



**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points**

**EXERCICE 1: (5 points)**

Les questions de cet exercice sont indépendantes et obligatoires. Chaque question est notée sur **0,5pt**.

1. La division euclidienne de 900 par un entier  $b$  a pour quotient 14 et pour reste  $r$ . Quelles sont les valeurs possibles de  $b$  et  $r$  ?
2. Soit  $n$  un entier naturel, montrer que  $2n + 5$  et  $3n + 7$  sont premiers entre eux.
3. Déterminer tous les couples  $(x ; y)$  d'entiers tels que  $x^2 = y^2 + 17$ .
4. Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que le nombre  $\frac{3n-4}{2n-1}$  soit un entier.
5. Déterminer tous les couples d'entiers naturels  $(x ; y)$  tels que le nombre  $\overline{x43y}$  écrit dans le système décimal soit divisible par 2 et par 9.
6. Démontrer en utilisant les congruences que  $3^{2n+1} + 2^{n+2}$  est divisible par 7.
7. Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  le système  $\begin{cases} PGCD(a ; b) = 12 \\ a^2 - b^2 = 7344 \end{cases}$
8. Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel  $n$ , le reste de la division euclidienne par 7 du nombre  $A = n^2 - n + 1$ .
9. Déterminer le chiffre des unités du nombre  $7^{1999}$ .
10. Démontrer que si  $n$  est un entier naturel supérieur ou égal à 3,  $n^2 + 4n + 5$  est un nombre qui n'est jamais premier.

**EXERCICE 2 : (5 points)**

1. a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe  $2 + 2i\sqrt{3}$  **0,5pt**  
b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $z^2 + (1 + i\sqrt{3})z - 1 = 0$  **0,75pt**
2.  $P$  est le polynôme à variable complexe  $z$  défini par :  
 $P(z) = z^4 + 2z^3 + 2z^2 - 2z + 1$   
a) Démontrer que si  $z_0$  est solution de l'équation  $P(z) = 0$  alors  $\bar{z}_0$  est aussi solution de  $P(z) = 0$  **0,5pt**  
b) Déterminer les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que **1,5pt**  
 $P(z) = z^2 \left[ \left( z - \frac{1}{z} \right)^2 + a \left( z - \frac{1}{z} \right) + b \right]$   
c) Justifier que 0 n'est pas solution de l'équation  $P(z) = 0$  **0,25pt**  
d) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 + 2z + 4 = 0$  puis déduire l'ensemble des solutions de l'équation  $P(z) = 0$  **1,5pt**

**EXERCICE 3 : (5 points)**

On considère la fonction numérique d'une variable réelle définie par  $(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$ .

1. soit  $g(x) = x^3 - 3x - 3$   
a) Etudier les variations de  $g$ . **0,75pt**

- b) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha \in [2,10 ; 2,11]$  **0,5pt**  
 c) En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$  **0,5pt**
2. a) Etudier les branches infinies de la fonction  $f$ . **1,5pt**  
 b) Montrer que pour tout réel  $x$  de l'ensemble de définition de  $f$ ,  $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$   
**0,75pt**  
 c) En déduire les variations de  $f$  et dresser son tableau des variations. **1pt**

## **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points**

### **Situation**

Un jeune ingénieur agricole décide créer une exploitation agricole. Pour cela, il dispose d'un terrain qu'il souhaite clôturer avant d'y pratiquer l'agriculture.

Le terrain est formé de l'ensemble des points  $M$  du plan complexe d'affixe  $z$  vérifiant  $|4z + 4 - 4i\sqrt{3}| = |16 - 16i|$  et doit être clôturé avec du fil barbelé vendu par rouleau de 5 mètres et à 3500 FCFA le rouleau.

Au démarrage du projet, le jeune ingénieur dispose de 149500 FCFA et veut faire une pépinière d'arbres fruitiers constitués d'avocatiers et de manguiers. Un centre de recherche lui propose d'acheter le plant d'avocatier à 3500 FCFA et le plant de manguiers à 5000 FCFA et dans ce cas, il aura plus de 12 plants de chaque type.

Les récoltes annuelles de chaque sorte de fruit sont conditionnées dans les sacs et sont vendus au même prix. En un an, la production varie entre 40 et 160 sacs de fruits et le bénéfice réalisé par ce jeune ingénieur exprimé en milliers de francs, est modélisé par la fonction  $g(x) = \frac{-2x^2 + 2000x - 6400}{x}$  où  $x$  représente le nombre de sacs de fruits produits en un an.

### **Tâches**

1. Déterminer le montant à dépenser par l'ingénieur pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le terrain. **1,5pt**
2. Déterminer le nombre exact de plants d'avocatiers et le nombre exact de plants de manguiers si l'ingénieur décide de traiter avec le centre de recherche. **1,5pt**
3. Déterminer le nombre de sacs de fruits à produire en un an pour réaliser un bénéfice maximal. **1,5pt**

### **Présentation**

**0,5pt**