

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, dont deux grandes parties, toutes obligatoires. La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 PTS)

Exercice 1 : 05 points (Statistiques)

Une association de sage-femme a mené une enquête sur le nombre de naissances journalières par sexe dans le canton Mokong. Les résultats obtenus auprès de 10 maternités sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Garçons(X)	2	5	5	7	8	9	9	10	12	14
Filles(Y)	1	3	3	5	9	10	10	11	11	12

- Dresse le tableau des effectifs des séries marginales de cette série statistique. **0,5pt+0,5pt**
- Calcule les coordonnées du point moyen de cette série statistique. **0,5pt**
- Ressors le tableau à double entrée des données de la série statistique double (X, Y) décrite par le tableau ci-dessus. **1pt**
- Représente le nuage de points associé à cette série. **1pt**
- (a) Détermine l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode de Mayer. **1pt**

- (b) En déduis le nombre de naissances des garçon si celui des filles est 24. **0,5pt**

Exercice 2 : 05 points (Suites numériques)

- Démontre par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$
 1pt
- Soit la suite (u_n) à termes positifs définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{4 + 3u_n} \end{cases}$
 - Calcule u_1 et u_2 . **0,5pt**
 - Montre par récurrence que la suite (u_n) est croissante et majorée par 4. **1pt**
 - Montre que pour tout entier n , $u_{n+1} - 4 = \frac{3(u_n - 4)}{4 + \sqrt{4 + 3u_n}}$ **0,5pt**
 - En déduis que pour tout entier n , $|u_{n+1} - 4| \leq \frac{3}{4} |u_n - 4|$ **0,75pt**
 - Montre par récurrence que pour tout entier n , $|u_n - 4| \leq 4(\frac{3}{4})^n$ **0,75pt**
 - En déduis la limite de la suite (u_n) , puis conclure. **0,5pt**

Exercice 3 : 05,5 points (fonctions numériques)

Le plan est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère la fonction

$$f : x \mapsto f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 12} \text{ et } (\mathcal{C}_f) \text{ sa courbe représentative dans le repère.}$$

- Écris $f(x)$ sans symbole de valeur absolue. **0,5pt**

2. Calcule les limites aux bornes de l'ensemble de définition. 0,5pt
3. Étudie les branches infinies de f si elles existent. 0,5pt+0,5pt
4. Étudie la dérivabilité de f en -2 et en 6 , puis donner une interprétation géométrique des résultats. 0,5pt+0,5pt+0,25pt
5. Étudie les variations de f et dresse le tableau de variation de f . 0,5pt+0,5pt
6. Construis soigneusement $(\mathcal{C}_f)$ en faisant ressortir les demi-tangentes, les asymptotes. 1,25pt

PARTIE B :ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5 PTS)

Être capable de deployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux nombres complexes, à la statistique et aux suites pour résoudre un problème.

M.TAMO possède une chaîne d'hôtels. Afin d'orienter son investissement, une analyse faite entre le taux d'occupation (en %,) et le montant de publicité (en centaine de milliers de FCFA) est donné dans le tableau ci-contre :

Publicité (x_i)	30	27	32	25	35	22
Taux (y_i)	52	45	67	55	76	48

Pour améliorer la qualité de service dans la chambre la plus luxueuse son hôtel, M.TAMO a besoin de connaître sa surface et d'une somme de 500000FCFA en octobre 2023. Il place une somme 200000FCFA dans une micro-finance du coin à un taux d'intérêts composés de 5% , par mois en février 2022. Son ingénieur lui dit que la forme cette chambre est l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $\frac{z+1}{z-2i}$ soit un imaginaire pur où $z = x + iy$. Les distances sont données à l'échelle $\frac{1}{50}$ (l'unité de longueur est le mètre).

Tache 1 : Y a-t-il une bonne corrélation entre le taux d'occupation des chambres et le montant de publicité? 1,5 pt

Tache 2 : Aide M.TAMO à déterminer la surface de la chambre la plus luxueuse de sa chaîne d'hôtels. 1,5 pt

Tache 3 : M.TAMO pourrait-t-il améliorer les services de cette chambre en octobre 2023 ? 1,5 pt