

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°1 DU 2^{ème} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (13,25 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

Dans le plan orienté, on considère le quadrilatère direct $ABCD$ ci-contre

tel que $\widehat{ACB} = \widehat{CDA} = \frac{\pi}{2}$; $\widehat{CAB} = \widehat{ACD} = \theta$ où

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$; $AB = 2\sqrt{3} + 2$; $AC = 2\sqrt{3} - 2$ et $BC + CD = 4\sqrt{2}$.

1. Justifie que θ est solution de l'équation ci-dessous :

$$(E): (\sqrt{3} - 1)\cos x + (\sqrt{3} + 1)\sin x = 2\sqrt{2}.$$

0,75pt

2. En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, donne les valeurs exactes $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

0,5pt

3. Déduis-en la valeur exacte de θ .

0,5pt

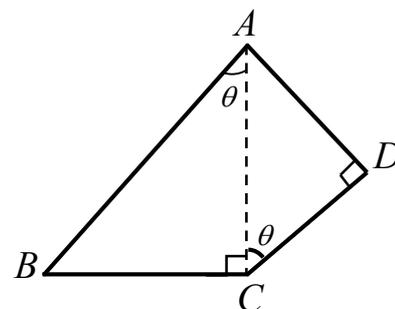
4. Soit h l'homothétie qui transforme B en C et A en D .

(a) Exprime AB et CD en fonction de AC et déduis-en le rapport de l'homothétie h .

0,75pt

(b) Ecris C comme barycentre des points A, B et D affectés des coefficients à préciser.

0,5pt



EXERCICE 2 : (3 points)

1. Résous dans \mathbb{R}^2 le système (S) :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{3} \\ xy = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

1pt

2. On considère le polynôme P défini par $P(x) = 4x^3 - 12x^2 + 5x + 6$.

(a) Montre que $\lambda = \frac{3}{2}$ est une racine du polynôme P .

0,25pt

(b) Mets $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - \lambda)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer.

0,5pt

(c) Résous dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$, puis l'inéquation $P(x) \geq 0$.

1,25pt

EXERCICE 3 : (4,25 points)

A) Soit l'ensemble $F = \left\{ \vec{u}(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 3x - 2y + z = 0 \right\}$.

1. Montre que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

1pt

2. Détermine une base \mathcal{B} de F , puis donne la dimension de F .

1pt

B) On considère la fonction f de la variable réelle x définie par $f(x) = \frac{2x^2 + 5x}{2(x+1)}$; (C_f) désigne sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Détermine D_f .

0,25pt

2. Détermine les réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{2(x+1)}$. **0,75pt**
3. Montre que le point $\Omega\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie de (C_f) . **0,75pt**
4. Etudie les positions relatives de (C_f) par rapport à la droite \mathcal{D} d'équation $y = x + \frac{3}{2}$. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (3 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle isocèle tel que $AB = AC$ et $(\widehat{AB, AC}) = \frac{\pi}{4}$.

Soit I le point tel que CAI soit isocèle rectangle avec $(\widehat{CA, CI}) = -\frac{\pi}{2}$.

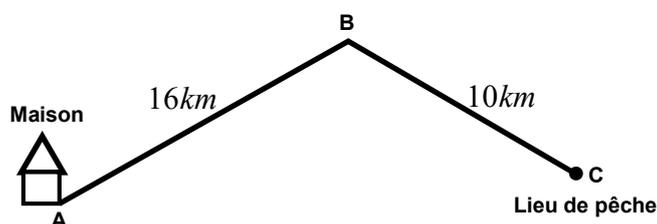
1. Fais une figure en prenant $AB = 5cm$. **0,5pt**
2. On appelle r_A la rotation de centre A qui transforme B en C et r_C la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. On pose $g = r_C \circ r_A$.
 - (a) Détermine les images par g de A et B . **1pt**
 - (b) Démontre que g est une rotation dont on précisera l'angle et le centre O . **1pt**
 - (c) Place le point O et donne en justifiant la nature du quadrilatère $ABOC$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (6,75 points)

SITUATION :

BONA est pêcheur de la zone de Mouanko. Il reçoit régulièrement les commandes de nombreuses revendeuses de la ville d'Edéa. **BONA** fait régulièrement trois types de prises de poissons : la carpe, le bar et le capitaine. La semaine dernière, **Agnès, Chloé** et **Betty** ont laissé leurs commandes auprès du gestionnaire de **BONA** comme suit :

| | Carpes | Bars | Capitaines | Dépenses |
|--------------|--------|------|------------|----------|
| Agnès | 8kg | 12kg | 10kg | 54.800F |
| Chloé | 12kg | 15kg | 18kg | 81.600F |
| Betty | 14kg | 21kg | 14kg | 89.600F |



Pour effectuer les déplacements, **BONA** a acheté une moto-tricycle. Les déplacements de **BONA** se font autour du trajet **A-B-C** comme l'indique la figure ci-dessus en aller et retour. **BONA** a réglé le tricycle de tel sorte que la vitesse de la montée et celle de la descente soient constantes, mais ne sont pas les mêmes. A l'aller, **BONA** met 36 minutes et au retour, il met 34 minutes et 12 secondes.

Pour rendre son activité plus florissante, **BONA** a pris un crédit de 2.000.000FCFA dans la coopérative des pêcheurs pour s'acheter une pirogue à moteur. Les clauses de remboursement sont telles que, la première année, le taux d'intérêt est connu de tous les membres ; pour la deuxième année, ce taux d'intérêt augmente de 2% et ainsi de suite. Deux années plus tard, la coopérative des pêcheurs demande à **BONA** de payer le montant de 2.247.000 FCFA.

Tâches :

1. Détermine le prix d'un kilogramme de poissons de chaque espèce chez **BONA**. **2,25pts**
2. Détermine les vitesses en km/h du tricycle à la montée et à la descente. **2,25pts**
3. Détermine le taux d'intérêt pratiqué par la coopérative lors de la première année. **2,25pts**