

Par M. **NDIAPA EMMANUEL**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

*L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur deux pages !!!
La propreté et la clarté de votre copie est exigé...*

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (60 POINTS)

Exercice 1 : (16 POINTS)

On considère sur IR les équations (E) : $4x^3 + 2(\sqrt{2} - 3)x^2 + (2 - 3\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ et
(E') : $4\sin^3 x + 2(\sqrt{2} - 3)\sin^2 x + (2 - 3\sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} = 0$.

- 1°) Vérifier que 1 est une solution de l'équation (E). 2Pts
- 2°) Montrer que (E) équivaut à : $(x - 1)(4x^2 + (2\sqrt{2} - 2)x - \sqrt{2}) = 0$. 3Pts
- 3°) Développer $(2\sqrt{2} + 2)^2$. 1Pt
- 4°) Résoudre alors l'équation (E). 3Pts
- 5°) En déduire les solutions de l'inéquation : $4x^3 + 2(\sqrt{2} - 3)x^2 + (2 - 3\sqrt{2})x + \sqrt{2} < 0$.
3Pts
- 6°) Déterminer dans $]0 ; 2\pi[$ les solutions de l'équation (E'). 4Pts

Exercice 2 : (16 POINTS)

L'unité de longueur est le centimètre

ABC est un triangle équilatéral de côté 4. G est le point du plan tel que :

$$3\vec{GA} - \vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{0} \text{ et } I \text{ le milieu du segment } [AC].$$

- 1°) a. Ecrire G comme barycentre des points A, B et C affecté des coefficients à déterminer.
2Pts
- 1°) b. Faire la figure en dimension réelle. 2Pts
- 2°) a. Démontrer que les points B, G et I sont alignés. 2Pts
- 2°) b. En déduire que G appartient à la médiatrice de [AC]. 1Pt
- 3°) Soit l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + MC^2 = 40$.
3°) a. Démontrer que : $MA^2 + MC^2 = 2MI^2 + \frac{AC^2}{2}$. 3Pts
- 3°) b. Déterminer et construire l'ensemble (E). 2Pts
- 4°) Soient K et J les points tels que : $3\vec{AJ} + \vec{CJ} = \vec{0}$ et $K = \text{bar}\{(A; 1), (B; 3)\}$.
4°) a. Construire les points K et J. 2Pts
- 4°) b. Déterminer et construire l'ensemble (V) des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = \|\vec{3MA} + \vec{MC}\|$. 2Pts

Exercice 3 : (14 POINTS)

On considère l'équation (E) : $\sqrt{3}\sin x - 3\cos x = \sqrt{6}$.

- 1°) a. Calculer $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$. 2Pts
- 1°) b. Soit β un réel de l'intervalle $]\frac{\pi}{2} ; \pi[$ tel que $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$. Calculer $\sin \beta$. 3Pts
- 2°) Montrer que l'équation (E) est équivalente à $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 3Pts

3°) Déterminer alors les solutions de l'équation (E) dans $]-\pi ; \pi[$. 4Pts

4°) Démontrer que le réel β de la question 1°) b est solution de l'équation (E), puis en déduire la valeur exacte de β . 2Pts

Exercice 4 : (14 POINTS)

Une urne contient sept boules numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7. On tire une boule de l'urne, on note son numéro. On extrait une seconde boule parmi les six qui restent dans l'urne, son numéro est écrit à droite du premier numéro. On extrait enfin une troisième boule parmi les cinq dernières et son numéro est écrit à droite du second. On obtient ainsi un nombre de trois chiffres.

1°) Combien de nombres différents peut-on obtenir ainsi ? 2Pts

2°) Combien y'a-t-il de nombres de trois chiffres pour lesquels un seul chiffre est impair ?

4Pts

3. On gagne 200 FCFA chaque fois qu'une boule portant un numéro pair est tirée et on perd 100 FCFA sinon. On note X le gain algébrique d'un joueur à l'issue des trois tirages.

3°) a. Quelles sont les valeurs possibles de X ? 2Pts

3°) b. Déterminer pour chaque gain, la quantité de nombres y conduisant. 6Pts

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (20 POINTS)

Situation :

Dans un petit magasin de fabrication et de vente de jouets en bois, le propriétaire effectue son bilan mensuel. Au mois d'octobre, son chiffre d'affaires (CA) est de 200 000 FCFA. Au cours du mois de novembre, le chiffre d'affaire (CA) est en hausse de $x\%$. Au mois de décembre, en raison des fêtes de Noël, il améliore la hausse du mois de novembre de 10 points de pourcentage d'évolution, ce qui signifie que le chiffre d'affaires (CA) est en hausse de $(x + 10)\%$ et il a alors un chiffre d'affaires (CA) de 312 000 FCFA à la fin du mois de décembre. Ce propriétaire a une grande salle de spectacle qu'il souhaite décorer avec du bois d'ébène qui coûte 5 000 FCFA le m^2 . La zone à décorer est représentée par l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = 2$ où A et B sont deux points du plafond distante de $30m$. Il contacte un menuisier décorateur pour avoir une idée sur le coût du bois, hors mis la main d'œuvre. Après la période des fêtes, ce propriétaire se lance dans la culture du poivre blanc. L'espace réservé pour ladite culture est formé par l'ensemble des points N du plan tels que $NE^2 + NF^2 = 225$ où E et F sont deux points distincts tels que $EF = 5\sqrt{2}m$. Il cultive son poivre blanc à raison de 30 plants pour $20m^2$ et un plant de poivre blanc coûte 500 FCFA.

Tâches

1°) Déterminer la somme d'argent à prévoir par ce propriétaire pour l'achat des plants de poivre blanc afin de couvrir tout l'espace réservé. 6Pts

2°) Déterminer le coût du bois de la zone à décorer. 6Pts

3°) Déterminer le chiffre d'affaire au mois de novembre. 6Pts

Présentation générale : 2Pts

“ Ne pleure pas mon enfant car, si tu pleures, tes larmes t'empêcheront de voir la lune. ”
Emmanuel NDIAPA