

**Examen : Probatoire Blanc N°1**
**Session : Mars 2022 Série : C**
**Epreuve : Mathématiques**
**Coefficient : 06 Durée : 03H00**
**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**
**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (12,5 points)**
**EXERCICE 1 5points**

- $B = (\vec{i}; \vec{j})$  est une base de l'espace vectoriel  $E$ .  $f$  est l'endomorphisme de  $E$  défini par :  $f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j}$  et  $f(\vec{i} - 2\vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$ . Donner la matrice de  $f$  dans la base  $B$ . **0.75pt**
- ABCD est un tétraèdre régulier de sommet  $A$ . On note  $I$  le milieu de  $[BC]$ .
  - Démontrer que la droite  $(BC)$  est orthogonale au plan  $(DAI)$ . **0.5pt**
  - Montrer que les droites  $(BC)$  et  $(DA)$  sont orthogonales. **0.75pt**
- Le plan est orienté. On considère le triangle  $ABC$  tel que  $AB = AC = 4\text{cm}$ . et  $\text{Mes}(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$ . Le point  $I$  est le milieu de  $[BC]$  et  $D = \text{bar}\{(A; 1); (B; 1), (C; 1)\}$ .  
 $t$  est la translation de vecteur  $2\overrightarrow{AB}$  et  $r$  est la rotation de centre  $A$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ .
  - Montrer que  $I$  est le milieu de  $[AD]$ , puis que  $ABDC$  est un carré de centre  $I$  **1pt**
  - Déterminer et construire l'ensemble  $(C)$  des points  $M$  du plan tel que  $MA^2 - MD^2 = 16$ . **1pt**
  - Déterminer la droite  $(\Delta)$  telle que  $t = S_{(BC)} \circ S_{(\Delta)}$  et  $r = S_{(\Delta)} \circ S_{(ID)}$ . **0.5pt**
  - En déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $t \circ r$  **0.75pt**

**EXERCICE 2 3points**

On considère la suite  $(U_n)$  définie par :  $\begin{cases} U_1 = 140 \\ U_{n+1} = 1,5U_n \cos(2x) + 220\sin^2 x. \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}$

- Montrer que  $U_2 = 210 - 200\sin^2 x$ . **0.5pt**
  - Résoudre dans  $[-\pi, \pi[$ , l'équation  $U_2 = 160$  **0.75pt**
- dans la suite on suppose que  $x = \frac{\pi}{6}$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose  $V_n = 1,5U_n - 330$ 
  - Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique en donnant la raison est le premier terme. **0.75pt**
  - Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . **1pt**

**EXERCICE 3 4.5point**

Voici le tableau de variations d'une fonction numérique  $f$  d'une variable réelle  $x$  définie sur

|         |           |   |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 1 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | 0 | +         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 1 |   | 9 | $+\infty$ |

$\mathbb{R} \setminus \{1\}$ . On désigne par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal  $(O, I, J)$

1. Donner une équation d'une asymptote (D) à la courbe (C). **0,25pt**
2. On suppose que pour tout réel  $x$  distinct de 1,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ 
  - a) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$ . **0,75pt**
  - b) Montrer que la droite (D') d'équation  $y = 2x + 3$  est asymptote à la courbe (C).  
puis étudier les positions relatives de (C) et (D'). **1pt**
  - c) Construire (C), (D) et (D'). Prendre 1 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 2 unités en ordonnées. **1,5pt**
3. Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f(|x|)$  **1pt**

### PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,5 points)

Situation :

M. SOMPKUI enseignant de mathématiques voudrait remettre les statistiques des notes de la toute première évaluation de l'année à sa hiérarchie. Il se rend compte que de l'huile s'est versé sur le tableau statistique ci-dessous écrit au stylo à bille, et a effacé deux nombres qui sont remplacés par  $a$  et  $b$ . Cependant il se souvient que le mode est 7, la moyenne des notes est 7,95 et que l'élève ayant la plus petite note est appelé AROUNA

| Notes sur 20 | [1; 3[ | [3; a[ | [a; b[ | [b; 11[ | [11; 15[ |
|--------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Effectifs    | 1      | 5      | 6      | 3       | 5        |

La punition donnée à AROUNA pour son mauvais travail consiste à nettoyer 11 salles de classe du collège. Il entame sa punition à 7h00 et souhaiterait nettoyer toutes ces salles avant de quitter le collège à 13h14, pour se rendre à la prière de 13h30 à la grande mosquée de Biyem-Assi.

Pour nettoyer chaque salle de classe, AROUNA met 4 minutes de plus que le temps mis pour nettoyer la précédente.

M. SOMPKUI évalue ses élèves chaque semaine et constate que la moyenne des notes à une évaluation augmente de 5% de la moyenne de la précédente évaluation. Pour représenter l'établissement au concours régional de mathématiques, une classe doit avoir une moyenne générale supérieure ou égale à 11.

Tâches

1. Retrouver les deux nombres illisibles du tableau statistique de M. SOMPKUI . **2,25pts**
2. Quel temps maximal doit mettre AROUNA pour nettoyer la première salle de classe s'il veut partir du collège à l'heure. **2,25pts**
3. Après combien d'évaluations cette classe pourra-t-elle représenter l'établissement au concours régional de mathématiques ? **2,25pts**

**Présentation : 0,75 pt**