

# COLLEGE PRIVE LAIC YMELE

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Évaluation 3	Mathématiques	04	03h	1 <sup>ère</sup> C	2022/2023

*La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.*

## PARTIE A : Utilisation des ressources (15 points)

### EXERCICE 1 : (4,25 points)

A/ Soit E et F deux ensembles non vides.

1. Définis fonction de E vers F, application de E vers F, application injective de E vers F, ensemble de définition d'une fonction f. 0,75pt
2. On pose  $E = [0 ; +\infty[$  et  $F = [1 ; +\infty[$ . La correspondance  $f: x \mapsto \sqrt{x+2}$  définie de E vers F est-elle : une fonction ? Une application ? Justifie ta réponse. 0,5pt
3. Détermine l'ensemble E pour que la correspondance  $f: x \mapsto \sqrt{x-3}$  définie de E vers  $F = [1 ; +\infty[$  soit une application. 0,5pt

B/ On considère les fonctions numériques  $g, k, p$  et  $h$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \sqrt{x+1}$  ;  
 $h(x) = x^2 - 4x + 2$ ,  $p(x) = \frac{3x}{x^2+4}$  et  $k(x) = \frac{\sin x}{2\cos x - 1}$ .

1. Détermine les ensembles de définitions des fonctions  $g, k$  et  $g \circ h$ . 1 pt
2. Donne l'expression de la fonction  $g \circ h$ . 0,25pt
3. Montre que la droite d'équation  $x = 2$  est axe de symétrie à la courbe de la fonction  $h$ . 0,5pt
4. Montre que la fonction  $k$  est  $2\pi$ -periodique. 0,5pt
5. Etudie la parité de la fonction  $p$ . 0,25pt

### EXERCICE 2 : (3.25 points)

Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$  dans  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  par  $f(x) = \frac{2x+6}{x-4}$ . On désigne par  $(C_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Montre que  $f$  est une application bijective de  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$  dans  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  puis donne l'expression de  $f^{-1}$ . 1pt
2. Montre que pour tout  $x \neq 4$ ,  $f(x) = 2 + \frac{14}{x-4}$ . 0,25pt
3. Montre que le point  $A(4; 2)$  est centre de symétrie pour la courbe de  $f$ . 0.75pt
4. Justifie que la courbe  $(C_f)$  de  $f$  se déduit de la courbe  $(C_l)$  de la fonction  $l: x \mapsto \frac{14}{x}$  par une translation dont on déterminera le vecteur. 0,25pt
5. Construis  $(C_f)$  sur le papier millimétré donné ci-dessous et déduis le tracé de la courbe  $(C_h)$  de la fonction  $h \mapsto f(|x|)$ . 1pt

### EXERCICE 3 : (6.5 points)

A/ Soit  $f$  une application de  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ .  $B = (i; j)$  est une base de  $\mathbb{R}^2$ .  
 $(x; y) \mapsto (2x - 2y; -x + y)$

1. Montre que  $f$  est un endomorphisme de  $\mathbb{R}^2$ . 0,5pt
2. Détermine le noyau  $\text{Ker}(f)$  et l'image  $\text{Im}(f)$  de  $f$  (On précisera une base de chacun). 1pt
3.  $f$  est-il un automorphisme de  $\mathbb{R}^2$  ? Justifie ta réponse. 0,25pt
4. Soit  $\lambda$  un nombre réel, on désigne par  $H_\lambda$  l'ensemble  $H_\lambda = \{u \in \mathbb{R}^2; f(u) = \lambda u\}$ .  
 Montre que  $H_\lambda$  est un sous espace vectoriel réel de  $\mathbb{R}^2$ . 0,75pt
5. Soit  $h$  l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^2$  défini par  $h(i - j) = 2i + j$  et  $h(2i + j) = 4i - 4j$ .  
 a) Détermine la matrice des applications  $h^{-1}$  et  $f$  dans la base B. 0,75pt  
 b) En déduis la matrice A de l'endomorphisme  $h \circ f - 3h^{-1} + 2id$  dans la base B. 0,75pt

B/ 1. Une urne contient six boules : une blanche, deux noires et trois jaunes. On extrait simultanément deux boules de cette urne.

- a) De combien de manières différentes peut-on effectuer ces tirages ? 0,25pt
- b) Détermine le nombre de tirages distincts pour lesquels : (0,5pt + 0,5pt )
- i) « on a deux boules de même couleur » ; ii) « on a deux boules de couleurs différentes »
- c) On gagne 300 frs pour le tirage de la boule blanche, 100 pour le tirage d'une boule noire et on perd 50 frs par boule jaune obtenue. Un joueur mise 100frs pour un tirage. On note X le gain algébrique d'un joueur à l'issue du tirage de deux boules.
- Détermine les valeurs possibles de X et donner pour chacune d'elle le tirages y conduisant. 0,75pt

2. Détermine le nombre d'anagramme du mot **Professeurs** commençant par la lettre P. 0,5pt

### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Compétence visée : Utilisation du barycentre, système d'équation et de la trigonométrie pour évaluer un budget.

A l'occasion de la compétition nationale de Tennis- 200m organisée au Cameroun dans la ville de Yaoundé en 2021, M. NGUEGUIM, ingénieur des travaux est chargé de construire au centre-ville un stade de tennis, de lancer de disque, et une piste d'athlétisme. La durée des travaux est estimée à 3 mois.

A partir de sa maquette et de son devis provisoire, on a les informations ci-dessous :

Le **stade de Tennis** est délimité par les points  $M(\cos x; \sin x)$  du plan ( $x \in ] - \pi; \pi ]$ ) tels que

$\cos^2 x + \frac{(\sqrt{2}-1)}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$ . Pour éviter que la pelouse soit boueuse, il doit la recouvrir d'une couche de béton armé d'épaisseur 20cm . Le mètre cube de ce béton coûte 6000 F.

Enfin, **la piste d'athlétisme**, est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 10m par des points M tels que :

$16 \leq \| -\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| \leq \| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \|$ . Il a recouvert chacun des dix couloirs de course de cette piste par dix couches de peintures dont le mètre carré coûte 2000F ; deux boites de peinture permettent de couvrir  $6m^2$ .

Le stade du lancer de disque est équipé d'une caméra mobile qui filme et retransmet les images selon les positions M du plan qu'elle occupe. Les positions M sont tels que

$Mes(\widehat{\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}}) = \frac{\pi}{4}$  avec  $PQ = 6m$ . Il décide de recouvrir toute la surface de ce stade observé avec du gazon synthétique. Le mètre carré de ce gazon synthétique diminué du quart coûte 4200 F.

Dans le but de faire un bilan des dépenses, tu dois aider cet ingénieur à traiter les tâches suivantes.

Prendre : une unité d'aire égal à  $100 m^2$

#### Tâches :

1. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour construire le stade de Tennis ? 1.5Pt
2. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour construire la piste d'athlétisme ? 1.5Pt
3. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour construire le stade de lancer de disque ? 1.5Pts

Zig Ziglar a dit « *C'est votre attitude, bien plus que votre aptitude, qui détermine votre altitude.* »



*A remettre avec la feuille de composition.*