



Trimestre : 1 A/S : 2022-2023	Discipline	Examineur	Classe	Date : nov. 2022	Durée 4H00
Évaluation No : 2	Mathématiques	M. Nchare Abdoulaye	Tle C	Coefficient : 7	

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,50 points

EXERCICE 1: 3,25 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} , par $f(x) = 4x^3 + x^2 + x - 3$

- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur \mathbb{R} une unique solution $\beta \in]0; 1[$, puis donner un encadrement de β à 10^{-1} près. 0,75 pt
- a) Montrer que si f admet une racine rationnelle $\frac{p}{q}$ irréductible, alors p divise 3 et q divise 4. 0,75 pt
 b) Déterminer tous les nombres rationnels vérifiant cette dernière condition. 0,75 pt
 c) Déterminer alors en justifiant une racine de f 0,25 pt
- Resoudre dans \mathbb{C} l'équation $f(x) = 0$ 0,75 pt

EXERCICE 2 : 6,75 points

- I.** Soit f la fonction définie sur $]-\pi; \pi[$ vers \mathbb{R} par $f(x) = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$
- Démontrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} . 0,75 pt
 - Démontrer que f^{-1} est dérivable sur \mathbb{R} et déterminer sa dérivée. 0,75 pt
- II.** soit P le plan muni d'un repère orthonormal R . soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par :
 $g(x) = \frac{1}{14}(-9x + 5\sqrt{x^2 + 1})$. On désigne par C_1 sa représentation graphique.
- Etudier le comportement de g en $+\infty$ et en $-\infty$ puis montrer que C_1 admet deux asymptotes dont on précisera les équations. 1pt
 - a) Etudier la dérivabilité de g sur \mathbb{R} et déterminer sa fonction dérivée. 0,75pt
 b) Dresser le tableau des variations de g 1pt
 - soient h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \frac{1}{14}(-9x - 5\sqrt{x^2 + 1})$ de courbe C_2 , soit C la courbe d'équation $196y^2 + 252xy + 56x^2 - 25 = 0$ et s la symétrie de centre O .
 a) Montrer que $s(C_1) = C_2$ et tracer C_1 et C_2 dans le même repère 1pt
 b) Montrer que C est la réunion de C_1 et C_2 0,75pt
 - Soit $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = 7\vec{i} - 2\vec{j}$. Montrer que $(O; \vec{u}; \vec{v})$ est un repère du plan, puis éterminer une équation de C dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ 0,75pt

EXERCICE 3: 5,50 points

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. (unité: 1cm).

- I.** On considère le point D d'affixe $4 - 2i$. Déterminer la forme algébrique de l'affixe du point E tel que DOE soit un triangle équilatéral de sens direct. 0,5 pt
- II.** soit a un nombre complexe non nul tel que $|a| = r$. On considère les points A et B d'affixes respectives a et $-a$. On pose $a = \alpha + i\beta$ avec α et β des nombres réels non nuls. On note C le point d'intersection de la médiatrice du segment $[AB]$ et la droite d'équation $y = -\alpha$.
- a) Démontrer qu'une équation de la médiatrice du segment $[AB]$ est $y = -\frac{\alpha}{\beta}x$. 0,5 pt

- b) Prouver que le point C a pour affixe $-ia$ 0,25 pt
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C . 0,5 pt
3. On note (Γ) le cercle circonscrit au triangle ABC .
Démontrer que (Γ) est le cercle de centre O et de rayon r . 0,5 pt
4. On considère l'application f qui à tout point M de (Γ) d'affixe $z \neq ia$ associe le point N d'affixe z'
tel que : $z' = \frac{(1+i)z^2 - iaz + ia^2}{ai - z}$
- a) Déterminer les images par f des points A et C . 0,5 pt
- b) Etablir que : $z' - a = -(1 + i)z$. 0,5 pt
5. On note (Ψ) l'ensemble des points N tels que : $|z' - a| = |(1 + i)z|$.
- a) Justifier que le point C appartient à l'ensemble (Ψ) 0,25 pt
- b) Déterminer l'ensemble (Ψ) 0,5 pt
6. Pour $a = 1 - 3i$
- a) Déterminer points les M d'affixe $z \neq 1 - 3i$ tel que $\arg(z - a) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ 0,5 pt
- b) Constuire les points A, B et C et les ensembles (Ψ) et (Γ) 1 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,50 POINTS

Situation :

Les enseignants du lycée bilingue de Mbalngong ont mis sur pieds il y'a de cela 12 ans une association culturelle et professionnelle dénommée AMIMBA. Lors de son inscription, chaque membre reçoit un numéro d'adhérent. Ce numéro comporte 7 chiffres et s'écrit $C_0C_1C_2C_3C_4C_5C_6$. Le premier chiffre C_0 correspond au loisir de l'adhérent : **1 pour un adhérent ayant pour loisir le sport ; 2 pour un adhérent ayant pour loisir le voyage et 3 pour un adhérent ayant pour loisir la lecture.**

Les deux chiffres C_1 et C_2 du numéro d'adhérent correspondent à son année de naissance (par exemple, 89 pour un adhérent né en 1989). Les trois chiffres suivants sont donnés par le secrétaire général lors de l'adhésion à l'association. Le dernier chiffre est appelé clé de contrôle, il est calculé automatiquement de la manière suivante : **On calcule la somme $s = C_0 + C_1 + 2C_2 + 3(C_3 + C_4 + C_5)$; on effectue ensuite la division euclidienne de s par 9 ; le reste obtenu est la clé de contrôle.**

Lors d'une soirée de gala couplée à la présentation de la nouvelle banque partenaire de AMIMBA, en mai dernier, les membres étaient installés sur des tables en fonction de leurs clés de contrôle. Le membre monsieur MAGOUMOU enseignant d'EPS né en 1992 et dont le seul loisir est le sport était arrivé à la soirée en retard ayant oublié sa carte d'adhésion. Il se souvenait néanmoins que lors de son inscription en 2019 le secrétaire générale lui avait attribué le numéro 123. Le service de protocole devait alors retrouver sa clé de contrôle pour pouvoir l'installer

Pendant la cérémonie, le président de AMIMBA a organisé un quizz par discipline enseignée sanctionné par la remise des lots. Le quizz adressé aux enseignants de mathématiques et informatique était le suivant : **le numéro du compte bancaire de AMIMBA est un code à 6 chiffres. Il est le plus grand nombre N divisible par 3 et 11 dont l'écriture en base 10 est : $\overline{28x75y}$.** La bonne réponse a été donnée par monsieur NCHARE

À la fin de la cérémonie, la décoratrice madame KENTSANG devait ranger tous les bouquets de fleurs qui se trouvaient sur les tables soit en tas de 7, soit en tas de 11. Elle se souvenait qu'elle avait entre 400 et 462 bouquets de fleurs et qu'aucun bouquet n'avait disparu. Lorsqu'elle faisait des tas de 7, il lui reste cinq bouquets de fleurs. Lorsqu'elle faisait des tas de 11 bouquets de fleurs, il lui reste deux bouquets de fleurs. Elle voulait connaître le nombre de ses bouquets de fleurs pour mieux les ranger.

Tâches :

1. Quel était le nombre de bouquets de fleurs de madame KENTSANG ? 1,5 pt
2. Quelle a été la réponse donnée par monsieur NCHARE ? 1,5 pt
3. Quel est le numéro complet d'adhésion de monsieur MAGOUMOU ? 1,5 pt