Lycée de Mokolo 4 - Bertoua	Examinateur :	C.C. N°1
Année Scolaire : 2022 / 2023		Matière : Mathématiques
Classes : Tle C	Awounang Armand	Durée : 3 heures
Date de Passage: / 10 / 2022	PLEG Maths	Coefficient : 7

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES……………..………[15 POINTS]

EXERCICE 1:………………………………………………………………[4 points]

1) Soit p un nombre entier relatif. On pose : $u = 14p + 3$ et $v = 5p + 1$. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E) : 87x - 31y = 2$. On désigne par (D) la droite d'équation $87x - 31y = 2$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

a) Montrer que les entiers u et v sont premiers entre eux.
b) En déduire que 87 et 31 sont premiers entre eux.
c) Résoudre l'équation (E).
d) Déterminer les points de (D) dont les coordonnées sont des entiers naturels et les abscisses sont inférieures à 100.

2) Trouver tous les couples d'entiers naturels a et b tels que $ab = 1008$ et $PPCM(a; b) = 6$

EXERCICE 2:………………………………………………………………[4 points]

1) Démontrer que pour tout entier naturel n, $2^{6n+3} + 3^{4n+2}$ est un multiple de 17.
2) Déterminer les entiers relatifs x, tels que $x^2 - 3x + 6 \equiv 0\ [5]$
3) Soient n un entier naturel. On donne $a = (n + 1)(2n + 1)$ et $b = n(2n + 1)$
   On pose: $PGCD(a; b) = \delta$ et $PPCM(a; b) = \mu$
   3.1) Déterminer δ et μ en fonction de n
   3.2) Vérifier que $\delta = a - b$ et $\mu(a + b) = ab\delta$
4) Réciproquement, soient a et b deux entiers naturels vérifiant $\delta = a - b$ et $\mu(a + b) = ab\delta$.
   On note a' et b' les entiers naturels tels que $a = \delta a'$ et $b = \delta b'$
   4.1) Démontrer que $a' - b' = 1$ et $a' + b' = \delta$
   4.2) En déduire que δ est un nombre entier impair

EXERCICE 3:………………………………………………………………[7 points]

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme :

$$P(z) = z^3 - (6 + 4i)z^2 + (8 + 14i)z - 12i$$

1) a) Vérifier que 2 est une racine de $P(z)$
   b) Déterminer trois complexes a, b et c tels que $P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c)$
   c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = 3 + 3i$
   a) Placer les points A, B et C dans le repère
   b) Ecrire sous forme algébrique $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ et en déduire la nature exacte du triangle ABC
   c) Montrer que la similitude S de centre B, d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport 2 a pour écriture complexe $z' = 2iz + 3 - i$
   d) Montrer que C est l'image de A par S
   e) Déterminer et construire l'image par S du cercle de centre A et de rayon $r = 1{,}5\ cm$
3) On considère la transformation R d'expression analytique :

$$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 2 - \sqrt{2} \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y - \sqrt{2} \end{cases}$$

a) Déterminer l'écriture complexe de R

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de R

4) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|2z - 2 - 2i| = 4$

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES……………………………[4,5 POINTS]

Situation : M. SALLA possède trois terrains non encore exploités qu'il voudrait absolument sécuriser car il y a des personnes mal intentionnées qui utilisent ces espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour cloturer entièrement chacun de ces trois terrains, le rouleau de 5 mètres de ce fil lui est vendu à 3500 FCFA. Il devra en plus remettre 3000 FCFA pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des terrains.

Terrain 1 : A la forme d'un triangle rectangle ABC en A tels que $Z_A = 2 + 2i$ et Z_B et Z_C sont solutions de l'équation $Z^2 - (3 + 3i)Z + 5i = 0$ avec $Re(Z_B) < Re(Z_C)$.

Terrain 2 : Est de forme rectangulaire et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution Z de l'équation $(1 + 4i)Z + (3 - 4i)\bar{Z} = 4 - 8i$ où $\bar{Z}$ désigne le conjugué du complexe Z.

Terrain 3 : Est formé de l'ensemble des points $M(x; y)$ d'affixe Z tels que le complexe $\frac{Z}{Z+2i}$ soit imaginaire pur.

Taches :

1) Déterminer la dépense de M. SALLA pour le **terrain 1**.
2) Déterminer la dépense de M. SALLA pour le **terrain 2**.
3) Déterminer la dépense de M. SALLA pour le **terrain 3**.

PRESENTATION:………………………………………………………………….0,5 pt