DIOCESE DE BAFOUSSAM
SECRETARIAT A L'EDUCATION
COLLEGE B. CATHOLIQUE St ABRAHAM
Département de Mathématiques

ANNEE SCOLAIRE : 2022 /2023
EVALUATION N°2 Novembre 2022
CLASSE:Tle C
DUREE: 4H COEF :7

***Examinateur :* M. HIONG**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES :

PARTIE A : ÉVALUATION RESSOURCES (15POINTS)

Exercice 1:(3,75 points)

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Chaque réponse exacte rapporte 0,75 point. Chaque réponse fausse enlève 0,5 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère dans l'ensemble des entiers relatifs l'équation : $x^2 - x + 4 \equiv 0[6]$.

A : toutes les solutions sont des entiers pairs.
B : il n'y a aucune solution.
C : les solutions vérifient $x \equiv 2[6]$.
D : les solutions vérifient $x \equiv 2[6]$ ou $x \equiv 5[6]$.

2. On se propose de résoudre l'équation (E) : $24x + 34y = 2$, où x et y sont des entiers relatifs.

A : Les solutions de (E) sont toutes de la forme : $(x\,;\,y) = (34k-7\,;\,5-24k)$, $k \in \mathbb{Z}$.
B : L'équation (E) n'a aucune solution.
C : Les solutions de (E) sont toutes de la forme : $(x\,;\,y) = (17k-7\,;\,5-12k)$, $k \in \mathbb{Z}$.
D : Les solutions de (E) sont toutes de la forme : $(x\,;\,y) = (-7k\,;\,5k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

3. On considère les deux nombres $n = 1\,789$ et $p = 17\,89^{2\,023}$. On a alors :

A : $n \equiv 4[17]$ et $p \equiv 0[17]$.
C : $p \equiv 4[17]$.
B : p est un nombre premier.
D : $p \equiv 1[17]$.

4. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal, les points A et B d'affixes respectives a et b. Le triangle MAB est rectangle isocèle direct d'hypoténuse $[AB]$ si et seulement si le point M d'affixe z est tel que :

A : $z = \dfrac{b-ia}{1-i}$. C: $a - z = i(b - z)$. B : $z - a = e^{i\frac{\pi}{4}}(b-a)$. D : $b - z = \dfrac{\pi}{2}(a-z)$.

5. On considère dans le plan orienté deux points distincts A et B ; on note I le milieu du segment $[AB]$. Soit f la similitude directe de centre A, de rapport 2 et d'angle $\frac{2\pi}{3}$; soit g la similitude directe de centre A, de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$; soit h la symétrie centrale de centre I.

A : $h\circ g\circ f$ transforme A en B et c'est une rotation.
B : $h\circ g\circ f$ est la réflexion ayant pour axe la médiatrice du segment $[AB]$.
C : $h\circ g\circ f$ n'est pas une similitude.
D : $h\circ g\circ f$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2 : (5,5 points)

A- On considère la fonction f définie sur $]0;4[$ par : $f(x) = \frac{2x-4}{\sqrt{4x-x^2}}$. On désigne par (C) sa courbe représentative.

1-a) Etudier les variations de f. (0,5pt)
b) Montrer que f réalise une bijection de $]0;4[$ vers $\mathbb{R}$. (0,5pt)
c) Soit g la réciproque de f. Montrer que pour tout réel x, on a : $g(x) = 2 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$ (0,5pt)
2) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet sur $]0;4[$ une solution unique α telle que $\alpha > 2$. (0,5pt)
3-a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe de f au point d'abscisse 2. (0,5pt)
b) Etudier la position de (C) par rapport à (T). (0,5pt)

c) Tracer la courbe (C) (0,5pt)

B- Soit la fonction μ définie sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ pour : $\begin{cases} \mu\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \mu(x) = \frac{2}{g(2\tan x)} \end{cases}$

1) Montrer que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, $\mu(x) = \frac{1}{1+\sin x}$. (0,5pt)

2) Montrer que μ réalise une bijection de $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ vers un intervalle I que l'on déterminera. (0,5pt)

3) Calculer $\mu^{-1}(2) et\ \mu^{-1}(2+\sqrt{2})$. (0,5pt)

4) Dresser le tableau de variation de μ^{-1} et donner le programme de construction de sa courbe représentative à partir de celle de μ. (0,5pt)

Exercice 3:(3,25 points)

1. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 = \frac{1}{z}$ (1pt)

   b) On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{i\frac{4\pi}{3}}$. Démontrer que 0 est le centre de gravité du triangle ABC. (0.5pt)

   c) Déterminer l'écriture complexe de la rotation de centre O, qui transforme le A en B (0.5pt)

2. θ est un réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, (E_θ) désigne l'équation

$$2(1-\cos 2\theta)z^2 - 2\sin 2\theta\, z + 1 = 0$$

a) Résoudre (E_θ) dans $\mathbb{C}$ (on distinguera les $\cos\theta = 0$ et $\theta \neq 0$). (0,5pt)

b) Dans le cas où $\theta \neq 0$ déterminer le module des solutions z_1 et z_2 de (E_θ). z_1 étant la solution ayant une partie imaginaire positive. (0,5pt)

c) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ on désigne par P et Q les points d'affixes z_1 et z_2, pour quelle valeur de θ.
Le triangle $0PQ$ est-il rectangle ou équilatéral ? (0.25pt)

Exercice 4:(2,5 points)

Dans $\mathbb{R}^3$, on considère les ensembles suivants :

$F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; x+2y-z=0\}$ et $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; 2x+y=0\ et\ x-z=0\}$

1) Montrer que F est un plan vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Et préciser une base. (0.75pt)
2) Montrer que G est une droite vectorielle de $\mathbb{R}^3$ dont on précisera une base. (0.75pt)
3) Déterminer $F \cap G$ et montrer que F et G sont deux sous espaces vectoriels supplémentaires de $\mathbb{R}^3$ (1pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES (5POINTS)

Compétences attendues : *Déployer un raisonnement logique afin de résoudre un problème concret de vie.*

Pour coder un message, un service secret procède de la manière suivante : à chacune des 26 lettres de l'alphabet, on commence par associer un entier n de l'ensemble $\Omega = \{0 ; 1 ; 2 ; . . . ; 24 ; 25\}$ selon le tableau ci-dessous

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Etape1: A la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre n correspondant dans le tableau.
Etape2 : On calcule le reste de la division euclidienne de $5n + 2$ par 26 et on le note p.
Etape3 : Au nombre p, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

Quelques années plus tard, on change ce codage et on propose qu'à l'étape 2, p soit le reste de la division euclidienne de 3^n par 26

Tâche :

1) Coder le mot «ABRAHAM » suivant les trois étapes. (1,5pt)
2) Décoder les lettres:« TC » (1,5pt)
3) Décoder la lettre : « V » selon le nouveau codage. (1,5pt)

Présentation : 0,5pt