LYCEE BILINGUE DE DSCHANG
Année Académique : 2022-2023
Département de Mathématiques

Evaluation Séquentielle N°1
__Epreuve__ : MATHEMATIQUES
__Niveau__ : Terminale ; Série : C
__Durée :__ 04h00 ; __Coef :__ 7

La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 POINTS

__EXERCICE__ 1/ 4,5 pts

NB : Les trois questions de cet exercice sont indépendantes

1. Soit a, b et c des entiers. Démontrer que l'équation ax + by = c admet au moins un couple (x,y) solution dans Z^2 si et seulement si c est un multiple du PGCD de a et b. ***0,5pt***
   Considérons l'équation (E) : l'équation 5x + 12y = 13
 a) Justifier que (E) admet au moins une solution dans Z^2 ***0,25pt***
 b) Résoudre dans Z^2 l'équation (E) ***0,5pt***
 c) Comment peut-on avoir 13 litres d'eau dans un récipient de 100 litres en n'utilisant que des récipients de 5 litres et 12 litres ? ***0,5pt***
2. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $48x + 35y = 1$ ***0,5pt***
   a. L'espace étant rapporté à un repère orthonormal, on donne le vecteur $\vec{u}(48; 35; 24)$ et le point $A(-11; 35; -13)$. Préciser la nature et donner une équation cartésienne de l'ensemble des points M$(x; y; z)$ de l'espace, tels que $\vec{u}.\overrightarrow{AM} = 0$. ***0,5pt***
   b. Soit (D) la droite d'intersection de (P) avec le plan d'équation $z = 16$. Déterminer tous les points de (D) dont les coordonnées sont entières et appartiennent à l'intervalle $[-100; 100]$.
   c. En déduire les coordonnées du point de D, coordonnées entières, situé le plus près de l'origine. ***0,75pt***
3. Comment choisir l'entier n pour que $(i + \sqrt{3})^n$ soit un réél ? soit un imaginaire pur ? ***1pt***

__EXERCICE__ 2/ 3,25 pts

P est un plan de l'espace E de repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ M un point de E et K son projecté orthogonal sur P.

1.a. Démontrer que $\overrightarrow{MA}.\ (\vec{u} \wedge \vec{v}) = \overrightarrow{MK}.\ (\vec{u} \wedge \vec{v})$ ***0,75pt***

b. En déduire que la distance du point M au plan P est $\frac{|\overrightarrow{MA}.(\vec{u} \wedge \vec{v})|}{\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|}$ ***0,5pt***

2. Dans un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A\begin{pmatrix}0\\3\\-1\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$ et $M\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$. Calculer la distance du point M au plan (ABC) ***0,75pt***

3. L'espace est muni du repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Soient (P) et (P') les plans d'équations respectives x + 2y – z + 1= 0 et – x + y + z = 0. Soit A le point de coordonnées (0 ; 1 ; 1).

   a. Démontrer que les plans (P) et (P') sont perpendiculaires ***0.25pt***
   b. Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection ***0,5pt***
   c. Calculer la distance du point A à chacun des plans (P) et (P') ***0,5pt***
   d. En déduire la distance du point A à la droite d'intersection des plans (P) et (P') ***0,5pt***

<u>EXERCICE</u> 3/ 5,5 pts

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\ \vec{v})$, on désigne par A, B, C et D les images respectives des complexes -1, 1, $\frac{1}{2}$, 2. On note (C) le cercle de diamètre [AB].

A tout point $N(z)$ du plan distinct de D, on associe le point $M(Z)$ tels que :

$Z = -2z - 3 + \frac{6}{2-z}$. On note T l'application qui à N associe M.

