

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATION DES RESSOURCES : [15,5pts]

EXERCICE 1 : [06pts]

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = BC = 3$. On désigne par I le milieu du segment $[AB]$. Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure.

1- Soit les points A, B, H et G .

a- Déterminer et placer sur la figure le point H , barycentre du système de points pondérés $(A, 3), (B, 1)$ [0,5pt]

b- Déterminer et placer sur la figure le point G , barycentre du système de points pondérés $(A, 3), (B, 1), (C, 4)$ [0,5pt]

c- Montrer que les points C, G et H sont alignés. [0,25pt]

2- On considère les points P et N tels que P est le barycentre du système de points pondérés $\{(A, 3), (C, 4)\}$ et N est le barycentre du système de points pondérés $\{(B, 2), (C, 8)\}$

a- Placer les points P et N sur la figure. [0,5pt]

b- Démontrer que les droites (HC) ; (BP) et (AN) sont concourantes [0,75pt]

3- Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points $A(-3; -1)$ et $B(1; 3)$. Soit (T) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 20$

a- Déterminer et tracer (T) [1pt]

b- Donner une équation cartésienne de (T) [0,5pt]

4-a- Développer $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ [0,25pt]

b- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ [0,5pt]

c- En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $(E): 2\sin^2x - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sinx + \sqrt{6} = 0$ [0,5pt]

5- Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant :
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 27 \\ xy = 36 \end{cases}$$
 [0,75pt]

EXERCICE 2 : [03,5pts]

1- dans un camp de vacances hébergeant 80 personnes, deux sports sont proposés aux choix : la natation et le tennis. 55 personnes choisissent la natation, 33 le tennis et 16 personnes ne choisissent aucun de ces deux sports.

a- Déterminer le nombre de personne ayant choisi les deux sports a la fois [0,5pt]

b- Déterminer le nombre de personne ayant choisi un seul des deux sports [0,75pt]

2- Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage. Pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service

a- Déterminer le nombre d'échantillon différents possible [0,5pt]

b- Déterminer le nombre d'échantillon ne contenant aucun célibataire [0,5pt]

c- Déterminer le nombre d'échantillon contenant au moins un célibataire [0,75pt]

3- Déterminer le nombre d'anagramme du mot « PROBATOIRE » [0,5pt]

EXERCICE 3 : [06pts]

Soit la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{x^2-x-1}{x+1}$ on désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère (O, i, j) d'unité graphique 1cm

- 1-Déterminer le domaine de définition de f [0, 25pt]
- 2-Calculer les limites aux bornes du D_f [1pt]
- 3-Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ [0, 75pt]
- 4-Démontrer que la courbe (C_f) admet en $+\infty$ et $-\infty$ une asymptote (Δ) dont-on précisera l'équation [0, 5pt]
- 5-Etudier la position relative de (C_f) et de son asymptote (Δ) [0, 5pt]
- 6-Montrer que le point $A(-1; -3)$ est centre de symétrie à (C_f) [0, 5pt]
- 7-Calculer la dérivée $f'(x)$, puis dresser son tableau de variation [1pt]
- 8-Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$ [0, 5pt]
- 9-Construire (C_f) et la tangente (T) dans le même repère [1pts]

B-EVALUATION DES COMPETENCES : [04, 5pts]

Avant la pandémie de la Covid-19, dans une maison, une somme de 6000 francs était distribuée équitablement tous les matins aux enfants qui vont à l'école. le père (un entrepreneur) a annoncé le départ de trois de ses enfants. En apprenant cette nouvelle, l'un des enfants s'est écrié : "chacun d'entre nous verra désormais sa part augmenté de 450 francs tous les matins !"

Quelques mois après la pandémie, l'entrepreneur endetté, a vendu une parcelle de terrain dont le mètre carré coûtait 6000 Frs avant le début de la pandémie. Le mètre carré ayant subi deux hausses successives de $x\%$ et $(x+2)\%$ respectivement, coûte maintenant 10.080 Frs. La vente s'est faite juste après la première hausse. Il a aménagé un espace dans la partie restante de son terrain pour y élever des lapins. Il souhaite clôturer cet espace pour la sécurité de ses animaux ; pour cela, il fait appel à un vétérinaire qui lui fait les recommandations suivantes :

- Il doit prévoir un abreuvoir $[AB]$ de 2m de long pour que les bêtes n'aient pas à se battre quand elles ont soif.
- Construire une clôture suivant l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 100$.
- Prévoir au plus 2 bêtes pour πm^2 .

TACHES :

- 1-Déterminer le nombre d'enfants de l'entrepreneur. [1, 5pts]
- 2-Déterminer et représenter la clôture et l'abreuvoir prévu par le vétérinaire. [1, 5pts]
- 3-Déterminer le prix du mètre carré pour la vente de la parcelle. [1, 5pts]