 \\ 5x + 2z = 950 \end{cases}$. **1,5pt**
3. Une ménagère se rend au marché pour acheter des fruits. Le vendeur lui fait les propositions suivantes :
- ✓ 3 mangues, 2 oranges et une papaye coûtent 650 Frs ;
 - ✓ 4 mangues, 8 oranges et 4 papayes coûtent 2200 Frs ;
 - ✓ 5 mangues et 2 papayes coûtent 950 Frs.
- Déterminer le prix de chacun des trois fruits chez ce vendeur. **1,5pt**

PROBLEME : 10 Points

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer l'ensemble de définition de f , noté D_f . **0,5pt**
2. Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1 et donner une interprétation géométrique des résultats obtenus. **0,75pt**

- 3. a)** Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**
- b)** Démontrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$. **0,75pt**
- c)** En déduire que la courbe (C_f) admet une asymptote oblique (D) dont on précisera une équation. **0,5pt**
- 4.** Calculer $f'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de f . **2pts**
- 5.** Montrer que le point $I(1; 4)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) . **1pt**
- 6.** Construire la courbe (C_f) et ses asymptotes. **2pts**
- 7.** Tracer dans le même repère que (C_f) , la courbe (C') de la fonction $h : x \mapsto -f(x)$. **1pt**
- 8.** Soit F la fonction définie sur $]-\infty; 1[$ par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \ln(1-x)$.
Montrer que F est une primitive de f sur $]-\infty; 1[$. **1pt**