1. Déterminer l'image du segment [AB] par T ***0,75pt***

2. Déterminer l'ensemble (Γ) des points N du plan tels que M soit un élément de l'axe $(o,\vec{u})$ ***0,75pt***

3. On pose $z_1 = \frac{2z-1}{2-z}$. Exprimer $|z_1|$ en fonction de NC et ND et exprimer $\arg(z_1)$ en fonction de $mes\left(\widehat{\overrightarrow{ND},\ \overrightarrow{CN}}\right)$ ***1pt***

4. Montrer que si $|z| < 1$ alors $|z_1| < 1$ ***0,75pt***

5. En déduire que si N est intérieur à (C) alors M est intérieur à (C). ***0,5pt***

6. On suppose que N appartient au demi–cercle (C') de diamètre [AB], qui contient i et on pose $\theta = arg(z), 0 \leq \theta \leq \pi$ et $\varphi = arg(Z_1)$

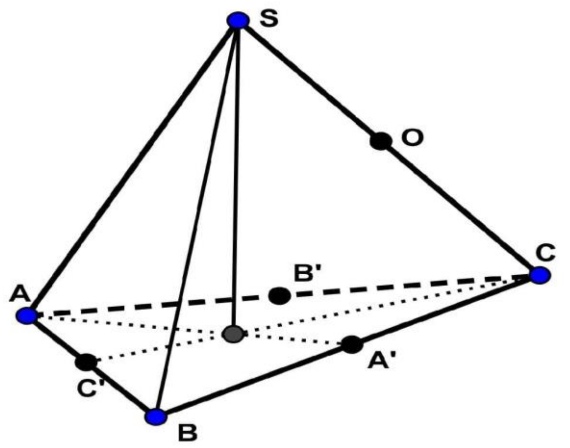
a. Démontrer que $\sin\varphi \geq 0$ ***0,75pt***

b. On suppose : $0 \leq \varphi \leq \pi$. Calculer $\cos \varphi$ en fonction de $\cos \theta$ et en déduire que φ est une fonction croissante de θ. ***1pt***

<u>EXERCICE</u> 4/ 2,25 pts

$SABC$ est un tétraèdre régulier (toutes les faces sont des triangles équilatéraux). Get H sont des points tels que $\overrightarrow{SG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$ et O le milieu du segment $[SC]$. $\vec{\imath},\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires respectivement colinéaires et de de même sens que les vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AS}$. On suppose que l'espace est rapporté au repère $(A,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ et que AS= 4

1. Déterminer les coordonnées des points G, H et O dans $(A,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ***1pt***
2. Déterminer une équation du plan (GOH) ***0,5pt***
3. Déterminer le volume du tétraèdre $SABC$ ***0,75pt***



PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 4.5 POINTS

Une société de fabrication de bonbons produit des bonbons de type A et de type B, à l'aide de deux machines M1 et M2 respectivement. Le nombre journalier de bonbons produit par les deux machines est 161161. On démarre les machines chaque jour à 6h30 min et chaque machine a une période en minutes bien précise de production de bonbons. L'écart entre le temps de productions des deux machines est de 30 minutes. A 21h 30mins exactement, elles produisent simultanément les bonbons. La société conçoit les bonbons par paquet identique contenant les mêmes nombres de bonbons de types A et B. Elle a fait un nombre maximal de 1001 paquets sachant que dans un paquet, le nombre de bonbons de type A est compris entre 50 et 70, et celui de type B est compris entre 80 et 100, et vent à 15 FCFA et 10 FCFA les bonbons de types A et B respectivement. Chaque samedi soir, un agent d'entretien range un certain nombre de paquets de bonbons dans deux espaces. Pour l'espace 1, il fait des blocs de 49 paquets et il en reste 1 et pour l'espace 2; il fait des blocs de 81 et il en reste 70. Le nombre de paquets rangés est compris entre 2400 et 2600.

1. Déterminer en heure les temps de production respectifs des machines M1 et M2. ***1,5 pt***
2. Déterminer le prix de vente d'un paquet de bonbons. ***1,5 pt***
3. Déterminer le nombre de paquets de bonbons rangés chaque samedi soir. ***1,5 pt***