COLLEGE POLYVALENT LA PERLE PLUS
SIS CAMP SONNEL OYOM ABANG
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
B.P. 510 YDE

Année scolaire : 2021-2022
Examen : PROBATOIRE BLANC
Série : D Session : Mai 2022
Durée : 3h Coefficient : 4
Par : M. RAYEZ

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°02 DU 3ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$; unité graphique : $1cm$ pour 5 unités. Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=\dfrac{-x+18}{2x-1}$.

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. **1,5pt**
2. Montre que pour tout $x\in D_f$, $f\left(x\right)=\dfrac{17,5}{2x-1}-\dfrac{1}{2}$. **0,5pt**
3. Montre que le point $S\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe $\left(C_f\right)$ de f. **0,5pt**
4. Trace la courbe $\left(C_f\right)$ dans le repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. **0,75pt**
5. Soit $\left(U_n\right)$ la suite définie par : $U_0=0$ et $U_{n+1}=f\left(U_n\right)$; on pose $V_n=\dfrac{U_n-3}{U_n+3}$ pour tout entier naturel n.
   - **(a)** Calcule V_0 et V_1. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que $\left(V_n\right)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison. **0,75pt**
   - **(c)** Exprime V_n puis U_n en fonction de n. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

A et B sont deux points distincts du plan tels que $AB=6$. Soit I le milieu du segment $\left[AB\right]$.
On désigne par $\left(\Gamma\right)$ l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2+MB^2=26$.

1. Montre que pour tout point M du plan, on a : $MA^2+MB^2=2MI^2+18$. **0,5pt**
2. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $\left(\Gamma\right)$. **0,75pt**
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A\left(-2;1\right)$, $B\left(-2;-5\right)$ et $M\left(x;y\right)$.
   - **(a)** Détermine les coordonnées du point I. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que $\left(\Gamma\right)$ a pour équation cartésienne $x^2+y^2+4x+4y+4=0$. **0,75pt**
   - **(c)** Construis soigneusement $\left(\Gamma\right)$ dans ce repère. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3 points)

Soit l'équation $\left(E\right):2\sqrt{2}\cos^2 x+\left(2-\sqrt{2}\right)\cos x-1=0$ et le polynôme P de variable t tel que $P\left(t\right)=2\sqrt{2}t^2+\left(2-\sqrt{2}\right)t-1$.

1. Calcule $P\left(\dfrac{1}{2}\right)$ puis tire une conclusion. **0,5pt**
2. Vérifie que le polynôme P admet deux racines distinctes. **0,5pt**

3. En utilisant la somme ou le produit des racines, détermine l'autre racine. **0,5pt**
4. Déduis-en dans l'intervalle $[0;2\pi[$ l'ensemble solution de l'équation (E). **1pt**
5. Place les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4 points)

A) 1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{4-x}=x-2$. **1pt**

2. Résous dans $\mathbb{R}^3$ le système linéaire suivant : $\begin{cases} x+2y+z=8 \\ x-y-z=-4 \\ x+4y-5z=-6 \end{cases}$ **1pt**

3. Une **PME** fait une étude sur la fabrication des enveloppes en format **A4** pour une production comprise entre 50 et 600 enveloppes par jour. Le coût de production, de x enveloppes par jour en **milliers de FCFA** est donné par $C(x)=0,001x^2-0,6x+20$. Chaque enveloppe produite est vendue à 50 **FCFA**. Le bénéfice réalisé par cette **PME**, exprimé en **FCFA** est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[50;600]$.

(a) Montre que $B(x)=-x^2+650x-20000$. **1pt**

(b) Détermine le nombre d'enveloppes que doit produire cette **PME** pour réaliser un bénéfice maximal. Précise ce bénéfice maximal. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 100 ouvriers d'une société industrielle de la place en fonction de leur âge :

Âge	$[18;22[$	$[22;26[$	$[26;30[$	$[30;34[$	$[34;38[$	$[38;42[$
Nombre d'ouvriers	17	23	x^2	18	12	x

Le chiffre d'affaires de cette société est de $100.000.000$ **FCFA** au 1[er] janvier 2020 et augmente chaque année de 5%.

A l'occasion des fêtes de fin d'année, cette société organise une tombola. Le comité chargé de cette tombola conçoit un jeu qui consiste à tirer successivement et sans remise deux boules d'une urne contenant 7 boules dont 3 boules noires numérotées $0;4$ et 3 puis 4 boules blanches numérotées $0;2;7$ et 3 indiscernables au toucher. On désigne par a et b les numéros respectifs du premier et du deuxième tirage et on considère la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{8+x^3}{x+2}+ax$ si $x<-2$ $g(x)=x^2+\dfrac{1}{2}x+3$ si $x>-2$ et $g(-2)=2a+b$. Un joueur **gagne lorsqu'il tire deux boules** portant des réels pours lesquels la fonction numérique g est continue en -2.

Tâches :

1. Détermine l'âge moyen des ouvriers de cette société. **1,5pt**
2. Détermine le nombre de tirages pouvant permettre à un joueur de gagner. **1,5pt**
3. Détermine le chiffre d'affaires de cette société en 2028. **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**