



Collège privé bilingue Sainte Marthe

Département	Evaluation	Epreuve	Classe	coef	Durée	Année	Examineur
Mathématiques	2	Mathématiques	P ^{ère} D	4	2h	2022/2023	M. WAMBA

Compétence visée : Résoudre une situation de vie en utilisant les lignes de niveau et les équations.

I. Evaluation des ressources [15points]

Exercice 1 [5points]

Soit (E) l'équation définie par :

$$(E): 4 \sin^2 x + \cos 2x + \sqrt{3} \sin x - \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = 0.$$

- 1) Démontrer que $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$; [0,5pt]
- 2) Démontrer que $4 + 2\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2$; [0,5pt]
- 3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ [0,75pt]
- 4) Montrer que l'équation (E) est équivalente à : $2 \sin^2 x + (\sqrt{3} - 1) \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$; [0,75pt]
- 5) Résoudre alors dans \mathbb{R} l'équation (E) ; [0,75pt]
- 6) En déduire dans l'intervalle $[0; \pi]$ les solutions de l'équation (E) puis placer ces solutions sur le cercle trigonométrique ; [0,75pt]
- 7) Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi]$ l'équation $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -\sqrt{2}$; [1pt]

Exercice 2 [5 points]

A , B et C sont trois points non alignés du plan tel que $AB = AC = 5$ cm et $BC = 4$ cm. Le point I est le milieu du segment [BC] et J est le point du plan défini par : $\vec{BJ} = -2\vec{BC}$.

On pose $G = \text{bar}\{(A; 1); (B; 3); (C; -2)\}$

- 1) Démontrer que J est le barycentre des points B et C affecté des coefficients à déterminer; [0,75pt]
- 2) Démontrer que G est le barycentre des points A et J ; [0,5pt]
- 3) En déduire la position de G sur le segment [AJ] ; [0,5pt]
- 4) On pose $\vec{V} = \vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}$, M étant un point quelconque du plan.
 - a) Exprimer le vecteur \vec{V} en fonction du vecteur \vec{MG} ; [0,75pt]
 - b) Exprimer alors en fonction d'une seule distance la norme $\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\|$; [0,5pt]
 - c) Démontrer que $\|\vec{MB} + \vec{MC}\| = 2MJ$; [0,5pt]
 - d) Déterminer l'ensemble (Δ) des points M du plan vérifiant $\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 6$; [0,5pt]
 - e) Construire (Δ) ; [0,25pt]
- 5) Déterminer et construire l'ensemble (Ω) des points M du plan qui vérifient :

$$\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{MB} + \vec{MC}\|.$$
 [0,75pt]
- 6) On considère le système de points pondérés suivant:

$$\{(A; m^2); (B; 3); (C; -m)\}.$$

Quelle sont les valeurs de m pour lesquelles G_m est le barycentre des points A, B et C ? [0,75pt]

Exercice 3 [4,25points]

- 1) Donner la mesure principale dans chaque : $\frac{37\pi}{3}$ et $\frac{353\pi}{12}$; [0,5pt]
- 2) Montrer que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ puis donner la valeur exacte de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et de $\sin \frac{7\pi}{12}$; [1,5pt]
- 3) En déduire la valeur exacte de $\tan \frac{7\pi}{12}$; [0,5pt]
- 4) On donne $\cos \beta = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}$;
 - a) Exprimer $\cos 2\beta$ en fonction de $\cos \beta$. [0,5pt]
 - b) Calculer alors $\cos 2\beta$. [0,75pt]
- 5) Résoudre dans l'inéquation $\sqrt{2} \sin x \leq -1$. [0,75pt]

II. Évaluation des Compétences [4,5 points]

M. Zanga vient de finir la construction de sa nouvelle maison. Cette maison possède un grand salon de forme rectangulaire dont M. zanga ignore les dimensions. Il sait néanmoins que le sol et le plafond de son salon ont la même superficie égale à 48 mètres carrés et un même périmètre égal à 28 mètres. Il souhaite décorer le sol de son salon avec deux type de carreau et mettre le plafond avec des contre-plaquait de forme carrée, sans les couper. Les carreaux de couleur grise et d'autre de couleur marron seront utilisés pour le sol. Pour cela, il fait appel à un technicien. Ce dernier divise le salon en deux zones :

La première zone est représentée par l'ensemble des points M vérifiant $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| > 4$ et la deuxième zone par l'ensemble des points M du plan vérifiant $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| \leq 4$. La première zone sera décorée par les carreaux de couleur grise dont le mètre carré coûte 2 600fcfa et la deuxième par les carreaux de couleur marron dont le mètre carré coûte 2 400fcfa.

NB : On prendra $\pi = 3,14$

Tâches:

- 1) Trouver le montant nécessaire pour la décoration de la deuxième zone. [1,5pt]
- 2) Déterminer le plus petit nombre de contre-plaquait nécessaires pour le plafond. [1,5pt]
- 3) M. Zanga pourra-il décorer la première zone avec un montant de 125 000fcfa? [1,5pt]

Présentation : 0,5pt

Bonne chance à toutes et à tous.