

MINESEC	Épreuve de Mathématiques		Niveau : 1 <sup>ère</sup> D
Département de MATHS	Évaluation N°2	TRIM 1	Durée : 3h ; Coef : 4
Examineur : Boris K.F			

L'épreuve comporte sur deux pages deux parties toutes deux obligatoires ;  
La clarté et la précision des réponses apportées seront prises en compte.

**Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES/ (15,5 points)**

**Exercice 1 (A : .../0,75+0,5+0,5+0,25+0,5=2,5pts ; B : .../0,75pt) ...../3,25pts**

A/ On lance un dé rouge et un dé vert bien équilibrés, chacun d'eux ayant ses faces numérotées : -3; -2; -1; 1; 2; 3. Le résultat d'un lancer est la somme  $a + c$  du couple  $(a ; c)$  avec  $a$  et  $c$  numéros obtenus des dés rouge et vert respectivement. On donne (A ; a), (B ; -3) et (C ; c) trois points pondérés.

- Détermine tous les résultats possibles.
- a) Détermine tous les couples pour lesquels H n'est pas barycentre de (A ; a) et (C ; c)  
b) Détermine tous les couples pour lesquels G n'est pas barycentre de (H ; a+c) et (B ; -3)
- Combien y a-t-il de couples pour lesquels : a)  $G = \text{bar}\{(H ; a+c), (B ; -3)\}$  ; b) G appartiennent au segment [BH]

B/ Calcule le nombre d'anagramme du mot : **PERHYDROPHENANTHRENE**.

**Exercice 2/(A : ...../0,75+0,75+0,75\*2+0,25+0,5=3,75pts ; B : ...../0,5+0,5=1pt ; C : .../0,5+0,5+0,75+0,25+0,5=2,5pts)...../7,25pts**

A/ On veut déterminer la nature et calculer l'aire d'une figure géométrique dont les sommets sont les points images des solutions sur le cercle trigonométrique de l'équations trigonométrique (E) :  $3 \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 2A\sqrt{3}$  où  $A = 2 \sin \frac{\pi}{7} \left( \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \right)$ .

- Montre que  $A = \sin \frac{\pi}{7} = \cos \frac{5\pi}{14}$ . (On rappelle que :  $2 \sin a \cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$ )
- Détermine les réels B et  $\delta$  tels que :  $3 \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = B \cos(2x + \delta)$
- Résous (E) dans  $]-\pi ; \pi]$  et place les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. (**Unité sur les axes : 5cm**)
- Quelle est la nature de la figure obtenue ? Calcule son aire.

- B/1. Résous dans  $]-\pi ; \pi]$  l'équation  $\tan 2x = 0$ .
2. Représente sur le cercle trigonométrique (unité sur les axes : 2cm) l'ensemble solution de l'inéquation  $\tan 2x \leq 0$ .

C/ On donne la fonction  $t$  définie par :  $t(x) = \frac{1}{x^2-2}$ .

- Détermine  $D_t$ . Puis montre que  $l = t] \sqrt{2} ; +\infty[$  est injective.
- Détermine le plus grand ensemble rendant  $l$  surjective. Conclue
- Donne explicitement  $l^{-1}$  la fonction réciproque de  $l$ .

**Exercice 3/(A:...../0,75+0,125\*4+0,5=2,25pts ; B : .../0,25+0,75+0,75=1,75pt ; C : ...../0,5+0,5+0,5=1,5pts)...../5,5pts**

A/ **ABC** est un triangle quelconque. D, E et F des points tels que :  $\vec{AD} = -\vec{AB}$  ;  $3\vec{AE} - 5\vec{AC} = \vec{0}$  et  $\vec{BF} + 5\vec{CF} = \vec{0}$ .

- Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

2. a) Recopie et complète les pointillés :  $D = \text{bar}\{(A ; -2), (B ; \dots \dots)\}$  ;  $E = \text{bar}\{(A ; \dots \dots), (C ; -5)\}$  ;  $F = \text{bar}\{(B ; \dots \dots), (C ; \dots \dots)\}$ .

b) Démontre que les droites (EB), (CD) et (AF) sont concourantes en un point J à déterminer.

**B/** Soit G l'isobarycentre du triangle ABC et I le milieu de [AC].

1. Montre que G, B et I sont alignés.

2. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan dans les cas :

a)  $(\tau)$ :  $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\|$ .

b)  $(\sigma)$ :  $MA^2 - MC^2 = -AC^2$ .

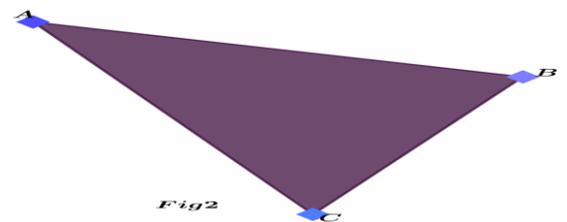
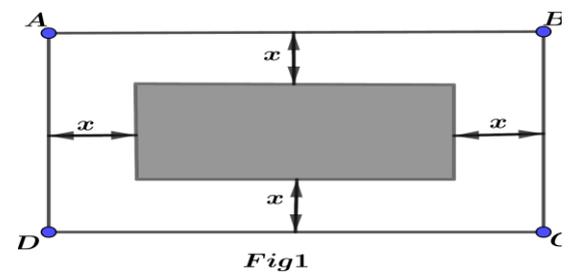
**C/ 1.** Montre que pour tout  $p$  et  $n$  entiers naturels,  $0 < p < n$  on a :  $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$

**2.** Résous dans  $\mathbb{N}$  l'équation :  $C_n^3 = C_n^2$

**3.** Détermine le coefficient de  $a^4b^3$  dans le développement de  $(a + b)^7$ .

**Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES/ (1,5\*3=4,5pts)**

M. JANO dispose d'un terrain de forme ci-contre (**Fig1**) ; où ABCD est un rectangle avec **AB=5** et **BC=1**. L'unité étant 10mètre. Il souhaiterait placer une pelouse sur la partie grise, de sorte que l'aire de la bande de largeur  $x$  soit la moitié de celle de ABCD. Le mètre carré de cette pelouse est de 2700Fcf. Pour débiter son manège, il décide de construire un objet de forme ci-contre (**Fig2**) ; les chaises placées en A, B et C sont identiques et de masses négligeables. Afin d'arroser régulièrement sa pelouse, JANO aimerait remplir une citerne. Il dispose alors de trois robinets L, K et M tels que : avec L et K la citerne se remplit en 20minutes ; avec K et M elle se remplit en 15 minutes ; avec L et M elle se remplit en 12 minutes. JANO a trois enfants Anna, Béro et Cynthia de masses respectives 25kg, 50kg et 25kg.



**Tâches :**

1. Déterminer la somme que dépensera JANO pour la pose de cette pelouse.

2. Détermine la position exacte du pointeau sous l'objet ABC pour que celui-ci reste en équilibre avec Anna en A, Béro en B et Cynthia en C.

3. Détermine le temps qu'il faut pour remplir la citerne avec les trois robinets ouverts.